

Serie2: caractéristiques des Antennes

Exercice N°1

Un dipôle est formé de deux fils opposés se connectant sur chacun des conducteurs d'une ligne de transmission. La résistance de rayonnement à l'entrée d'un dipôle court totale h (au sens électrique i.e. $h \ll \lambda$) s'exprime

$$\text{ainsi : } R_{r-i-d(\text{court})} \approx 20\pi^2 \left(\frac{h}{\lambda}\right)^2$$

Cependant, lorsque le dipôle atteint totale de $\lambda/2$ –appelé dipôle demi-onde la résistance de rayonnement à l'entrée vaut environ 75Ω .

Un dipôle d'une longueur de 1.5 m émet une puissance de 1 W.

Estimez l'amplitude du courant d'entrée aux fréquences de 100 MHz (FM commercial) et 1 MHz AM commercial).

Exercice N°2

Une antenne émet un signal d'une puissance totale de 5 W. on mesure une densité de puissance qui suit l'expression suivante :

$$\langle P \rangle = \begin{cases} k \frac{\cos(\theta)}{r^2} & \text{avec } 0 \leq \theta \leq \frac{\pi}{2}, 0 \leq \phi \leq 2\pi \\ 0 & \text{ailleurs} \end{cases}$$

1. Donner la valeur de k qui convient.
2. Exprimez l'intensité de rayonnement normalisée et la fonction caractéristique de cette antenne.
3. Déterminer la largeur du faisceau à 3 dB dans le plan $\phi = \text{cte}$.
4. Exprimez sa directivité maximal vaut $D = 4$

Exercice N°3

Une antenne possède la fonction caractéristique suivante :

$$f(\theta, \phi) = |e^{-2\theta} \sin \phi|$$

1. Déterminez la directivité maximale.
2. Calculer la puissance émise nécessaire pour produire un champ électrique d'une amplitude de 10 mV/m à 5km dans la direction optimale.
3. Si cette fois le champ électrique d'une amplitude de 10 mV/m à 5 km est obtenu dans la direction ($\theta=60^\circ$, $\phi=30^\circ$), recalculer la puissance émise.

Exercice N°4

Deux antennes paraboliques circulaires sont employées pour un lien de communication de 50km à une fréquence de 956 MHz. L'antenne émettrice est une Andrews P4F-9-E7A ayant une directivité maximale de 18.4dB ($D_t = 69$) et la réceptrice est une Anixter Mark P-972G ayant une directivité maxime de 22.1 dB ($D_r = 162$).

Il faut absolument une puissance reçue de plus de 1 microwatt pour un bon rapport signal-à-bruit au récepteur. L'efficacité de rayonnement est assumée parfaite.

1. Déterminer la puissance émise.
2. Le manufacturier Anixter Mark spécifie que son antenne à un diamètre de 1.83 m ; déduisez alors l'efficacité d'ouverture ϵ_{apr} .

Solution Serie2: caractéristiques des Antennes

Exercice N°1

Un dipôle est formé de deux fils opposés se connectant sur chacun des conducteurs d'une ligne de transmission. La résistance de rayonnement à l'entrée d'un dipôle court totale h (au sens électrique i.e.

$h \ll \lambda$) s'exprime ainsi : $R_{r-i-d(court)} \approx 20\pi^2 \left(\frac{h}{\lambda}\right)^2$

Cependant, lorsque le dipôle atteint totale de $\lambda/2$ –appelé dipôle demi-onde la résistance de rayonnement à l'entrée vaut environ 75Ω .

Un dipôle d'une longueur de 1.5 m émet une puissance de 1 W.

Estimez l'amplitude du courant d'entrée aux fréquences de 100 MHz (FM commercial) et 1 MHz AM commercial).

Corrigé Exo1

*100 MHz $\Rightarrow \lambda = c/f = 3*10^8/10^8 = 3$ m, $h/\lambda = 1.5/3 = 0.5$, donc à cette fréquence le dipôle est un dipôle demi-onde la résistance de rayonnement à l'entrée vaut environ 75Ω .

