

INSTITUTO FEDERAL DE  
EDUCAÇÃO, CIÊNCIA E TECNOLOGIA  
RIO GRANDE DO SUL  
Campus Feliz

# CURSO PREPARATÓRIO DE MATEMÁTICA

para o processo seletivo dos cursos técnicos integrados ao ensino médio do IFRS - Campus Feliz

Aula 9 – 12/05/2011  
Prof. Paulo Berndt

# **Monômios e Polinômios**

# Os Monômios

As expressões algébricas racionais inteiras representadas por um único produto são chamadas de **monômios** (ou **termos algébricos**). Um monômio representa um produto de números reais.

Veja os exemplos:

a)  $x^2$

b)  $\frac{2a}{3}$

c)  $\sqrt{3} \cdot ab^2$

d)  $\frac{3}{5}x$

Num monômio distinguimos o **coeficiente** (parte numérica) e a **parte literal** (parte com letras).

Monômio	Coeficiente	Parte literal
$5x^3y^2$	5	$x^3y^2$
$-\frac{2}{7}ab^3m$	$-\frac{2}{7}$	$ab^3m$
$\sqrt{2}x$	$\sqrt{2}$	$x$
$ab^5$	1	$ab^5$

# Exemplo

Determine o monômio que representa o perímetro da figura 1, a área da figura 2 e a área da figura 3.

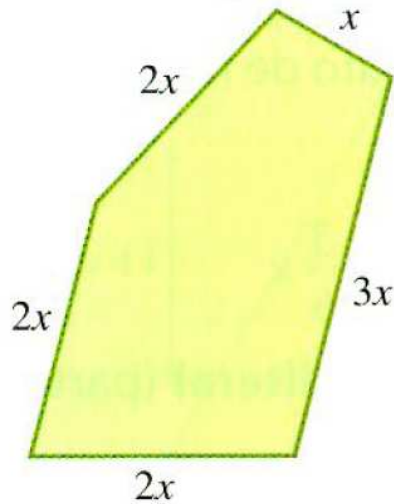


Figura 1

$$\text{Perímetro} = 2x + 2x + 2x + x + 3x$$

$$\text{Perímetro} = 10x$$

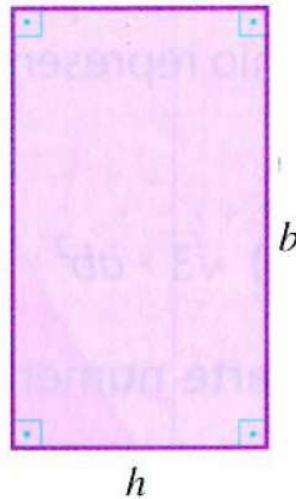


Figura 2

$$\text{Área} = \text{base} \times \text{altura}$$

$$\text{Área} = bh$$

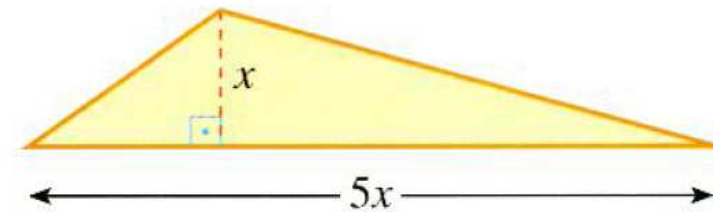


Figura 3

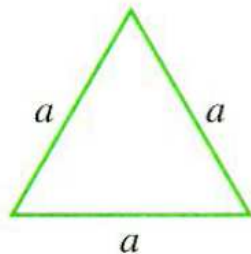
$$\text{Área} = \frac{\text{base} \times \text{altura}}{2}$$

$$\text{Área} = \frac{5x \cdot x}{2}$$

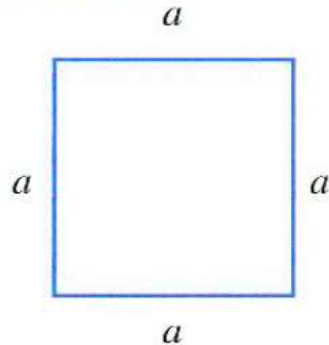
$$\text{Área} = \frac{5x^2}{2}$$

# Monômios Semelhantes

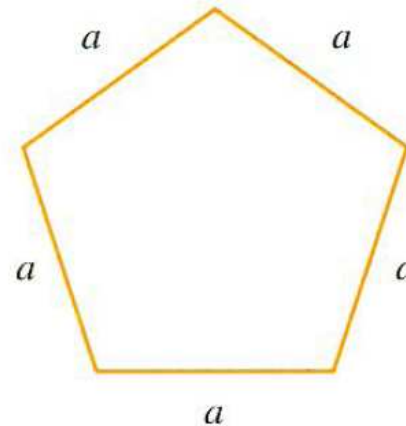
Considere os polígonos abaixo:



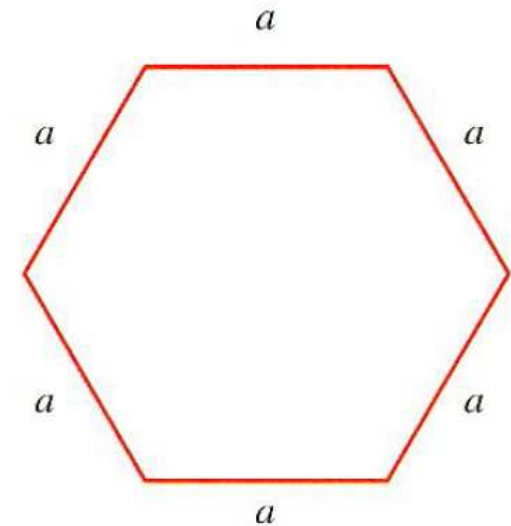
Triângulo



Quadrado



Pentágono



Hexágono

Observe que os perímetros desses polígonos podem ser indicados por monômios:

Polígono	triângulo	quadrado	pentágono	hexágono
Perímetro	$3a$	$4a$	$5a$	$6a$

Note que os monômios  $3a$ ,  $4a$ ,  $5a$  e  $6a$  têm a mesma parte literal.

