

إعداد محمد عبد القادر

# المحاصر



## في الرياضيات

موقع ايجي فاست التعليمي

إعداد

نخبة من خبراء التعليم

الأول  
الإعدادي

الفصل الدراسي الأول



مكتبة الطلبة  
للطباعة والنشر والتوزيع  
٣ شارع كامل صدقي - القاهرة  
تليفون: ٢٥٩٢٩٩٧ - ٢٥٩٣٧٧٩  
e-mail: info@elmoasserbooks.com  
www.elmoasserbooks.com

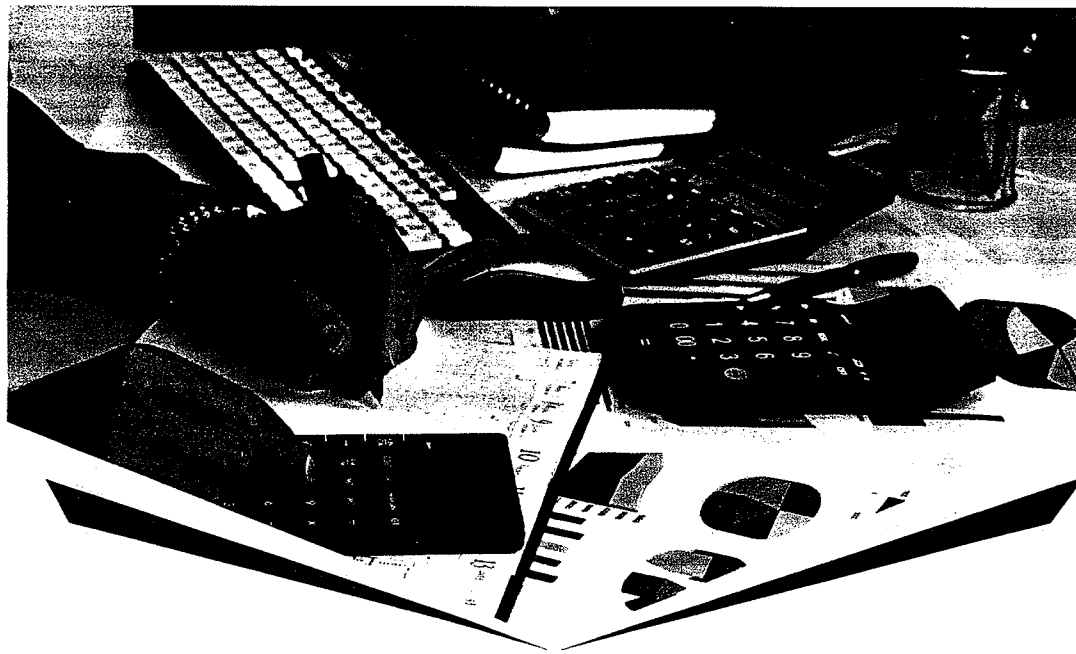
الرموز الرياضية الهامة المستخدمة بالكتاب

الرمز	المعنى	الرمز	المعنى
=	يساوى	≈	القوة النونية للعدد ٢ « ٢ أس ٢ »
≠	لا يساوى	↔	المستقيم ٢
⊃	ينتمى إلى	↔	الشعاع ٢
⊄	لا ينتمى إلى	↔	القطعة المستقيمة ٢
⊂	مجموعة جزئية من	↔	طول القطعة المستقيمة ٢
⊈	ليست مجموعة جزئية من	↔	الزاوية ٢
∩	تقاطع	∠ (د ٢)	قياس الزاوية ٢
∪	اتحاد	//	يوازي
∅ أو { }	المجموعة الخالية (فاى)	⊥	عمودى على
ط	مجموعة الأعداد الطبيعية	⊥	زاوية قائمة
ص	مجموعة الأعداد الصحيحة	Δ	مثلث
ن	مجموعة الأعداد النسبية	≡	تطابق
>	أقل من		
<	أكبر من		
≥	أقل من أو يساوى		
≤	أكبر من أو يساوى		
٢	القيمة المطلقة للعدد ٢		

توزيع مقرر الرياضيات للصف الأول الإعدادى  
الفصل الدراسى الأول

الشهر	الجبر والإحصاء (فترة ونصف أسبوعياً)	الهندسة والقياس (فترة واحدة أسبوعياً)
ياقن سبتمبر وأكتوبر	<ul style="list-style-type: none"> <li>مجموعة الأعداد النسبية</li> <li>مقارنة وترتيب الأعداد النسبية</li> <li>جمع الأعداد النسبية</li> <li>خواص عملية الجمع فى مجموعة الأعداد النسبية</li> <li>طرح الأعداد النسبية</li> <li>ضرب الأعداد النسبية</li> <li>خواص عملية الضرب فى مجموعة الأعداد النسبية</li> <li>قسمة الأعداد النسبية</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>مفاهيم هندسية :</li> <li>(القطعة المستقيمة - الخط المستقيم</li> <li>- الشعاع - الزاوية - أنواع الزوايا</li> <li>- الزاويتان المتجاورتان - الزاويتان المتتامتان - الزاويتان المتكاملتان</li> <li>- الزاويتان المتجاورتان المتكاملتان - الزاويتان المتقابلتان بالرأس - الزوايا المتجمعة حول نقطة - منصف الزاوية)</li> <li>التطابق</li> <li>تطابق المثلثات وحالات تطابق مثلثين</li> </ul>
نوفمبر	<ul style="list-style-type: none"> <li>الحدود والمقادير الجبرية</li> <li>الحدود المتشابهة</li> <li>جمع المقادير الجبرية وطرحها</li> <li>ضرب الحدود الجبرية وقسمتها</li> <li>ضرب حد جبرى فى مقدار جبرى</li> <li>ضرب مقدار جبرى فى مقدار جبرى</li> <li>قسمة مقدار جبرى على حد جبرى</li> <li>قسمة مقدار جبرى على مقدار جبرى آخر</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>التوازي :</li> <li>- إذا قطع مستقيم مستقيمين متوازيين ...</li> <li>- يتوازي المستقيمان إذا ...</li> <li>- المستقيم العمودى على أحد مستقيمين متوازيين ...</li> <li>- إذا وازى مستقيمان مستقيماً ثالثاً ...</li> <li>- إذا قطع مستقيم عدة مستقيمات متوازية ...</li> </ul>
ديسمبر	<ul style="list-style-type: none"> <li>التحليل بإخراج العامل المشترك الأعلى</li> <li>قراءة البيانات وتمثيلها بيانياً</li> <li>الموال - الوسيط - الوسط الحسابى</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>إنشاءات هندسية :</li> <li>- منصف لزاوية معلومة</li> <li>- عمود على مستقيم مار بنقطة لا تنتمى إلى المستقيم</li> <li>- زاوية مطابقة لزاوية معلومة</li> <li>- تنصيف قطعة مستقيمة</li> <li>- عمود على مستقيم مار بنقطة تنتمى إلى المستقيم</li> <li>- رسم مستقيم من نقطة معلومة موازياً لمستقيم معلوم</li> </ul>
يناير	تمارين عامة ونماذج امتحانات	

ملاحظة: الأنشطة مواكبة لتدريس المقرر



## أولاً الجبر والإحصاء

الوحدة الأولى الأعداد النسبية

الوحدة الثانية الجبر

الوحدة الثالثة الإحصاء

• مفاهيم ومهارات أساسية تراكمية في نهاية فرع الجبر والإحصاء.

