

Ejemplo 10.1 Rueda giratoria Serway Edición 4 pag. 282

Una rueda gira con una aceleración angular constante de $3,5 \text{ rad/seg}^2$ si La velocidad angular de la rueda es de 2 rad/seg . En $t_0 = 0 \text{ seg}$.

a) Que ángulo barre la rueda durante 2 seg.

$$\theta = W_0 * t + \frac{1}{2} \alpha * t^2$$

$$\theta = \left(2 \frac{\text{rad}}{\text{seg}} \right) * 2 \text{ seg} + \frac{1}{2} \left(3,5 \frac{\text{rad}}{\text{seg}^2} \right) * (2 \text{ seg})^2$$

$$\theta = 4 \text{ rad} + \frac{1}{2} \left(3,5 \frac{\text{rad}}{\text{seg}^2} \right) * 4 \text{ seg}^2$$

$$\Theta = 4 \text{ rad} + 7 \text{ rad}$$

$$\Theta = 11 \text{ rad}$$

$$360^\circ \longrightarrow 2\pi \text{ rad}$$

$$X \longrightarrow 11 \text{ rad}$$

$$x = \frac{11 \text{ rad} * 360^\circ}{2\pi} = \frac{3960}{6,2831}$$

$$X = 630,25^\circ$$

$$360^\circ \longrightarrow 1 \text{ rev}$$

$$630,25^\circ \longrightarrow x \text{ rev}$$

$$x = \frac{630,25^\circ * 1 \text{ rev}}{360^\circ} = 1,75 \text{ rev}$$

$$X = 1,75 \text{ rev.}$$

$$\Theta = 11 \text{ rad} = 630,25^\circ = 1,75 \text{ rev.}$$

b) Cual es la velocidad angular en $t = 2 \text{ seg}$.

$$W = W_0 + \alpha * t$$

$$W = 2 \frac{\text{rad}}{\text{seg}} + \left(3,5 \frac{\text{rad}}{\text{seg}^2} \right) * 2 \text{ seg}$$

$$W = 2 \frac{\text{rad}}{\text{seg}} + \left(7 \frac{\text{rad}}{\text{seg}} \right)$$

$$W = 9 \text{ rad/seg}$$

Podríamos haber obtenido este resultado con la Ecuación 10.8 y los resultados del inciso a). Inténtalo ;

$$W^2 = W_0^2 + 2 \alpha * \theta$$

$$W^2 = \left(2 \frac{\text{rad}}{\text{seg}} \right)^2 + 2 \left(3,5 \frac{\text{rad}}{\text{seg}^2} \right) * 11 \text{ rad}$$

$$W^2 = 4 \text{ rad/seg}^2 + 77 \text{ rad/seg}^2$$

$$W^2 = 81 \text{ rad}^2/\text{seg}^2$$

$$W = 9 \text{ rad/seg}$$

Ejercicio Encuentre el ángulo que barre la rueda entre $t = 2 \text{ seg}$ y $t = 3 \text{ seg}$.

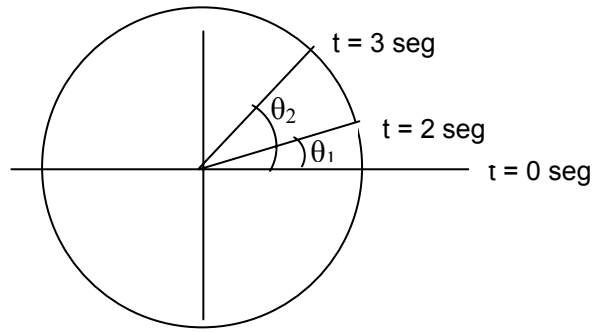
Se halla θ_1 para $t = 2 \text{ seg}$. (**Ver grafica**)

$$\theta_1 = \omega_0 * t + \frac{1}{2} \alpha * t^2$$

$$\theta_1 = 2 \frac{\text{rad}}{\text{seg}} * 2 \text{ seg} + \frac{1}{2} \left(3,5 \frac{\text{rad}}{\text{seg}^2} \right) * (4 \text{ seg})^2$$