Dizemos, então, que eles são **monômios semelhantes** ou **termos semelhantes**.

# Monômios Semelhantes

Termos semelhantes ou monômios semelhantes são aqueles que possuem a mesma parte literal ou não possuem parte literal (são números).

Veja outros exemplos.

- a) Os monômios  $9a^2x$  e  $-2a^2x$  têm a mesma parte literal  $a^2x$ . Portanto, **são termos semelhantes**.
- b) Os monômios  $-\frac{1}{4}y$ ,  $0,5y$  e  $-3y$  têm a mesma parte literal  $y$ . Logo, **são termos semelhantes**.
- c) Os monômios  $12a^2c$  e  $-ac^2$  não têm a mesma parte literal ( $a^2c \neq ac^2$ ). Logo, **não são termos semelhantes**.
- d)  $3$  e  $\sqrt{2}$  são dois números reais não-nulos, portanto, são monômios semelhantes (sem parte literal).



# Operações com Monômios

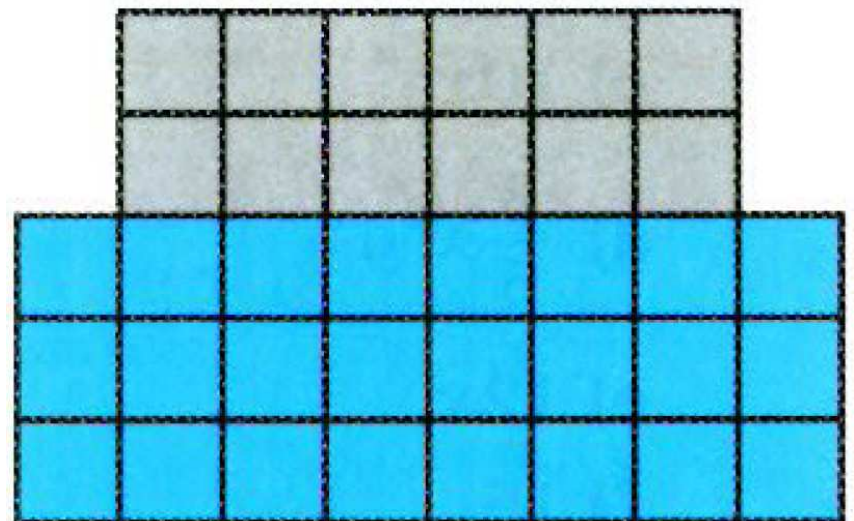
## Adição algébrica de monômios

Considere a figura ao lado. Nela, a área de cada quadradinho é  $x^2$ . A área da parte pintada de azul é  $24x^2$ . A área da parte pintada de cinza é  $12x^2$ .

A área da figura toda é obtida pela soma das áreas das duas partes pintadas, ou seja, pela adição dos monômios  $24x^2$  e  $12x^2$ . Veja:

$$24x^2 + 12x^2 = 36x^2$$

Assim, a área de toda a figura é  $36x^2$ .




# Adição de Monômios

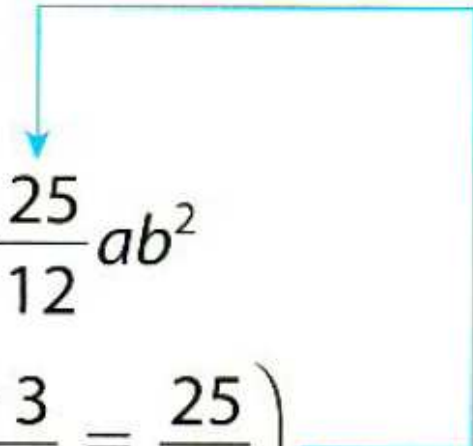
Na prática, a adição algébrica de monômios semelhantes é obtida somando-se algebricamente os coeficientes e conservando-se a parte literal.

$$\text{a) } -2x^2y + 3x^2y - 5x^2y = -4x^2y$$

$(-2 + 3 - 5 = -4)$



$$\text{b) } \frac{5}{2}ab^2 - \frac{2}{3}ab^2 + \frac{1}{4}ab^2 = \frac{25}{12}ab^2$$

$$\left( \frac{5}{2} - \frac{2}{3} + \frac{1}{4} = \frac{30 - 8 + 3}{12} = \frac{25}{12} \right)$$




# Multiplicação de Monômios

Recordemos as multiplicações de potências de bases iguais.