## محتويات الكتاب

أولاً الجبر والإحصاء

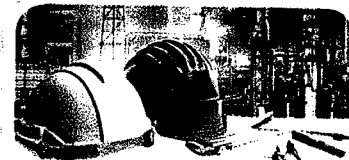
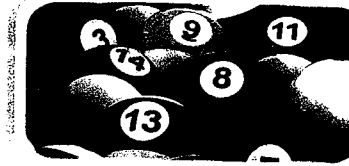
الوحدة الأولى الأعداد النسبية

الوحدة الثانية الجبر

الوحدة الثالثة الإحصاء

ثانياً الهندسة

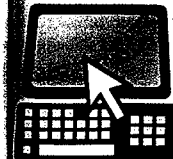
الوحدة الرابعة الهندسة والقياس



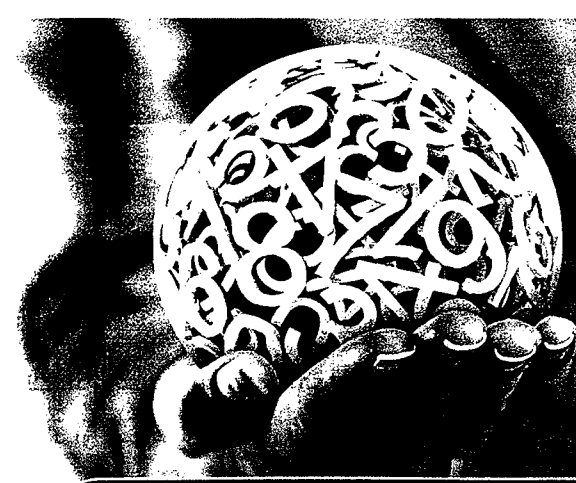
• كراسة المعاصر للتقويم المستمر تساعدك على تقييم نفسك أولاً بأول.

• الجزء الخاص بالإجابات يساعدك على التأكد من إجابتك.

أنشطة باستخدام  
الحاسب الآلي  
في نهاية المقرر



مجاني  
مع الكتاب



# الدرس 1

## مجموعة الأعداد النسبية

### تمهيد

- درست في المرحلة الابتدائية بعض مجموعات الأعداد مثل :  
 \* مجموعة أعداد العد =  $\{1, 2, 3, 4, \dots\}$   
 \* مجموعة الأعداد الطبيعية ط =  $\{0, 1, 2, 3, 4, \dots\}$   
 \* مجموعة الأعداد الصحيحة ص =  $\{\dots, -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, \dots\}$
- وفي هذه الوحدة سنتعرف على مجموعة أخرى من الأعداد تُسمى «مجموعة الأعداد النسبية» ويُرمز لها بالرمز  $\mathbb{Q}$

### الأعداد النسبية

الأعداد :  $\frac{1}{4}, -\frac{5}{8}, 3, \text{ صفر }, \frac{1}{3}, 0.7, 0.0, 2.5, 15\%$  جميعها أعداد نسبية.

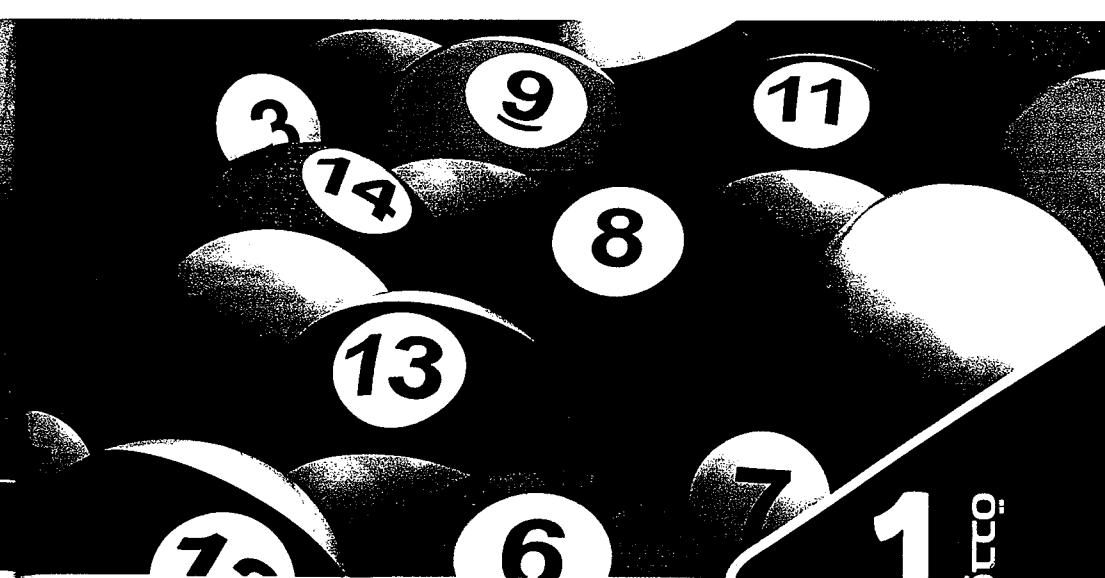
### تعريف العدد النسبي

العدد النسبي هو العدد الذي يمكن التعبير عنه في صورة قسمة عدد صحيح على عدد صحيح آخر لا يساوي الصفر.

أي أن : الأعداد النسبية هي جميع الأعداد التي يمكن وضعها على الصورة  $\frac{a}{b}$

حيث  $a$  عدد صحيح ،  $b$  عدد صحيح لا يساوي الصفر

، ويُسمى كل من  $a$  ،  $b$  حدى العدد النسبي  $\frac{a}{b}$



# الوحدة 1

## الأعداد النسبية

مجموعة الأعداد النسبية.

مقارنة وترتيب الأعداد النسبية.

جمع وطرح الأعداد النسبية.

ضرب وقسمة الأعداد النسبية.

تطبيقات على الأعداد النسبية.

الدرس الأول

الدرس الثاني

الدرس الثالث

الدرس الرابع

الدرس الخامس

تمرين عام  
من الكتاب المدرسي  
في نهاية الوحدة

### البيروني :



محمد بن أحمد أبو الريحان البيروني  
تولد سنة 363 هـ / 973 م

من علماء الرياضيات العرب ، وقد ذكر أن الأرقام تختلف في الهند

باختلاف المحلات ، وقال إن الأرقام الهندية هي :

١، ٢، ٣، ٤، ٥، ٦، ٧، ٨، ٩، ٠ وتستخدم في الشرق العربي

والأرقام الأندلسية هي : 1، 2، 3، 4، 5، 6، 7، 8، 9، 0

وتستخدم في المغرب العربي والأندلس.



مما سبق يمكن التعبير عن مجموعة الأعداد النسبية كالتالي :

$$\text{مجموعة الأعداد النسبية } \mathbb{Q} = \left\{ \frac{a}{b} : a \in \mathbb{Z}, b \in \mathbb{Z}, b \neq 0 \right\}$$

بناءً على التعريف السابق ، يمكننا أن نقول :

١ جميع الأعداد والكسور العشرية هي أعداد نسبية.

لأن أي عدد أو كسر عشري يمكن التعبير عنه في صورة  $\frac{a}{b}$

حيث :  $a$  ،  $b$  عددان صحيحان ،  $b \neq 0$

فمثلاً :  $2,5$  يمكن التعبير عنه في صورة  $\frac{25}{10}$  أو  $\frac{5}{2}$  أو  $\frac{250}{100}$  ...