$$\theta_1 = 4 \text{ rad} + 7 \text{ rad}$$

$$\theta_1 = 11 \text{ rad.}$$



Se halla θ_2 para $t = 3 \text{ seg}$. **(Ver grafica)**

$$\theta_2 = \omega_0 * t + \frac{1}{2} \alpha * t^2$$

$$\theta_2 = 2 \frac{\text{rad}}{\text{seg}} * 3 \text{ seg} + \frac{1}{2} \left(3,5 \frac{\text{rad}}{\text{seg}^2} \right) * (3 \text{ seg})^2$$

$$\theta_2 = 6 \text{ rad} + 15,75 \text{ rad}$$

$$\theta_2 = 21,75 \text{ rad.}$$

En la grafica se observa que $\theta_2 - \theta_1$ es el ángulo que barre la rueda entre $t = 2 \text{ seg}$ y $t = 3 \text{ seg}$.

$$\theta_2 - \theta_1 = 21,75 \text{ rad} - 11 \text{ rad}$$

$$\theta_2 - \theta_1 = 10,75 \text{ rad}$$

Ejemplo 10.2 Reproductor de discos compactos CD Serway Edición 6 pag. 299

En un reproductor típico de CD, la rapidez constante de la superficie en el punto del sistema láser y lentes es 1,3 m/seg.

- A) Encuentre la rapidez angular del disco en revoluciones por minuto (rpm) cuando la información esta siendo leída desde la primera la primera pista mas interior ($r_1 = 23 \text{ mm}$) y la pista final mas exterior ($r_2 = 58 \text{ mm}$)

$$r_1 = 23 \text{ mm} = 0,023 \text{ m}$$

$$v = \omega_1 * r_1$$

$$\omega_1 = \frac{v}{r_1} = \frac{1,3 \frac{\text{m}}{\text{seg}}}{0,023 \text{ m}} = 56,52 \frac{\text{rad}}{\text{seg}}$$

$$\omega_1 = 56,52 \frac{\text{rad}}{\text{seg}} * \frac{60 \text{ seg}}{1 \text{ min}} = 3391,3 \frac{\text{rad}}{\text{min}}$$

$$\omega_1 = 3391,3 \frac{\text{rad}}{\text{min}} * \frac{1 \text{ rev}}{2 \pi \text{ rad}} = 540 \frac{\text{rev}}{\text{min}}$$

$$\omega_1 = 540 \frac{\text{rev}}{\text{min}}$$



para la pista exterior $r_2 = 58 \text{ mm} = 0,058 \text{ m}$

$$v = \omega_2 * r_2$$

$$\omega_2 = \frac{v}{r_2} = \frac{1,3 \frac{\text{m}}{\text{seg}}}{0,058 \text{ m}} = 22,413 \frac{\text{rad}}{\text{seg}}$$

$$\omega_2 = 22,413 \frac{\text{rad}}{\text{seg}} * \frac{60 \text{ seg}}{1 \text{ min}} = 1344,82 \frac{\text{rad}}{\text{min}}$$

$$\omega_2 = 1344,82 \frac{\text{rad}}{\text{min}} * \frac{1 \text{ rev}}{2 \pi \text{ rad}} = 214,14 \frac{\text{rev}}{\text{min}}$$

$$\omega_2 = 214,14 \frac{\text{rev}}{\text{min}}$$

El aparato ajusta la rapidez angular ω del disco dentro de este margen, de modo que la información se mueve frente al lente objetivo a un ritmo constante.