Veja os exemplos:

$$2^3 \cdot 2^2 = 2^{3+2} = 2^5$$

$$a \cdot a^2 \cdot a^4 = a^{1+2+4} = a^7$$

Observe o cálculo dos seguintes produtos:

$$\begin{aligned} \mathbf{a)} \quad (3a^2) \cdot (5ab) &= \\ &= (3 \cdot 5) \cdot (a^2 \cdot ab) = \\ &= 15 \cdot a^{2+1} \cdot b = 15a^3b \end{aligned}$$

# Multiplicação de Monômios

$$\begin{aligned}\mathbf{b)} \quad (+4xy^2) \cdot (-9a^3x^2y) &= 4 \cdot (-9) \cdot (x \cdot y^2 \cdot a^3 \cdot x^2 \cdot y) \\ &= -36a^3x^3y^3\end{aligned}$$

Na prática, o produto de dois monômios é obtido da seguinte forma:

- primeiro, multiplicam-se os coeficientes;
- a seguir, multiplicam-se as partes literais.

Veja outros exemplos.

$$\mathbf{a)} \quad (5a^2b) \cdot (-3a) = -15a^3b$$

$$\mathbf{b)} \quad (-4xy^2) \cdot (-2yz) = +8xy^3z$$

# Divisão de Monômios

Agora, recordemos as divisões de potências de bases iguais.

Veja os exemplos:

$$2^7 : 2^2 = 2^{7-2} = 2^5$$

$$a^4 : a = a^{4-1} = a^3$$

Observe o cálculo dos seguintes quocientes

$$\mathbf{a) } (+12a^4b^3) : (-2ab^2) = -6a^3b$$

$$\bullet (+12) : (-2) = -6$$

$$\bullet a^4 : a = a^{4-1} = a^3$$

$$\bullet b^3 : b^2 = b^{3-2} = b^1 = b$$

# Divisão de Monômios

$$\mathbf{b)} (-3xy^4) : (+3xy) = -1y^3 = -y^3$$

- $(-3) : (+3) = -1$

- $x : x = 1$

- $y^4 : y = y^{4-1} = y^3$

Na prática, a divisão de dois monômios é obtida da seguinte forma:

- primeiro, dividem-se os coeficientes;
- a seguir, dividem-se as partes literais.

# Divisão de Monômios

Veja outros exemplos:

$$\begin{aligned}\text{a)} \quad \left(-\frac{2}{3}x^4y^3\right) : \left(\frac{4}{5}xy^2\right) &= \left(-\frac{2}{3} : \frac{4}{5}\right) \cdot (x^4 : x) \cdot (y^3 : y^2) \\ &= \left(-\frac{2}{3} \cdot \frac{5}{4}\right) \cdot x^3y \\ &= -\frac{5}{6}x^3y\end{aligned}$$

# Divisão de Monômios

$$\mathbf{b)} \ (-2a^4x) : (-5a) = [(-2) : (-5)] \cdot (a^4 : a) \cdot x$$

$$= \frac{2}{5}a^3x$$



# Potenciação de Monômios

Recordemos que:

$$(a^2)^3 = a^{2 \cdot 3} = a^6$$

$$(a^2 \cdot b)^3 = (a^2)^3 \cdot b^3 = a^6 \cdot b^3$$

Observe o cálculo das potências:

$$\mathbf{a)} \quad (-2a^3x)^2 = (-2)^2 \cdot (a^3)^2 \cdot x^2 = 4a^6x^2$$

$$\mathbf{b)} \quad \left(-\frac{2}{3}m^2x\right)^3 = \left(-\frac{2}{3}\right)^3 \cdot (m^2)^3 \cdot x^3 = -\frac{8}{27}m^6x^3$$

# Potenciação de Monômios

Na prática, a potência de um monômio é obtida da seguinte forma:

- eleva-se o coeficiente à potência indicada;
- a seguir, eleva-se a parte literal à potência indicada.

Veja outros exemplos.

$$\mathbf{a)} \quad (-5a)^2 = 25a^2$$

$$\mathbf{b)} \quad \left(+\frac{3}{5}x^2y\right)^3 = \frac{27}{125}x^6y^3$$

# Polinômios

Considere as figuras abaixo.