$0,7$  يمكن التعبير عنه في صورة  $\frac{7}{10}$  أو  $\frac{70}{100}$  أو ...

٢ جميع النسب المئوية هي أعداد نسبية.

لأن أي نسبة مئوية يمكن التعبير عنها في صورة  $\frac{a}{100}$

حيث :  $a$  ،  $b$  عددان صحيحان ،  $b \neq 0$

فمثلاً :  $15\%$  يمكن التعبير عنها في صورة  $\frac{15}{100}$  أو  $\frac{150}{1000}$  أو ...

٣ جميع الأعداد الصحيحة هي أعداد نسبية.

لأن أي عدد صحيح يمكن كتابته على الصورة  $\frac{a}{1}$  حيث :  $a$  ،  $b$  عددان صحيحان ،  $b \neq 0$

فمثلاً :  $2$  يمكن التعبير عنها في صورة  $\frac{2}{1}$  أو  $\frac{4}{2}$  أو  $\frac{6}{3}$  أو ...

• صفر يمكن التعبير عنه في صورة  $\frac{0}{1}$  أو  $\frac{0}{2}$  أو  $\frac{0}{3}$  أو ...

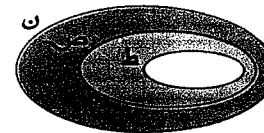
•  $-16$  يمكن التعبير عنها في صورة  $-\frac{16}{1}$  أو  $-\frac{32}{2}$  أو  $-\frac{48}{3}$  أو ...

وعلى هذا فإن : مجموعة الأعداد الصحيحة مجموعة جزئية من مجموعة الأعداد النسبية.

أي أن :  $\mathbb{Z} \subset \mathbb{Q}$

وحيث إن :  $\mathbb{Z} \subset \mathbb{Q}$  فإن :  $\mathbb{Z} \subset \mathbb{Q}$

والشكل المقابل يوضح ذلك.



### ملاحظة

كل عدد صحيح هو عدد نسبي ولكن ليس كل عدد نسبي هو عدد صحيح.

فمثلاً :  $\frac{12}{5}$  يعبر عن عدد صحيح لأن :  $12$  تقبل القسمة على  $5$  ويكون الناتج  $2$

•  $\frac{25}{4}$  لا يعبر عن عدد صحيح لأن :  $25$  لا تقبل القسمة على  $4$

### مثال ١

وضح لماذا يكون كل من الأعداد الآتية عددًا نسبيًا :

$$1 \frac{2}{5} \quad 2 - 17 \quad 3 \dots 0,6 \quad 4 \ 27\%$$

### الحل

كل من الأعداد الأربعة السابقة عدد نسبي لأنه يمكن كتابة كل منها على صورة  $\frac{a}{b}$

حيث :  $a$  ،  $b$  عددان صحيحان ،  $b \neq 0$  كما يلي :

$$\begin{aligned} 1 \frac{2}{5} &= \frac{12}{5} = \frac{2 + (5 \times 2)}{5} = \frac{12}{5} \\ 2 - 17 &= -15 = \frac{-15}{1} \\ 3 \dots 0,6 &= \frac{6}{10} = \frac{3}{5} \\ 4 \ 27\% &= \frac{27}{100} \end{aligned}$$

### حاول بنفسك

وضح لماذا يكون كل من الأعداد الآتية عددًا نسبيًا :

$$1 \frac{2}{3} \quad 2,07 \quad 3 - 5 \quad 4 \ 30\% \quad 5 \ 102\%$$

### ملاحظة

إذا كان :  $\frac{a}{b}$  عددًا نسبيًا فإن :  $b \neq 0$  صفر

### مثال ٢

إذا كانت  $\frac{a}{b}$  عددًا صحيحًا فاكتب الشرط اللازم لكي يكون كل مما يأتي عددًا نسبيًا :

$$1 \ \frac{2}{3} \quad 2 \ \frac{7}{3-5}$$

الحل

١.  $\frac{2}{3}$  يكون عددًا نسبيًا إذا كان :  $2 \neq 3$  .

وعلى هذا فإن الشرط المطلوب هو :  $3 \neq 0$  .

٢.  $\frac{7}{3-3}$  يكون عددًا نسبيًا إذا كان :  $3-3 \neq 0$  .

وعلى هذا فإن الشرط المطلوب هو :  $3 \neq 3$  .

ملاحظة

إذا كان العدد النسبي  $\frac{1}{3}$  = صفر فإن :  $3 = 0$  صفر

مثال ٢

إذا كان العدد النسبي  $\frac{3-3}{3+3}$  = صفر ، فأوجد قيمة 3

الحل

بما أن :  $\frac{3-3}{3+3} = \text{صفر}$  إذن  $3-3 = 0$  صفر  
أي أن :  $3 = 3$

حاول بنفسك

أكمل الجدولين الآتيين :

العدد	$\frac{5}{3-3}$	$\frac{3}{4-3}$	$\frac{7}{8-3}$	$\frac{6}{3-3}$
يعبر عن عدد نسبي إذا كانت $3 \neq$	3	.....	.....	.....

العدد النسبي	$\frac{3-3}{1-3}$	$\frac{2-3}{4-3}$	$\frac{2}{5+3}$	$\frac{2-3}{3+3}$
يساوي صفر إذا كانت $3 =$	2	.....	.....	.....

صور مختلفة للعدد النسبي

يمكن كتابة العدد النسبي  $\frac{1}{3}$  في صورة عدد نسبي آخر  $\frac{2}{6}$  مساوٍ له وذلك تبعًا للخاصية الآتية :

خاصية

العدد النسبي  $\frac{1}{3}$  لا تتغير قيمته إذا ضربناه (في) أو قسمنا (على) عدد واحد لا يساوي الصفر.

$$\text{فمثلاً : } \frac{1}{3} = \frac{2 \times 2}{3 \times 2} = \frac{2}{6} , \quad \frac{1}{3} = \frac{2 \times 2}{3 \times 2} = \frac{2}{6}$$

أي أن :  $\frac{2}{6}$  ،  $\frac{1}{3}$  ،  $\frac{2}{6}$  صور مختلفة لعدد نسبي واحد.

$$\frac{1}{3} = \frac{4 \div 24}{3 \div 24} = \frac{4}{72} , \quad \frac{12}{36} = \frac{2 \div 24}{3 \div 24} = \frac{2}{72}$$

أي أن :  $\frac{2}{72}$  ،  $\frac{12}{36}$  ،  $\frac{4}{72}$  صور مختلفة لعدد نسبي واحد.

حاول بنفسك

اكتب ثلاث صور مختلفة تعبر عن كل من العددين النسبيين الآتيين :

$$\frac{2}{3} \quad \frac{17}{16}$$

كتابة العدد النسبي  $\frac{1}{3}$  في أبسط صورة

يقال لأي عدد نسبي على صورة  $\frac{1}{3}$  إنه في أبسط صورة إذا كان كل من حديه له أصغر قيمة ممكنة.

فمثلاً : • أبسط صورة للعدد النسبي  $\frac{17}{33}$  هي  $\frac{17}{33}$

ولاحظ أن :  $\frac{17}{33}$  ،  $\frac{1}{3}$  يعبران عن نفس العدد النسبي.

• العدد النسبي  $\frac{2}{14}$  في أبسط صورة ولا يمكن اختصاره لصورة أبسط من ذلك.