La puissance : On a : $P = \frac{RI_{in}^2}{2} \Rightarrow I_{in} = \sqrt{\frac{2P}{R}} = \sqrt{\frac{2}{75}} = 0.1633$ A

* 1 MHz $\Rightarrow \lambda = c/f = 3*10^8/10^6 = 300$ m, $h/\lambda = 1.5/300 = 0.005$, donc à cette fréquence le dipôle est un dipôle court la résistance de rayonnement à l'entrée vaut $R_{r-i-d(court)} \approx 20\pi^2 \left(\frac{h}{\lambda}\right)^2 = 20\pi^2 \left(\frac{h}{\lambda}\right)^2 = 20\pi^2(0.005)^2 = 4.935 * 10^{-3} \Omega$

Le courant vaut : $I_{in} = \sqrt{\frac{2P}{R}} = \sqrt{\frac{2}{4.935*10^{-3}}} = 20.13$ A

Corrigé Exo2 :

Une antenne émet un signal d'une puissance totale de 5 W. On mesure une densité de puissance qui suit l'expression suivante :

$$\langle P \rangle = \begin{cases} k \frac{\cos(\theta)}{r^2} & \text{avec } 0 \leq \theta \leq \frac{\pi}{2}, 0 \leq \varphi \leq 2\pi \\ 0 & \text{ailleurs} \end{cases}$$

1. Donner la valeur de k qui convient.

La puissance : $P = \iint_S \langle \vec{P} \rangle \cdot \vec{dS}$ (: le point est le produit scalaire)

Dans notre cas la densité de puissance est selon \vec{r} donc $\vec{dS} = r^2 \sin \theta d\theta d\varphi \vec{u}_r$

$$P = \iint_S \langle \vec{P} \rangle \cdot \vec{dS} = \iint_S k \frac{\cos(\theta)}{r^2} \vec{u}_r \cdot r^2 \sin \theta d\theta d\varphi \vec{u}_r = \iint_S k \cos(\theta) \sin \theta \vec{u}_r \cdot \vec{u}_r d\theta d\varphi =$$

$$\int_0^{2\pi} \int_0^{\pi/2} k \cos(\theta) \sin \theta d\theta d\varphi = \int_0^{2\pi} k \left[\frac{\sin^2 \theta}{2} \right]_0^{\pi/2} d\varphi = \int_0^{2\pi} \frac{k}{2} (1 - 0) d\varphi = \frac{k}{2} \int_0^{2\pi} d\varphi = \frac{2k\pi}{2} (\vec{u}_r \cdot \vec{u}_r = 1)$$

Donc : $k\pi = 5 \Rightarrow k = 5/\pi$

2. Exprimez l'intensité de rayonnement normalisée et la fonction caractéristique de cette antenne.

On a : l'intensité de rayonnement $U = \langle \vec{P} \rangle \cdot r^2 = \begin{cases} \frac{\pi}{5} \cos(\theta) & \text{avec } 0 \leq \theta \leq \frac{\pi}{2}, 0 \leq \varphi \leq 2\pi \\ 0 & \text{ailleurs} \end{cases}$

L'intensité de rayonnement normalisée : $U_n = \begin{cases} \cos(\theta) & \text{avec } 0 \leq \theta \leq \frac{\pi}{2}, 0 \leq \varphi \leq 2\pi \\ 0 & \text{ailleurs} \end{cases}$

La fonction caractéristique : $f(\vartheta, \varphi) = \sqrt{U} = \begin{cases} \sqrt{\frac{\pi}{5} \cos(\theta)} & \text{avec } 0 \leq \theta \leq \frac{\pi}{2}, 0 \leq \varphi \leq 2\pi \\ 0 & \text{ailleurs} \end{cases}$

La fonction caractéristique normalisée $F(\vartheta, \varphi) = \frac{\sqrt{U}}{\sqrt{U_{max}}} = \begin{cases} \sqrt{\cos(\theta)} & \text{avec } 0 \leq \theta \leq \frac{\pi}{2}, 0 \leq \varphi \leq 2\pi \\ 0 & \text{ailleurs} \end{cases}$

3. Déterminer la largeur du faisceau à 3 dB dans le plan $\phi = \text{cte}$.

$U_n = 0.5, \Rightarrow \cos(\theta) = 0.5 \Rightarrow \theta = \pi/3$ comme le lobe est aussi symétrique on a : $\theta_{HPBW} = 2\pi/3 = 120^\circ$