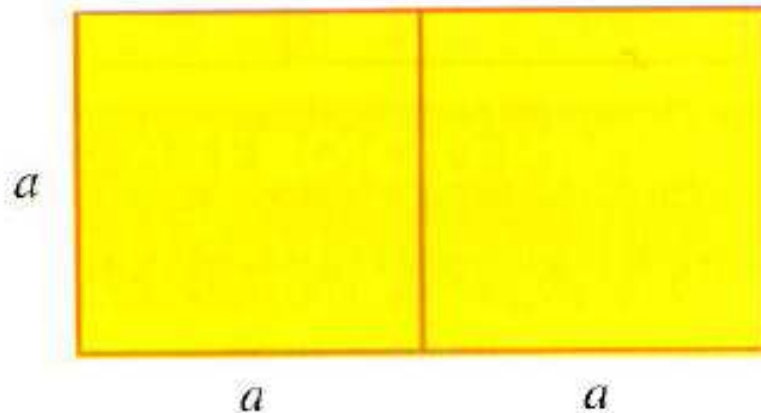


Figura 1

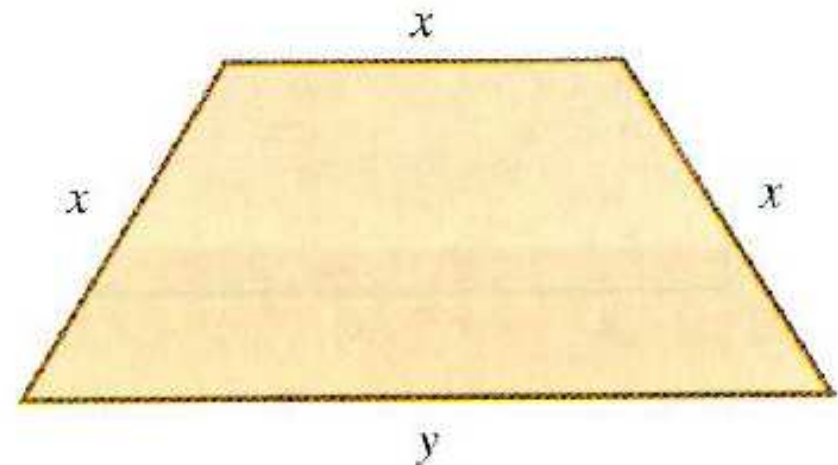


Figura 2

A figura 1 é formada por dois quadrados. A medida do lado de cada quadrado é  $a$ .

A área de cada quadrado é  $a^2$ .

A expressão que representa a área da figura 1 é  $2a^2$ .

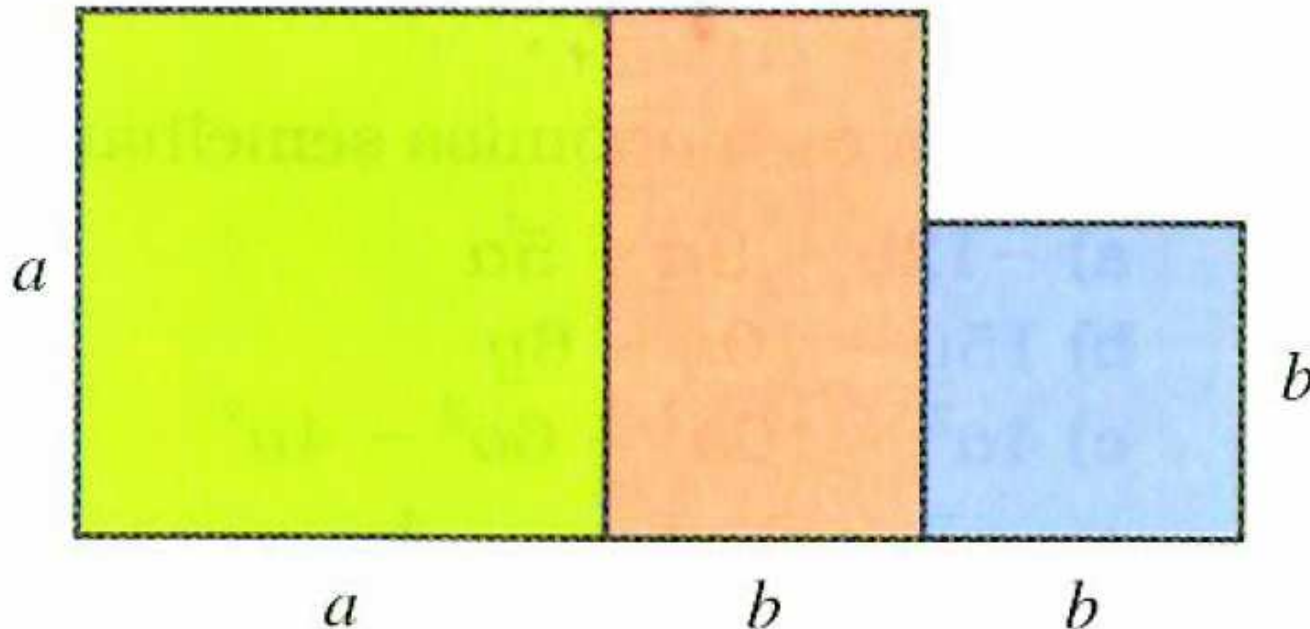
Na figura 2, temos um lado de medida  $y$  e três lados de medida  $x$ .

A expressão que representa o perímetro do polígono da figura 2 é  $3x + y$ .

# Polinômios

A figura ao lado é formada por:

- um quadrado de lado  $a$  com área  $a^2$ ;
- um retângulo de área  $ab$ ;
- um quadrado de lado  $b$  com área  $b^2$ .



# Polinômios

A expressão que representa a área da figura toda é  $a^2 + ab + b^2$ .

As expressões  $2a^2$ ,  $3x + y$  e  $a^2 + ab + b^2$  são exemplos de polinômios.

**Polinômio** é toda expressão algébrica racional inteira.

## Polinômios com uma só variável

Observe os polinômios.