لوضع العدد النسبي  $\frac{1}{3}$  في أبسط صورة ، نقسم كلا من حديه

على العامل المشترك الأعلى (ع.م.أ) بينهما :

مثال ٤

ضع كلاً من العددين الآتين في أبسط صورة : ١  $\frac{A}{12}$  ٢  $\frac{12}{36}$

الحل

١. ع.م. أ للعددين ٨ ، ١٢ هو ٤ ويقسمه حتى العدد  $\frac{A}{12}$  على ٤ ينتج أن :  $\frac{A}{12} = \frac{4}{3}$   
٢. ع.م. أ للعددين ١٢ ، ٣٦ هو ١٢ ويقسمه حتى العدد  $\frac{12}{36}$  على ١٢ ينتج أن :  $\frac{12}{36} = \frac{1}{3}$

حاول بنفسك

أكمل الجدول التالي :

العدد	$\frac{5}{20}$	$\frac{7}{9}$	$\frac{27}{40}$	$\frac{12}{30}$
أبسط صورة له	.....	.....	.....	.....

كتابة العدد النسبي في صورة نسبة مئوية

كتابة العدد النسبي في صورة نسبة مئوية نعبر عنه في صورة  $\frac{1}{100}$  والتي تعني ١٪

مثال ٥

اكتب كلاً من الأعداد الآتية في صورة نسبة مئوية :

١  $\frac{9}{20}$  ٢  $\frac{5}{16}$  ٣  $\frac{17}{100}$  ٤  $\frac{12}{120}$  ٥  $\frac{3,2}{10}$

الحل

١  $\frac{9}{20} = \frac{9 \times 5}{20 \times 5} = \frac{45}{100} = 45\%$  حل آخر :  $\frac{9}{20} = \frac{9 \times 5}{20 \times 5} = \frac{45}{100} = 45\%$

٢  $\frac{5}{16} = \frac{5 \times 6,25}{16 \times 6,25} = \frac{31,25}{100} = 31,25\%$

٣  $\frac{17}{100} = \frac{17 \times 1}{100 \times 1} = \frac{17}{100} = 17\%$

$$٤ \quad ٥٠,٩\% = \frac{٥٠,٩}{100} = \frac{١٠٠ \times \frac{٦٣٧}{120}}{100} = \frac{٦٣٧}{120} = ٥ \frac{١٢}{120}$$

$$٥ \quad ٣٢٠\% = \frac{٣٢٠}{100} = \frac{١٠ \times ٣٢}{10 \times 10} = \frac{٣٢}{10} = ٣,٢$$

حاول بنفسك

اكتب كلاً من الأعداد الآتية في صورة نسبة مئوية : ١  $\frac{4}{5}$  ٢  $\frac{2}{1000}$  ٣  $٣,٥$

تحويل العدد النسبي من صورة  $\frac{1}{10}$  إلى صورة عدد عشري

يمكن تحويل بعض الأعداد النسبية من صورة  $\frac{1}{10}$  إلى صورة عدد عشري منته.

فمثلاً : • العدد النسبي  $\frac{2}{5}$  يمكن كتابته على الصورة ٠,٤

• العدد النسبي  $\frac{3}{4}$  يمكن كتابته على الصورة ٠,٧٥

ولكتابة العدد النسبي  $\frac{1}{10}$  في صورة عدد عشري منته نجعل مقامه ١٠ أو ١٠٠ أو ١٠٠٠ أو ...

مثال ٦

اكتب كلاً من الأعداد الآتية على صورة عدد عشري منته :

١  $\frac{2}{8}$  ٢  $\frac{2}{8} - \frac{1}{8}$  ٣  $\frac{7}{50}$

الحل

$$١ \quad ٠,٤ = \frac{4}{10} = \frac{2 \times 2}{2 \times 5} = \frac{2}{5}$$

$$٢ \quad ٠,٣٧٥ = \frac{375}{1000} = \frac{120 \times 3}{120 \times 8} = \frac{3}{8} = \frac{2}{8} - \frac{1}{8}$$

$$٣ \quad ٢,٢٨ = ٢ \frac{28}{100} = ٢ \frac{٧}{٢٥} = ٢ \frac{٧}{٢٥}$$

تأكد من الحل باستخدام الآلة الحاسبة

حاول بنفسك

اكتب كلاً من العددين النسبيين الآتيين على صورة عدد عشري منته :  
 $\frac{3}{4}$  ١  $\frac{11}{20}$  ٢

ملاحظة

بعض الأعداد النسبية لا يمكن كتابتها في صورة عدد عشري منته مثل :  
 العدد النسبي  $\frac{1}{3}$  فباستخدام الآلة الحاسبة نجد أن :  $\frac{1}{3} = 0,333333 \dots$   
 وتكتب (٠,٣) وتقرأ (٠,٣ دوائر) حيث النقطة فوق الرقم تعني أن العدد دائر.

مثال

باستخدام الآلة الحاسبة اكتب كلاً من الأعداد النسبية الآتية على صورة عدد عشري دائري :

١  $\frac{2}{3}$  ٢  $\frac{2}{11}$  ٣  $\frac{71}{333}$

الحل

١ باستخدام الآلة الحاسبة نجد أن :  $\frac{2}{3} = 0,666666667$  أي أن :  $\frac{2}{3} = 0,6$

٢ باستخدام الآلة الحاسبة نجد أن :  $\frac{2}{11} = 0,1818181818$  أي أن :  $\frac{2}{11} = 0,1\bar{8}$

٣ باستخدام الآلة الحاسبة نجد أن :

$\frac{71}{333} = 0,2132132132$

أي أن :  $\frac{71}{333} = 0,21\bar{3}$

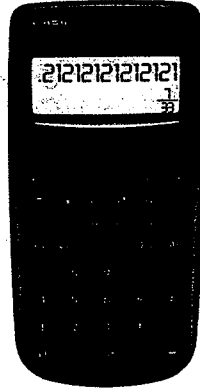
لاحظ أن

وضع نقطة فوق الرقم الأول والرقم الأخير  
 معناه أن الرقمين وما بينهما دائر.

حاول بنفسك

اكتب على صورة عدد عشري دائري كلاً مما يأتي :  
 $\frac{41}{333}$  ٢  $\frac{3}{11}$  ١

ملاحظة



يمكن كتابة العدد العشري الدائري على صورة  $\frac{1}{3}$  وذلك  
 باستخدام آلة حاسبة علمية من النوع CASIO fx-95ES plus  
 أو غيرها مع العلم أن بعض الآلات الحاسبة العلمية لا يمكنها  
 إجراء مثل هذه العملية.

فمثلاً : • لكتابة العدد ٠,٢١ على صورة  $\frac{1}{3}$  ندخل الأعداد  
 التالية بالآلة الحاسبة حتى تمتلئ الشاشة :  
 ٠,٢١٢١٢١٢١٢١٢١ ثم نضغط = فنحصل  
 على العدد النسبي  $\frac{21}{100}$

• لكتابة العدد ٠,١٣٦ على صورة  $\frac{1}{3}$  ندخل الأعداد التالية بالآلة الحاسبة حتى تمتلئ  
 الشاشة : ٠,١٣٦٣٦٣٦٣٦٣٦ ثم نضغط = فنحصل على العدد النسبي  $\frac{136}{1000}$

حاول بنفسك

استخدم الآلة الحاسبة لكتابة كل مما يأتي على صورة  $\frac{1}{3}$  :  
 ١  $\frac{9}{11}$  ٢  $\frac{14}{50}$

الآن بالمكتبات



في اللغة الإنجليزية  
 للمرحلة الإعدادية





(٨) إذا كان :  $\frac{1}{2}$  عددًا نسبيًا وكان  $a = 0$  صفر فإن : .....