B) El tiempo máximo de reproducción de un CD standard de música es 74 minutos 33 segundos. Cuántas revoluciones hace el disco durante ese tiempo?

$$t = 74 \text{ min} * \frac{60 \text{ seg}}{1 \text{ min}} = 4440 \text{ seg} + 33 \text{ seg} = 4473 \text{ seg}$$

$$t = 4473 \text{ seg} * \frac{1 \text{ min}}{60 \text{ seg}} = 74,55 \text{ min}$$

$$\theta = \frac{1}{2} (\omega_1 + \omega_2) t$$

$$\theta = \frac{1}{2} \left(540 \frac{\text{rev}}{\text{min}} + 214,14 \frac{\text{rev}}{\text{min}} \right) * 74,55 \text{ min}$$

$$\theta = \frac{1}{2} \left(754,14 \frac{\text{rev}}{\text{min}} \right) * 74,55 \text{ min}$$

$$\theta = 28120,63 \text{ rev.}$$

C) ¿Cuál es la longitud total de la pista que se mueve frente a la lente objetivo durante este tiempo? Debido a que conocemos la velocidad lineal (que es constante = 1,3 m/seg) y el tiempo = 4473 seg.

$$X = v * t$$

$$X = 1,3 \text{ m/seg} * 4473 \text{ seg}$$

$$X = 5814,9 \text{ metros}$$

D) ¿Cuál es la aceleración angular del CD durante el intervalo de 4473 seg. Suponga que α es constante.

$$\omega_2 = \omega_1 + \alpha * t$$

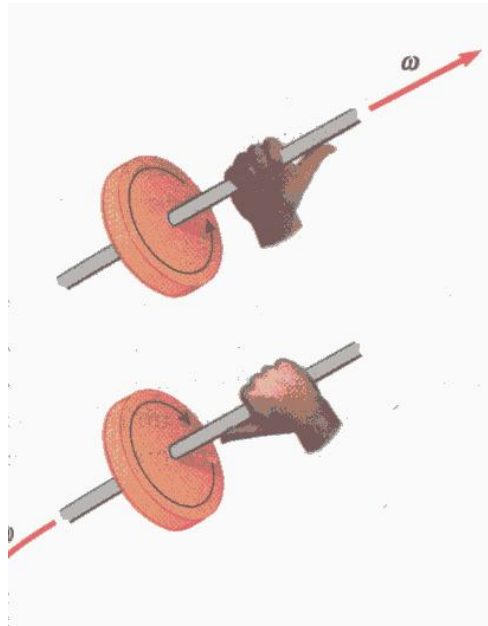
$$\omega_2 - \omega_1 = \alpha * t$$

$$\alpha = \frac{\omega_2 - \omega_1}{t} = \frac{214,14 \frac{\text{rev}}{\text{min}} - 540 \frac{\text{rev}}{\text{min}}}{74,55 \text{ min}} = \frac{-325,86 \frac{\text{rev}}{\text{min}}}{74,55 \text{ min}} = -4,37 \frac{\text{rev}}{\text{min}^2}$$

$$\alpha = -4,37 \text{ rev/min}^2$$

Ejemplo conceptual 10.2 Rueda giratoria Serway Edición 4 pag. 284

Cuando una rueda de radio R gira alrededor de un eje fijo como en la figura 10.3, todos los puntos sobre la rueda tienen la misma velocidad angular? ¿todos tienen la misma velocidad lineal? Si la velocidad lineal es constante e igual a W describa las velocidades lineales y las aceleraciones lineales de los puntos localizados en $r = 0$, $r = R/2$ y $r = R$, donde los puntos se miden desde el centro de la rueda.



Si todos los puntos sobre la rueda tienen la misma velocidad angular. Esta es la razón por la que usamos cantidades angulares para describir el movimiento rotacional.

No todos los puntos sobre la rueda tienen la misma velocidad lineal. El punto $r = 0$ tiene velocidad lineal cero y aceleración lineal cero.

Un punto en $r = R/2$ tiene una velocidad lineal $v = \omega * \frac{R}{2}$ y una aceleración lineal igual a la aceleración

$$\text{centrípeta } a_c = \frac{v^2}{\frac{R}{2}} = \frac{2v^2}{R} = \frac{2}{R} * \left(\omega \frac{R}{2} \right)^2 = \frac{2}{R} * \left(\omega^2 \frac{R^2}{4} \right)$$

$a_c = \left(\omega^2 \frac{R}{2} \right)$. La aceleración tangencial es cero en todos los puntos puesto que ω es constante.