4. Exprimez sa directivité maximal vaut $D = 4$

La directivité : $D = \frac{U_n}{U_0}, U_0 = \frac{P_{rad}}{4\pi}$,

$$P_{rad} = \iint_{\Omega} U d\Omega = \int_0^{2\pi} \int_0^{\pi/2} U(\theta, \varphi) \sin \theta d\theta d\varphi = \int_0^{2\pi} \int_0^{\pi/2} \cos(\theta) \sin \theta d\theta d\varphi = \int_0^{2\pi} \left[\frac{\sin^2 \theta}{2} \right]_0^{\pi/2} d\varphi = \int_0^{2\pi} \frac{1}{2} d\varphi = \frac{1}{2} \int_0^{2\pi} d\varphi = \frac{1}{2} \cdot 2\pi = \pi, U_0 = \frac{\pi}{4\pi} = 1/4$$

$$D = \frac{U_n}{U_0} = \begin{cases} 4 \cos(\theta) & \text{avec } 0 \leq \theta \leq \frac{\pi}{2}, 0 \leq \varphi \leq 2\pi \\ 0 & \text{ailleurs} \end{cases}$$

$D_{max} = 4$ pour $\theta = 0^\circ$

Corrigé Exo 3 :

Une antenne possède la fonction caractéristique suivante :

$$f(\theta, \phi) = |e^{-2\theta} \sin \phi|$$

1. Déterminez la directivité maximale.

La directivité : $D = \frac{U_n}{U_0}, U_0 = \frac{P_{rad}}{4\pi}$,

$$f(\vartheta, \varphi) = \sqrt{U}$$

$$U(\vartheta, \varphi) = f^2(\vartheta, \varphi) = e^{-4\theta} \sin^2 \phi$$

$$P_{rad} = \iint_{4\pi} U d\Omega = \int_0^{2\pi} \int_0^{\pi/2} U(\theta, \varphi) \sin \theta d\theta d\varphi = \int_0^{2\pi} \int_0^{\pi} e^{-4\theta} \sin^2 \phi \sin \theta d\theta d\phi$$

$$= \int_0^{2\pi} \sin^2 \phi d\phi \cdot \int_0^{\pi} e^{-4\theta} \sin \theta d\theta$$

$$\int_0^{\pi} e^{-4\theta} \sin \theta d\theta = e^{-4\theta} (-\cos \theta) \Big|_0^{\pi} - \int_0^{\pi} -4e^{-4\theta} (-\cos \theta) d\theta = 1.0000035 - 4 \int_0^{\pi} e^{-4\theta} (\cos \theta) d\theta$$

$$\begin{aligned}
\int_0^{\pi} e^{-4\theta} \sin \theta d\theta &= 1.0000035 - 4 \int_0^{\pi} e^{-4\theta} (\cos \theta) d\theta = \\
1.0000035 - 4 \left(e^{-4\theta} (\sin \theta) \Big|_0^{\pi} - \int_0^{\pi} -4e^{-4\theta} (\sin \theta) d\theta \right) &= \\
1.0000035 - 16 \int_0^{\pi} -4e^{-4\theta} (\sin \theta) d\theta &\Rightarrow 17 \int_0^{\pi} e^{-4\theta} (\sin \theta) d\theta = 1.0000035 \Rightarrow \\
\int_0^{\pi} e^{-4\theta} (\sin \theta) d\theta &= \frac{1.0000035}{17} = \frac{1}{17} \\
\int_0^{2\pi} \sin^2 \phi d\phi &= \int_0^{2\pi} \frac{1 + \cos 2\phi}{2} d\phi = \frac{1}{2} \left(\phi + \frac{\cos 2\phi}{2} \right) \Big|_0^{2\pi} = \pi \\
P_{rad} &= \iint_{4\pi} U d\Omega = \int_0^{2\pi} \int_0^{\pi/2} U(\theta, \phi) \sin \theta d\theta d\phi = \int_0^{2\pi} \int_0^{\pi} e^{-4\theta} \sin^2 \phi \sin \theta d\theta d\phi = \frac{\pi}{17} \\
D &= \frac{U_n}{U_0} = \frac{4\pi U_n}{P_{rad}} = \frac{4\pi e^{-4\theta} \sin^2 \phi}{P_{rad}} = \frac{4\pi * 17 e^{-4\theta} \sin^2 \phi}{\pi} = 68 e^{-4\theta} \sin^2 \phi
\end{aligned}$$

La direction optimale est pour $D=68$: $\theta = 0^\circ$ et $\phi = \pm 90^\circ$

2. Calculer la puissance émise nécessaire pour produire un champ électrique d'une amplitude de 10 mV/m à 5km dans la direction optimale.