(أ)  $a = 0$  صفر ،  $a \neq 0$  صفر (ب)  $a \neq 0$  صفر ،  $a = 0$  صفر

(ج)  $a = 0$  صفر ،  $a = 0$  صفر (د)  $a \neq 0$  صفر ،  $a = 0$  صفر

(٩)  $\frac{5}{2}$  لا يمثل عددًا نسبيًا إذا كانت  $a =$  .....

(أ) صفر (ب)  $-1$  (ج)  $\pm 2$  (د)  $0$

للمتفوقين

١٣ اكتب العدد النسبي  $\frac{1}{2}$  الذي يساوي  $\frac{2}{3}$  ومجموع حديه ٢٤

١٤ إذا كانت  $a \in \mathbb{Q}$  ط فأوجد قيم  $a$  التي تجعل كلا مما يأتي عددًا صحيحًا :

(١)  $\frac{75}{a}$  (٢)  $\frac{15}{a+1}$

المحاضر

للتقويم المستمر

تشمل

✓ اختبارات تراكمية على كل درس

✓ يُجاب عنها في نفس الكراسة.

✓ اختبارات نصف الفصل الدراسي.

✓ امتحانات نهائية تشمل امتحانات الكتاب المدرسي.

تصرف مبالغًا مع الكتاب



(٨)  $\frac{21}{100} = \frac{a}{b}$  %

(٧)  $\frac{1}{4} = \frac{a}{b}$  %

(٩)  $0.4 = \frac{a}{b}$  %

١٢ اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة :

(١) إذا كان :  $\frac{4}{5} = \frac{a}{b}$  فإن :  $a =$  .....

(أ) ٢٥ (ب)  $-25$  (ج) ٥ (د) ١٠٠

(٢) العدد  $\frac{6-4}{4-4}$  لا يكون نسبيًا إذا كانت  $a =$  .....

(أ) ٦ (ب) ٤ (ج) ١ (د) صفر

(٣) العدد النسبي  $\frac{1}{2}$  يعبر عن عدد صحيح إذا كانت .....

(أ)  $a > 2$  (ب)  $a < 2$

(ج)  $a$  أحد قواسم ١ (د)  $a$  أحد قواسم  $a$

(٤)  $0.5 = \frac{a}{b}$  %

(أ)  $\frac{57}{100}$  (ب)  $\frac{75}{99}$  (ج)  $\frac{575}{1000}$  (د)  $\frac{19}{33}$

(٥)  $0.4 = \frac{a}{b}$  %

(أ)  $\frac{4}{10}$  (ب)  $0.4$  (ج)  $0.4$  (د)  $0.4$

(٦)  $12\% = \frac{a}{b}$  %

(أ)  $0.12$  (ب)  $1.2$  (ج)  $\frac{2}{50}$  (د)  $0.12$

(٧)  $\frac{a}{b}$  يمثل عددًا نسبيًا سالبًا إذا كان  $a =$  .....

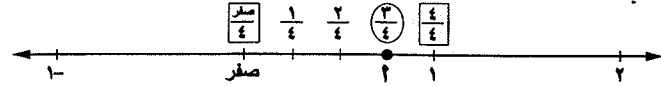
(أ)  $a < 0$  صفر (ب)  $a > 0$  صفر (ج)  $a \leq 0$  صفر (د)  $a = 0$  صفر



لاحظ أن

$$\frac{4}{4} = 1, \quad \frac{\text{صفر}}{4} = 0$$

• نقسم المسافة بين النقطة التي تمثل العدد صفر، والنقطة التي تمثل العدد ١ إلى ٤ أقسام متساوية في الطول كما يلي :

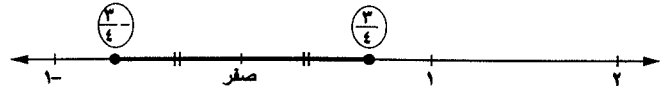


• النقطة ٣ تمثل العدد النسبي  $\frac{3}{4}$

ملاحظة

العددين النسيان ٣ ، - ٣ تمثلهما على خط الأعداد نقطتان على بعدين متساويين من النقطة التي تمثل العدد صفر وفي جهتين مختلفتين منها .

فمثلاً : العددين النسيان  $\frac{3}{4}$  ، -  $\frac{3}{4}$  يمثلان على خط الأعداد كما بالشكل التالي :



مثال ٢

مثل على خط الأعداد كلا من العددين النسيان :

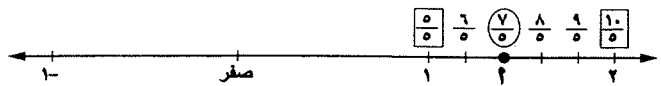
$$\frac{7}{5} \quad 1 \quad \frac{24}{9} - 2$$

الحل

لاحظ أن

$$\frac{10}{5} = 2, \quad \frac{0}{5} = 0$$

١ بما أن :  $\frac{7}{5} = 1 \frac{2}{5}$  إذن : يقع بين العددين الصحيحين ١ ، ٢  
إذن نقسم المسافة بين النقطة التي تمثل العدد ١ ، والنقطة التي تمثل العدد ٢ إلى ٥ أقسام متساوية في الطول كما يلي :



النقطة ٧ تمثل العدد النسبي  $\frac{7}{5}$

## مقارنة وترتيب الأعداد النسبية

قبل دراسة مقارنة وترتيب الأعداد النسبية ندرس أولاً كيفية تمثيل العدد النسبي على خط الأعداد.

تمثيل الأعداد النسبية على خط الأعداد

• كل عدد نسبي تمثله نقطة وحيدة على خط الأعداد.

• الأعداد النسبية الموجبة تمثلها على خط الأعداد نقط تقع على يمين النقطة التي تمثل العدد صفر والأعداد النسبية السالبة تمثلها على خط الأعداد نقط تقع على يسار النقطة التي تمثل العدد صفر.

والأمثلة التالية توضح كيفية تمثيل الأعداد النسبية على خط الأعداد :

مثال ١

مثل العدد النسبي  $\frac{3}{4}$  على خط الأعداد.

الحل

• بما أن العدد النسبي  $\frac{3}{4}$  يقع بين العددين الصحيحين صفر ، ١

إذن النقطة التي تمثل العدد  $\frac{3}{4}$  تقع بين النقطتين اللتين تمثلان العددين صفر ، ١

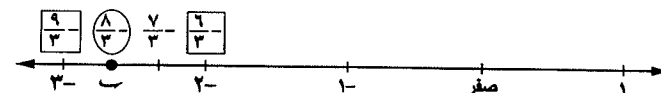
٢ قبل تمثيل العدد النسبي على خط الأعداد يفضل وضعه في أبسط صورة.

$$\text{إذن : } -\frac{24}{9} = -\frac{2 \div 24}{3 \div 9} = -\frac{8}{3} \text{ ، وبما أن : } -\frac{8}{3} = -\frac{24}{9}$$

$$\text{إذن : } -\frac{24}{9} = -\frac{8}{3} \text{ وهو يقع بين العددين الصحيحين } -2 \text{ ، } -3$$

إن نقسم المسافة بين النقطة التي تمثل العدد  $-2$  ، والنقطة

التي تمثل العدد  $-3$  إلى ٣ أقسام متساوية في الطول كما يلي :



النقطة ب تمثل العدد النسبي  $-\frac{24}{9}$

حاول بنفسك

مثّل العدد  $\frac{18}{8}$  على خط الأعداد.