**a)**  $x^2 - 8x + 12$  possui somente a variável  $x$ ;

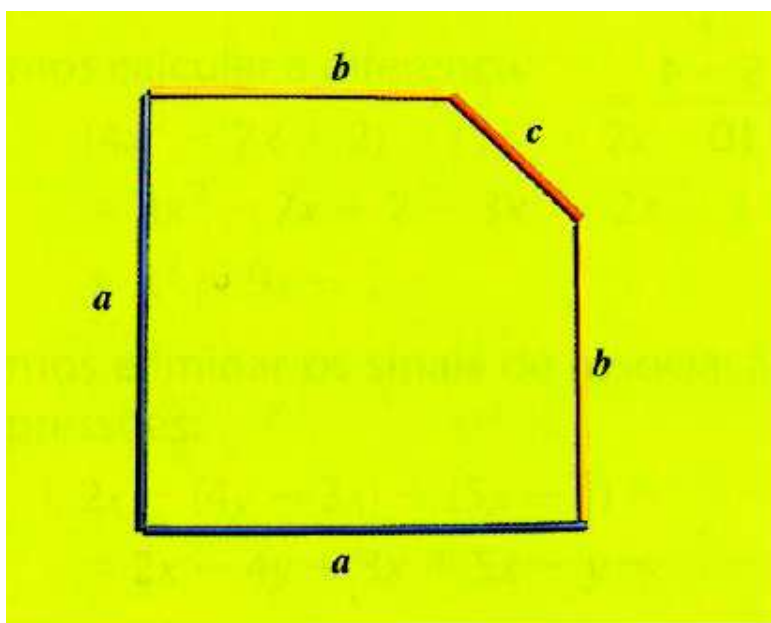
**b)**  $2y^4 - 3y^2 + 5y - 6$  possui somente a variável  $y$ ;



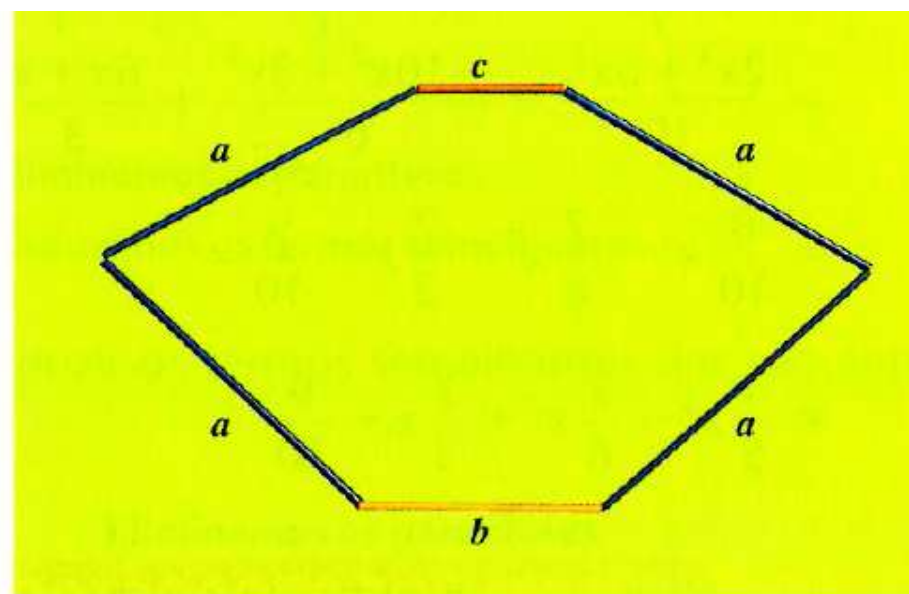
# Operações com Polinômios

## Adição de polinômios

Com seis varetas de medida  $a$ , três varetas de medida  $b$  e duas de medida  $c$ , podemos construir os polígonos abaixo.