La direction optimale est pour $D=68$: $\theta = 0^\circ$ et $\phi = 90^\circ$

$$P = \frac{E^2}{2\eta} = \frac{(10 \cdot 10^{-3})^2}{2 \cdot 120\pi} = \frac{10^{-4}}{753,6} = 13,2610^{-8} \text{ w/m}^2$$

$$10 \text{ mv à } 5 \text{ Km}^2 \quad P = \frac{P_0}{S} = \frac{P_0}{4\pi d^2}, \quad P_0 = 4\pi d^2 P = 4\pi (5000)^2 (13,2610^{-8})^2 = 41,7762 \text{ w}$$

Est comme le gain est 68 donc $p = 41,7762/68 = 0,61 \text{ w}$

3. Si cette fois le champ électrique d'une amplitude de 10 mV/m à 5 km est obtenu dans la direction ($\theta=60^\circ$, $\phi = 30^\circ$), recalculer la puissance émise.

($\theta=60^\circ$, $\phi = 30^\circ$), $E = 10 \text{ mV/m}$ à 5km

L'intensité de rayonnement $U(\theta, \phi)$

$$\text{La densité de rayonnement } P(\theta, \phi) = \frac{U(\theta, \phi)}{r^2} = \frac{e^{-4\theta} \sin^2 \phi}{r^2}$$

$$D(\theta = 60^\circ, \phi = 30^\circ) = 68 e^{-4 \cdot \frac{\pi}{3}} \sin^2(\pi/6) = 0.26$$

$$\text{La puissance dans ce cas } P_n = \frac{P_0}{D(\theta=60^\circ, \phi=30^\circ)} = \frac{41.7}{0.26} = 160 \text{ w}$$

Corrigé Exo N°4

Deux antennes paraboliques circulaires sont employées pour un lien de communication de 50km à une fréquence de 956 MHz. L'antenne émettrice est une Andrews P4F-9-E7A ayant une directivité

maximale de 18.4dB ($D_t = 69$) et la réceptrice est une Anixter Mark P-972G ayant une directivité maximale de 22.1 dB ($D_r = 162$).

Il faut absolument une puissance reçue de plus de 1 microwatt pour un bon rapport signal-à-bruit au récepteur. L'efficacité de rayonnement est assumée parfaite.

1. Déterminer la puissance émise.

2. Le manufacturier Anixter Mark spécifie que son antenne a un diamètre de 1.83 m ; déduisez alors l'efficacité d'ouverture ϵ_{apr} .

Les étapes sont :

* Trouvez la surface effective maximale en réception et en suite la densité de puissance incidente nécessaire

* Déduire la puissance isotropique émise puis celle demandée étant donnée la directivité en émission

La surface effective maximale en réception : $A_{emr} = D_r \frac{\lambda^2}{4\pi} = 162 \frac{(0.313)^2}{4\pi} = 1.27 \text{ m}^2$

La densité de puissance reçue $P_r = \frac{W_r}{A_{emr}} = \frac{10^{-6}}{1.27} = 0.78810^{-6} \text{ w/m}^2$

La puissance reçue isotrope : reçue à la distance d : $W_i = W_r 4\pi d^2$, ($4\pi d^2$: surface de la sphère)

$W_i = W_r 4\pi d^2 = 0.78810^{-6} * 4\pi * (50 * 10^3)^2 = 24.8 * 10^3 \text{ w}$

La surface de l'antenne parabolique circulaire d'antenne de réception est donnée par :

$$S_{pr} = \pi r_{pr}^2 = 3.14 * (1.83)^2 \text{ m}^2$$

L'efficacité d'ouverture ϵ_{apr} :

$A_e = \epsilon_r * A_{emr} \Rightarrow A_{em} = \epsilon_{apr} * A_p \Rightarrow \epsilon_{apr} = A_{em} / A_p =$ La surface effective maximale / surface physique

$\epsilon_{apr} = A_{em} / A_p = 1.27 / 1.83 = 48.3\%$

En règle. Générale, l'efficacité d'ouverture de la majorité des antennes paraboliques tourne autour du 50%.