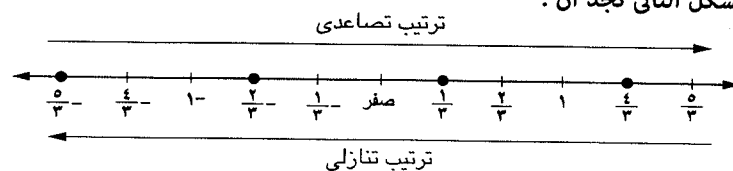
مقارنة وترتيب الأعداد النسبية

إذا كانت النقطة التي تمثل العدد س تقع على

يسار النقطة التي تمثل العدد ص على خط الأعداد

كما بالشكل المقابل فإن : س > ص ، ص < س

فمثلاً في الشكل التالي نجد أن :



$$\frac{4}{3} > \frac{1}{3} \text{ ، } \frac{1}{3} < \frac{4}{3}$$

لأن : النقطة التي تمثل  $\frac{1}{3}$  تقع على يسار النقطة التي تمثل  $\frac{4}{3}$

$$\frac{2}{3} > \frac{0}{3} \text{ ، } \frac{0}{3} < \frac{2}{3}$$

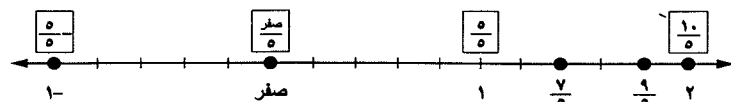
لأن : النقطة التي تمثل  $\frac{0}{3}$  تقع على يسار النقطة التي تمثل  $\frac{2}{3}$

مثال ٣

مثّل الأعداد النسبية الآتية على خط الأعداد ثم رتبها تصاعدياً :

$$\frac{7}{0} \text{ ، صفر ، } \frac{9}{0} \text{ ، } 2 \text{ ، } 1$$

الحل



بحسب مواضع الأعداد على خط الأعداد السابق نجد أن الترتيب التصاعدي هو :

$$1 \text{ ، صفر ، } \frac{7}{0} \text{ ، } \frac{9}{0} \text{ ، } 2$$

حاول بنفسك

مثّل الأعداد النسبية الآتية على خط الأعداد ثم رتبها تنازلياً :

$$2 \text{ ، } -\frac{0}{3} \text{ ، } \frac{0}{3} \text{ ، صفر ، } 1$$

المقارنة بين عددين نسبيين

• إذا كان العددين مختلفين في الإشارة ، فإن العدد الموجب أكبر من العدد السالب.

$$\text{فمثلاً : } 0.0 < \frac{10}{3}$$

• إذا كان أحد العددين أكبر من عدد معين س ، والعدد الآخر أصغر من نفس العدد س

، فإن العدد الأول أكبر من العدد الثاني.

$$\text{فمثلاً : } \frac{57}{09} < \frac{70}{13} \text{ (لأن : } \frac{70}{13} < \frac{57}{09} \text{ ، } 1 < \frac{70}{13} \text{ ، } 1 > \frac{57}{09} \text{)}$$

• إذا كان العددين في صورة  $\frac{1}{2}$  ولهما نفس المقام الموجب ، فإن العدد الذي له البسط الأكبر

يكون هو الأكبر.

$$\text{فمثلاً : } \frac{0}{13} < \frac{7}{13} \text{ (لأن : } 0 < 7 \text{)}$$



• إذا كان العددين في صورة  $\frac{a}{b}$  ولهما نفس البسط الموجب ، فإن العدد الذي له المقام الأكبر يكون هو الأصغر.

فمثلاً :  $\frac{2}{9} < \frac{2}{5}$  (لأن :  $9 < 5$ )

• إذا كان العددين في صورة  $\frac{a}{b}$  ومختلفين في البسط والمقام ، قم بتوحيد مقاميهما مع جعلهما موجبين ثم قارن بين البسطين الناتجين.

فمثلاً :  $\frac{8}{15} < \frac{2}{3}$  (لأن :  $\frac{2}{3} = \frac{10}{15}$  ،  $\frac{8}{15} < \frac{10}{15}$ )

### مثال ٤

قارن بين كل عددين في كل مما يأتي :

$\frac{11}{15}$ ، $\frac{11}{12}$ ٣	$\frac{0}{9}$ - ، $\frac{1}{4}$ ٢	$\frac{7}{12}$ ، $\frac{0}{12}$ ١
$\frac{2}{8}$ ، $\frac{23}{100}$ ٦	$\frac{11}{7}$ ، ٣,٢ ٥	$\frac{2}{3}$ ، $\frac{7}{12}$ ٤

### الحل

١  $\frac{7}{12} > \frac{0}{12}$  (لأن : العددين لهما نفس المقام ،  $7 > 0$ )

٢  $\frac{0}{9} < \frac{1}{4}$  (لأن :  $\frac{1}{4}$  موجب ،  $\frac{0}{9}$  سالب)

٣  $\frac{11}{15} < \frac{11}{12}$  (لأن : العددين لهما نفس البسط ،  $15 > 12$ )

٤  $\frac{2}{3}$  ،  $\frac{7}{12}$  مختلفين في البسط والمقام فنوحد مقاميهما

بما أن : م . م . أ . للمقامين = ١٢ إذن :  $\frac{8}{12} = \frac{2 \times 4}{3 \times 4} = \frac{2}{3}$

وبما أن :  $6 < 8$  إذن :  $\frac{8}{12} > \frac{7}{12}$  أي أن :  $\frac{2}{3} > \frac{7}{12}$

$\frac{3 \times 2}{12} = 3,٢$  ،  $\frac{0}{9} = \frac{1}{4}$

إذن :  $\frac{0}{9} > 3,٢$  (لأن :  $0 > 3$ ) أي أن :  $\frac{11}{15} > 3,٢$

طه آخر :  $\frac{11}{15} > 3,٢$  (لأن :  $0,٥ = \frac{11}{20}$  ،  $0,٥ > 3,٢$ )

٦  $\frac{23}{100} = \frac{23}{100}$  أي أن العددين هما :  $\frac{23}{100}$  ،  $\frac{2}{8}$

بما أن : م . م . أ . للمقامين = ٢٠٠ إذن :  $\frac{23}{200} = \frac{23}{200}$  ،  $\frac{25}{200} = \frac{25}{200}$

وبما أن :  $75 > 46$  إذن :  $\frac{25}{200} > \frac{46}{200}$  أي أن :  $\frac{25}{200} > \frac{23}{200}$

طه آخر :  $\frac{23}{100} > \frac{1}{4}$  (لأن :  $\frac{1}{4} = \frac{25}{100}$ )

أي أن :  $\frac{23}{100} > \frac{2}{8}$  (لأن :  $\frac{2}{8} = \frac{25}{100}$ )

### مثال ٥

رتب الأعداد النسبية الآتية ترتيباً تصاعدياً :  $1-$  ،  $\frac{0}{9}$  ،  $\frac{7}{12}$  - ،  $\frac{2}{4}$  ،  $\frac{2}{3}$  -

### الحل

بما أن : م . م . أ . للمقامات = ١٢ إذن :  $\frac{2}{3} = \frac{8}{12}$  ،  $\frac{2}{4} = \frac{6}{12}$  ،  $\frac{0}{9} = \frac{0}{12}$  ،  $1- = \frac{12}{12}$