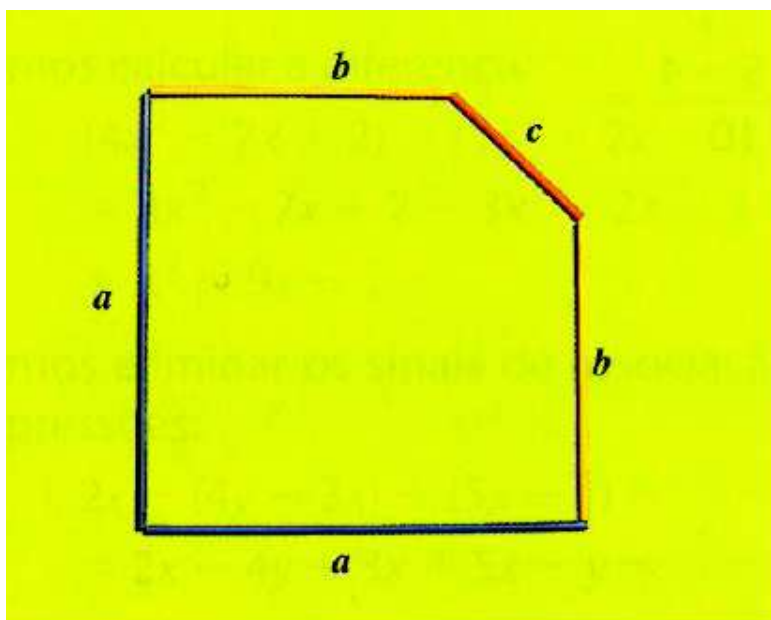
Polígono 1



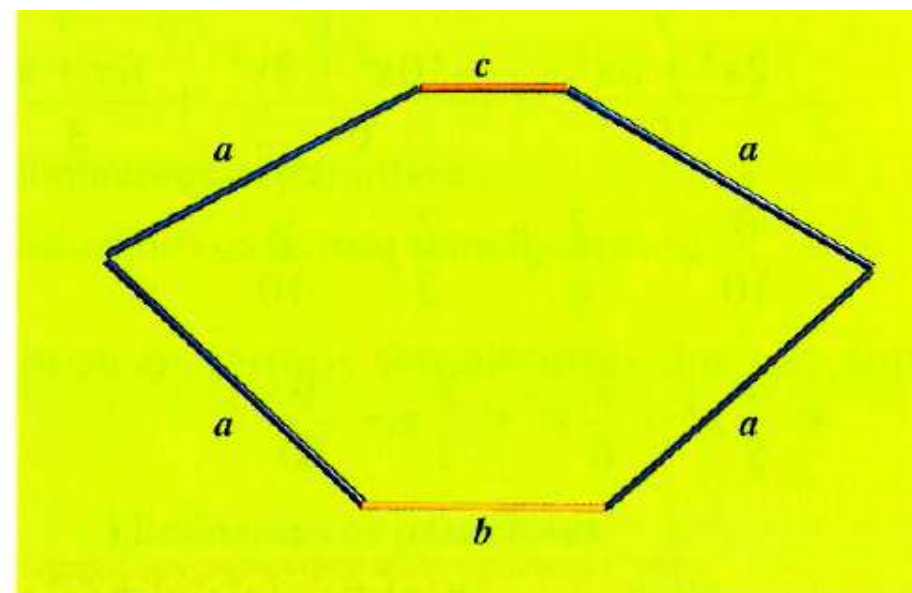
Polígono 2



# Adição de Polinômios



Polígono 1



Polígono 2

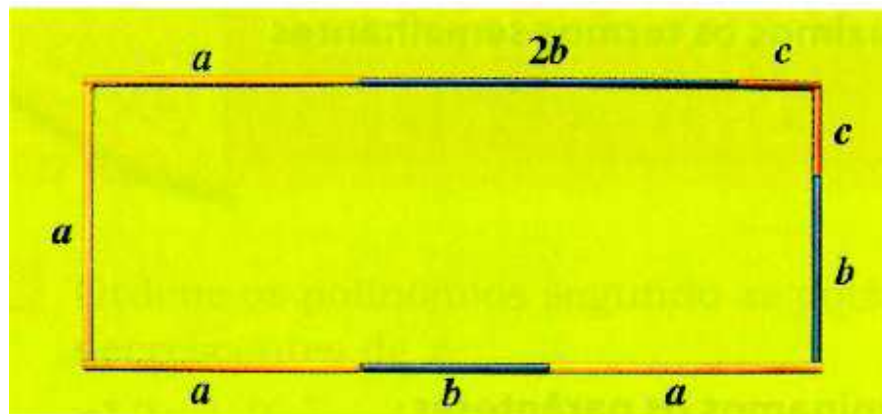
Na construção do polígono 1, foram utilizadas 2 varetas de medida  $a$ , 2 de medida  $b$  e 1 de medida  $c$ . O perímetro desse polígono é  $2a + 2b + c$ .

Na construção do polígono 2, foram utilizadas 4 varetas de medida  $a$ , 1 de medida  $b$  e 1 de medida  $c$ . O polinômio que representa o perímetro desse polígono é  $4a + b + c$ , que é um polinômio nas variáveis  $a, b$  e  $c$ .

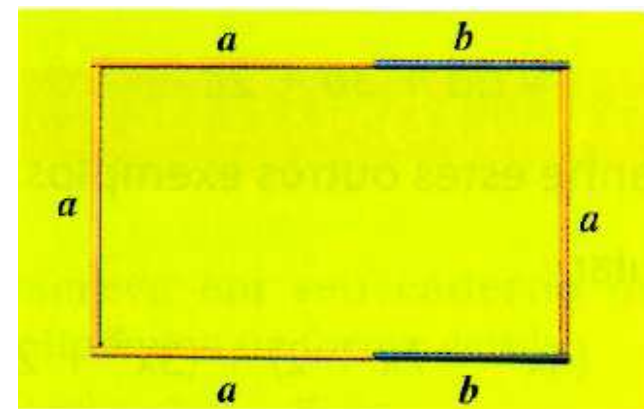
# Subtração de Polinômios

## Subtração de polinômios

O polígono 1 foi construído com 4 varetas de medida  $a$ , 4 varetas de medida  $b$  e 2 varetas de medida  $c$ . O polígono 2 foi construído com 4 varetas de medida  $a$  e 2 varetas de medida  $b$ .