Un punto sobre la orilla de la rueda en $r = R$ tiene velocidad lineal $v = \omega * R$ y una aceleración lineal igual a la aceleración centrípeta $a_c = \left(\omega^2 R \right)$

Ejemplo 10.3 una tornamesa giratoria Serway Edición 4 pag. 284

La tornamesa de un tocadiscos gira inicialmente a razón de 33 rev/min y tarda 2 seg. En detenerse. A) Cual es la aceleración angular de la tornamesa, suponiendo que la aceleración es uniforme?

$$\omega_0 = 33 \frac{\text{rev}}{\text{min}} * \frac{2\pi \text{ rad}}{1 \text{ rev}} * \frac{1 \text{ min}}{60 \text{ seg}} = \frac{30 * 2 * \pi \text{ rad}}{60 \text{ seg}}$$

$$\omega_0 = \frac{33 * 2 * \pi \text{ rad}}{60 \text{ seg}} = 3,455 \frac{\text{rad}}{\text{seg}}$$

$$\omega_f = \omega_0 + \alpha * t$$

Pero $\omega_f = 0$ a los 2 seg, cuando el tocadisco se detiene.

$$\omega_0 = - \alpha * t$$

$$\delta = -\frac{W_0}{t} = -\frac{3,455 \frac{\text{rad}}{\text{seg}}}{20 \text{ seg}} = -0,172 \frac{\text{rad}}{\text{seg}^2} \text{ el signo negativo indica que la } w \text{ esta disminuyendo.}$$

b) Cuantas revoluciones efectúa la tornamesa antes de detenerse?

$$\theta = W_0 * t + \frac{1}{2} \alpha * t^2$$

$$\theta = \left(3,455 \frac{\text{rad}}{\text{seg}} \right) * 20 \text{ seg} + \frac{1}{2} \left(-0,172 \frac{\text{rad}}{\text{seg}^2} \right) * (20 \text{ seg})^2$$

$$\theta = 69,1 \text{ rad} - \frac{1}{2} \left(0,172 \frac{\text{rad}}{\text{seg}^2} \right) * 400 \text{ seg}^2$$

$$\theta = 69,1 \text{ rad} - 34,4 \text{ rad}$$

$$\theta = 34,7 \text{ rad}$$

$$\theta = 34,7 \text{ rad} * \frac{1 \text{ rev}}{2 \pi \text{ rad}} = 5,52 \text{ rev}$$

c) Si el radio de la tornamesa es de 14 cm, cuales son las magnitudes de las componentes radial y tangencial de la aceleración lineal de un punto sobre la orilla en $t = 0$

$a_t = r \alpha$ (aceleración tangencial)

$a = r (W_0)^2$ aceleración radial

$$a_t = r * \delta = 14 \text{ cm} * (-0,172 \frac{\text{rad}}{\text{seg}^2}) = -2,408 \frac{\text{cm}}{\text{seg}^2}$$

$$a_r = r * W^2 = 14 \text{ cm} * (3,455 \frac{\text{rad}}{\text{seg}})^2 = 14 \text{ cm} * 11,93 \frac{\text{rad}^2}{\text{seg}^2} = 167,11 \frac{\text{cm}}{\text{seg}^2}$$

$$\mathbf{a_r = 167,11 \text{ cm/seg}^2}$$

Ejercicio ¿Cuál es la velocidad lineal inicial de un punto sobre la orilla de la tornamesa?

$$v = W * R$$

$$v = W * R = 3,455 \frac{\text{rad}}{\text{seg}} * 14 \text{ cm} = 48,37 \frac{\text{cm}}{\text{seg}}$$

$$\mathbf{v = 48,37 \text{ cm/seg}}$$