إذن الأعداد بعد توحيد مقاماتها هي :  $\frac{12}{12}$  - ،  $\frac{10}{12}$  - ،  $\frac{7}{12}$  - ،  $\frac{6}{12}$  - ،  $\frac{0}{12}$  -

وبما أن :  $12 > 10 > 7 > 6 > 0$  إذن :  $\frac{12}{12} > \frac{10}{12} > \frac{7}{12} > \frac{6}{12} > \frac{0}{12}$

أي :  $1- > \frac{2}{3} > \frac{7}{12} > \frac{2}{4} > \frac{0}{9}$

إذن الأعداد مرتبة تصاعدياً هي :  $\frac{0}{9}$  ،  $\frac{2}{4}$  ،  $\frac{7}{12}$  - ،  $1-$  ،  $\frac{2}{3}$

### حاول بنفسك

أكمل كلاً مما يأتي باستخدام إحدى العلامات ( $>$  ،  $<$  ،  $=$ ) :

$\frac{1}{9}$ ..... $\frac{1}{9}$ ٣	$\frac{2}{4}$ ..... $\frac{2}{4}$ ٢	$\frac{4}{5}$ ..... $\frac{7}{10}$ ١
$\frac{2}{3}$ ..... $\frac{1}{10}$ - ٦	$\frac{14}{30}$ ..... $\frac{4}{10}$ ٥	$\frac{2}{3}$ ..... $\frac{2}{3}$ ٤

كثافة الأعداد النسبية

لأي عددين نسبيين مختلفين يوجد عدد لا نهائي من الأعداد النسبية المحصورة بينهما.

ولتوضيح ذلك نفرض أن لدينا عددين نسبيين مثل  $\frac{1}{3}$  ،  $\frac{2}{3}$

ويمكن استنتاج أنه يوجد أعداد نسبية أخرى تنحصر بين هذين العددين كما يلي :

١ إذا ضربنا حدى كل من العددين  $\frac{1}{3}$  ،  $\frac{2}{3}$  فى ٢ فإننا نحصل على العددين النسبيين  $\frac{2}{6}$  ،  $\frac{4}{6}$

المساويين لهما ، ومن الواضح أن  $\frac{2}{6}$  ينحصر بين  $\frac{1}{3}$  ،  $\frac{2}{3}$  ،  $\frac{4}{6}$

أى أن: العدد النسبى  $\frac{2}{6}$  ( $= \frac{1}{3}$ ) ينحصر بين العددين  $\frac{1}{3}$  ،  $\frac{2}{3}$

٢ إذا ضربنا حدى كل من العددين  $\frac{1}{3}$  ،  $\frac{2}{3}$  فى ٣ فإننا نحصل على العددين النسبيين  $\frac{3}{9}$  ،  $\frac{6}{9}$

المساويين لهما ، ومن الواضح أن  $\frac{3}{9}$  ،  $\frac{4}{9}$  ينحصران بين  $\frac{1}{3}$  ،  $\frac{2}{3}$

أى أن: العددين النسبيين  $\frac{3}{9}$  ،  $\frac{4}{9}$  ينحصران بين العددين  $\frac{1}{3}$  ،  $\frac{2}{3}$

وهكذا يمكن استنتاج أن العددين النسبيين  $\frac{1}{3}$  ،  $\frac{2}{3}$  يوجد بينهما عدد لا نهائي من

الأعداد النسبية.

ملاحظات

- أى عددين صحيحين متتاليين لا يوجد بينهما أى عدد صحيح.
- فعلى الرغم من أن مجموعة الأعداد الصحيحة مجموعة غير منتهية إلا أنها لا تتمتع بخاصية الكثافة.
- لأى عدد صحيح يمكن إيجاد العدد الصحيح السابق له مباشرة أو العدد الصحيح التالى له مباشرة.
- لأى عدد نسبى لا يمكن إيجاد العدد النسبى السابق له مباشرة أو العدد النسبى التالى له مباشرة.

مثال ٦

أوجد أربعة أعداد نسبية تقع بين :  $\frac{1}{3}$  ،  $\frac{5}{9}$

الحل

بما أن : م.م. أ للمقامين = ١٤

$$\frac{1}{3} = \frac{1 \times 5}{3 \times 5} = \frac{5}{15} \quad , \quad \frac{5}{9} = \frac{5 \times 1}{9 \times 1} = \frac{5}{9}$$

$$\text{وبما أن : } \frac{1}{3} > \frac{5}{9} > \frac{4}{9} > \frac{3}{9} > \frac{2}{9}$$

$$\text{إذن : } \frac{2}{9} , \frac{3}{9} , \frac{4}{9} , \frac{5}{9} \text{ عددان نسبيا يقعان بين } \frac{1}{3} , \frac{5}{9}$$

لكن المطلوب إيجاد أربعة أعداد نسبية وليس عددين فقط لذلك نضرب حدى كل من العددين

$$\frac{1}{3} , \frac{5}{9} \text{ فى } ٢$$

$$\text{إذن : } \frac{1}{3} = \frac{1 \times 2}{3 \times 2} = \frac{2}{6} \quad , \quad \frac{5}{9} = \frac{5 \times 2}{9 \times 2} = \frac{10}{18}$$

$$\text{وبما أن : } \frac{2}{6} > \frac{10}{18} > \frac{9}{18} > \frac{8}{18} > \frac{7}{18} > \frac{6}{18} > \frac{5}{18}$$

$$\text{أى } \frac{6}{18} > \frac{7}{18} > \frac{8}{18} > \frac{9}{18} > \frac{10}{18} > \frac{5}{9}$$

$$\text{إذن : } \frac{6}{18} , \frac{7}{18} , \frac{8}{18} , \frac{9}{18} , \frac{10}{18}$$

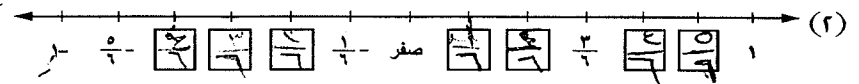
$$\text{هى أعداد نسبية تقع بين } \frac{1}{3} , \frac{5}{9}$$

وهذه خمسة أعداد نختار منها العدد المطلوب وهو أربعة أعداد فقط.

حاول بنفسك

أوجد ثلاثة أعداد نسبية تنحصر بين :  $\frac{1}{3}$  ،  $\frac{1}{2}$

**أسئلة كتاب الوزارة**

۶

$$\left| \frac{r}{0} - \right| (A) \quad \cdot, \xi (V) \quad r \frac{1}{r} - \text{book} (7) \quad 1 \frac{1}{0} \text{book} (0)$$

3

$$\forall \frac{1}{Y} \left( \frac{10}{Y} \right) | (7) \quad \frac{1}{Y} \left( \frac{2}{Y} - \right) | (8) \quad 0 \left( \frac{1}{Y} \right) (\xi)$$

3

$$\left| \frac{\lambda}{\sigma} \right| \geq 1,7 \quad (7) \quad \frac{\gamma}{\lambda} \geq 0,0 \quad (8) \quad \frac{\gamma}{\eta} \geq 2 \frac{1}{\gamma} \quad (9)$$

•



رتب تصاعدياً الأعداد النسبية الآتية:  $\frac{1}{30}, \frac{4}{15}, \frac{7}{3}, \frac{1}{8}, \frac{10}{3}, \frac{1}{2}, \frac{9}{3}, \frac{1}{3}$