Polígono 1



Polígono 2

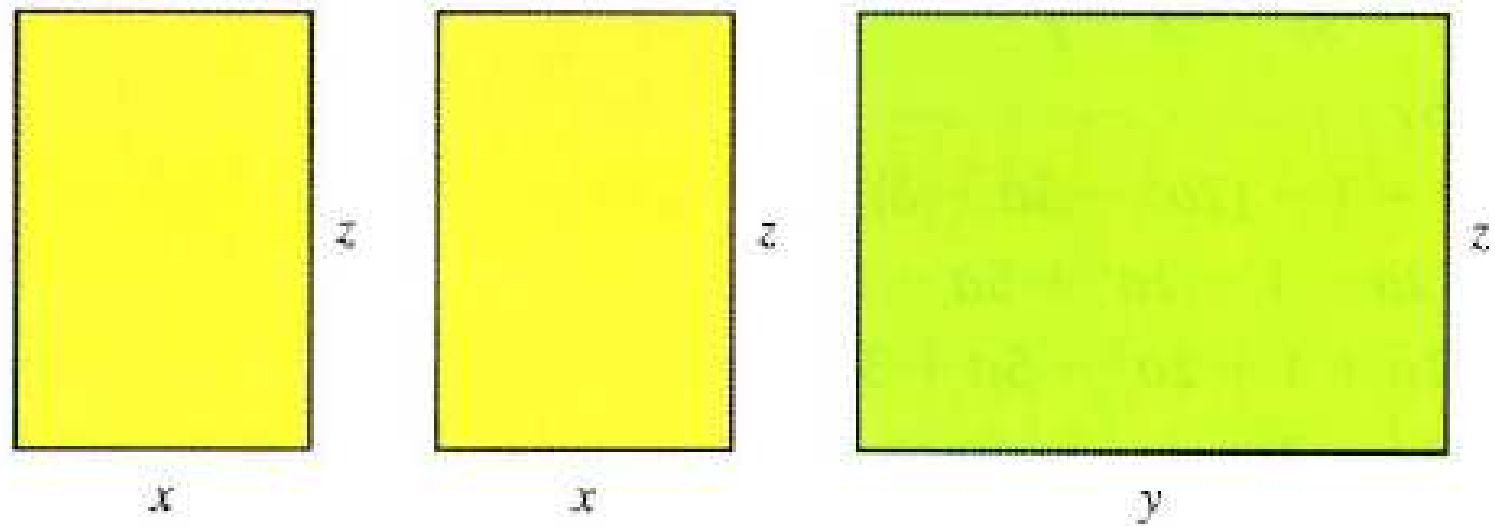
Assim, o polinômio que representa o perímetro do polígono 1 é  $4a + 4b + 2c$  e o polinômio que representa o perímetro do polígono 2 é  $4a + 2b$ .

Na construção dos dois polígonos, verificamos que:

$$(4a + 4b + 2c) - (4a + 2b) = 2b + 2c$$

# Multiplicação entre Polinômio e Monômio

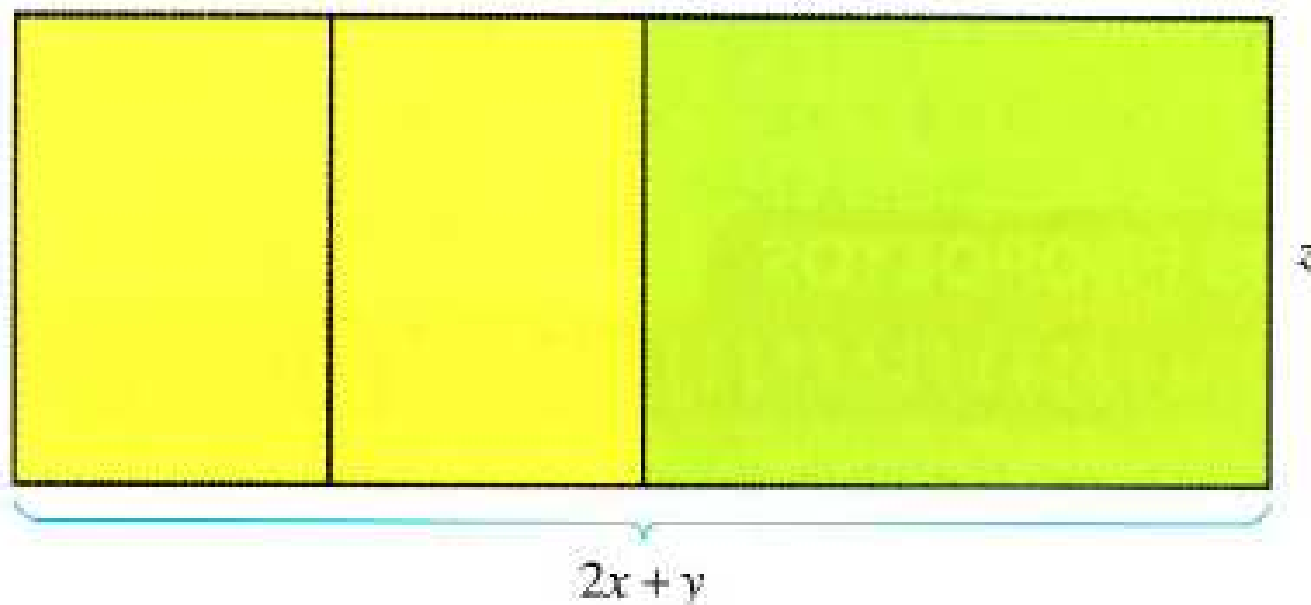
Considere as seguintes figuras formadas por retângulos:



A soma das áreas dessas figuras é:  $xz + xz + yz = 2xz + yz$ .

# Multiplicação entre Polinômio e Monômio

Agrupando as três figuras, formamos um retângulo maior:



A base desse retângulo mede  $2x + y$  e a altura mede  $z$ . Portanto, a área desse retângulo é  $(2x + y) \cdot z$ .

$$(2x + y) \cdot z = 2xz + yz$$

# Multiplicação entre Polinômios

Considere as figuras.

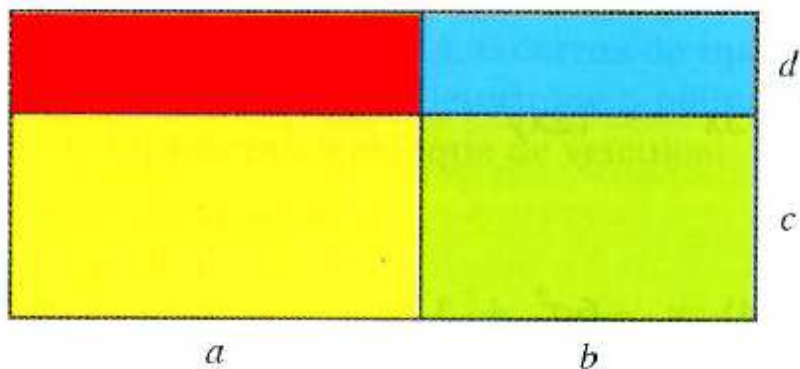


Figura 1

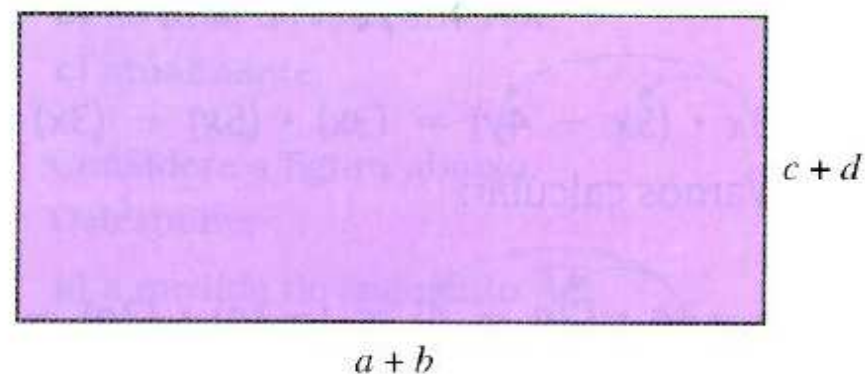


Figura 2

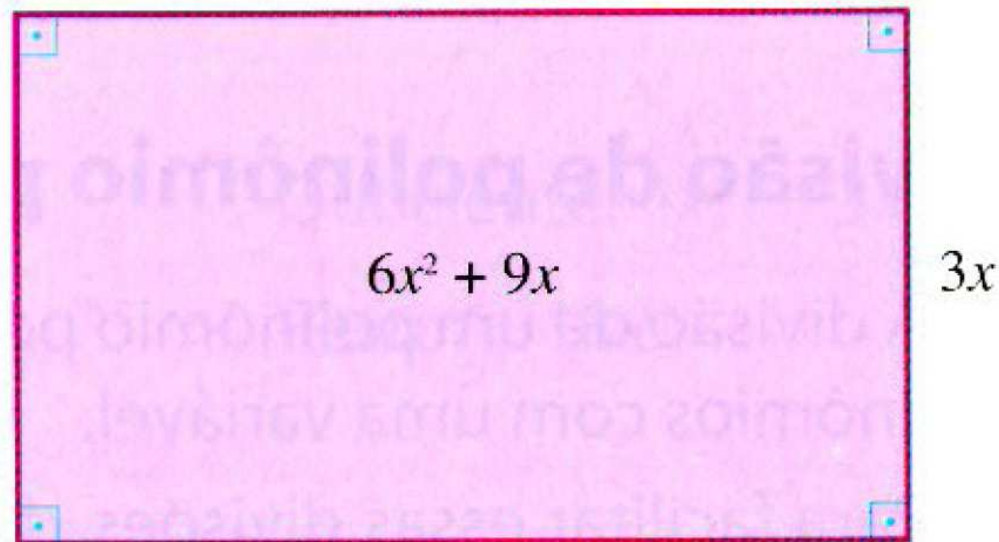
$$(a + b) \cdot (c + d) = ac + ad + bc + bd$$

# Divisão de Polinômio por Monômio

Considere o retângulo ao lado.

A área desse retângulo é representada pelo polinômio  $6x^2 + 9x$  e a medida da altura pelo monômio  $3x$ .

$$(6x^2 + 9x) : (3x) = 2x + 3.$$





# Divisão de Polinômio por Polinômio

## Exemplo

Calcular o quociente de  $12x^4 - 17x^3 - 3x^2 - 11x - 3$  por  $3x^2 - 2x - 3$ .

$$\begin{array}{r} 12x^4 - 17x^3 - 3x^2 - 11x - 3 \quad \overline{) 3x^2 - 2x - 3} \\ -12x^4 + 8x^3 + 12x^2 \phantom{- 11x - 3} \\ \hline -9x^3 + 9x^2 - 11x - 3 \\ 9x^3 - 6x^2 - 9x \phantom{- 3} \\ \hline 3x^2 - 20x - 3 \\ - 3x^2 + 2x + 3 \\ \hline -18x \end{array}$$

Quociente:  $4x^2 - 3x + 1$

Resto:  $-18x$

# Divisão de Polinômio por Polinômio

## Exemplo

Calcular o quociente de  $8x^3 - 1$  por  $2x - 1$ .

Como o polinômio dividendo é incompleto, vamos escrevê-lo na forma geral:

$$8x^3 + 0x^2 + 0x - 1$$

$$\begin{array}{r} 8x^3 + 0x^2 + 0x - 1 \quad \bigg| \quad 2x - 1 \\ -8x^3 + 4x^2 \phantom{+ 0x - 1} \\ \hline 4x^2 + 0x - 1 \\ -4x^2 + 2x \phantom{- 1} \\ \hline 2x - 1 \\ -2x + 1 \\ \hline 0 \end{array}$$

$$\text{Quociente: } 4x^2 + 2x + 1$$

$$\text{Resto: } 0$$