**Y**

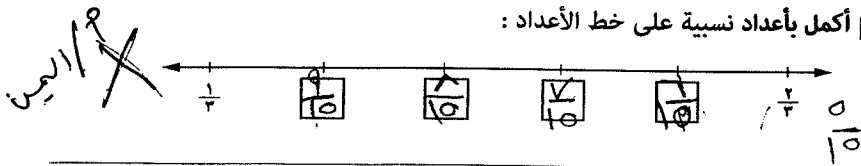
$$\frac{2}{V} - < \boxed{\phantom{0}} < \frac{2}{12} - (\varepsilon) \qquad \frac{1}{8} < \boxed{\phantom{0}} < \frac{1}{2} \text{ (3)}$$

人

$$\frac{r}{0} \text{ , } \dots, r(r) \qquad \frac{r}{r} \text{ , } \frac{r}{\xi} \text{ , } (r) \qquad \frac{\xi}{0} \text{ , } \frac{1}{r} \text{ (1)}$$

9

۳، صفر (۳)       $\frac{0}{7} - \frac{8}{9} - \frac{1}{9}$  (ب)       $\frac{11}{12} - \frac{1}{2}$  (د)



📖 اكتب أربعة أعداد نسبية تقع بين  $\frac{3}{4}$  ،  $\frac{3}{8}$  بحيث يكون واحد منهم صحيحًا.

تطبيق حياتي



١٢ يبين الجدول التالي سجلاً بإنجازات

أربع فرق رياضية لكرة القدم في أحد الأعوام.

فإذا كان إنجاز الفريق يقاس بنسبة عدد مرات فوزه إلى عدد المباريات التي لعبها رتب هذه الفرق من الأكثر إنجازاً إلى الأقل إنجازاً في هذا العام.

الفريق	برشلونة	إيه سي ميلان	مانشستر يونايتد	بايرن ميونخ
عدد مرات فوزه	١٢	١٠	١٩	٢٧
عدد المباريات التي لعبها	١٦	١٢	٢٤	٣٢

للمتفوقين

١٣ أوجد العدد الصحيح الذي يقع بين  $\frac{11}{3}$  ،  $\frac{11}{4}$  ، ويقع بين  $\frac{9}{4}$  ،  $\frac{25}{4}$  في نفس الوقت. «٤»

١٤ على خط الأعداد المقابل :  
إذا كان :  $و = ٩$  و  $ب = ١٢$   
فأوجد قيمة :  $س$



الدرس 3

جمع وطرح الأعداد النسبية

أولاً عملية الجمع

تمهيد

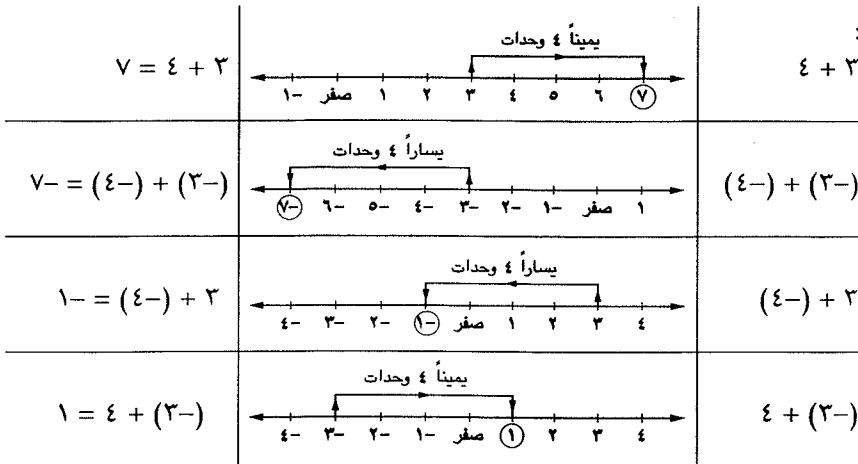
سوف نستخدم خط الأعداد لتوضيح مفهوم عملية الجمع في ك كما يلي :

لإيجاد ناتج الجمع  $٢ + ٤$  على خط الأعداد :

١ عيّن النقطة التي تمثل العدد ٤ على خط الأعداد.

٢ اتجه يميناً أو يساراً وفقاً لإشارة العدد ب وبنفس وحداته فتصل للنقطة التي تمثل  $٢ + ٤$

فمثلاً :



مما سبق لاحظ أن

- حاصل جمع عددين موجبين معًا هو عدد موجب. فمثلاً:  $5 = 3 + 2$
- حاصل جمع عددين سالبين معًا هو عدد سالب. فمثلاً:  $9- = (5-) + (4-)$
- حاصل جمع عددين مختلفين في الإشارة يكون موجبًا أو سالبًا أو صفرًا. فمثلاً:  $2 = (3-) + 5$  ،  $3- = (7-) + 4$  ،  $0 = (2-) + 2$

جمع عددين نسبيين في صورة  $\frac{a}{b}$

① جمع عددين نسبيين متحدى المقام :

إذا كان :  $\frac{a}{b}$  ،  $\frac{c}{b}$  عددين نسبيين فإن :  $\frac{a+c}{b} = \frac{a}{b} + \frac{c}{b}$

فمثلاً :  $\frac{0}{5} = \frac{3+2}{5} = \frac{3}{5} + \frac{2}{5}$  ،  $\frac{2}{0} = \frac{(1-)+3}{0} = (\frac{1}{0}-) + \frac{3}{0}$

② جمع عددين نسبيين مختلفي المقام :

إذا كان :  $\frac{a}{b}$  ،  $\frac{c}{d}$  عددين نسبيين فإن :  $\frac{a \times d + c \times b}{b \times d} = \frac{a}{b} + \frac{c}{d}$

فمثلاً :  $\frac{19}{30} = \frac{0+14}{30} = \frac{0 \times 1 + 7 \times 2}{7 \times 0} = \frac{1}{7} + \frac{2}{0}$

مثال ١

اجمع : ١  $\frac{3}{8} + \frac{1}{4}$  | ٢  $(\frac{1}{10}-) + \frac{4}{12}$  | ٣  $2 + \frac{2}{0}$  | ٤  $(2\frac{1}{0}-) + 3\frac{1}{4}$

الحل

$\frac{8+12}{24} = \frac{8 \times 1 + 4 \times 3}{4 \times 8} = \frac{1}{4} + \frac{3}{8}$

$\frac{0}{8} = \frac{20}{24} =$

حل آفر بتوحيد مقامى العددين :

بما أن : م.م. أ للمقامين ٨ ، ٤ هو ٨ إذن :  $\frac{2}{8} = \frac{2 \times 1}{8 \times 1} = \frac{1}{4}$

أى أن :  $\frac{0}{8} = \frac{2+2}{8} = \frac{2}{8} + \frac{2}{8} = \frac{1}{4} + \frac{2}{8}$

٢ بما أن :  $\frac{1}{3} = \frac{4 \div 4}{12 \div 4} = \frac{4}{12}$

،  $\frac{2}{3}- = \frac{0 \div 10}{0 \div 10} - = \frac{10}{10} -$

إذن :  $(\frac{2}{3}-) + \frac{1}{3} = (\frac{10}{10}-) + \frac{4}{12}$

$\frac{1}{3}- = \frac{(2-)+1}{3} =$

٣ بما أن :  $\frac{10}{0} = 3$  إذن :  $\frac{17}{0} = \frac{10}{0} + \frac{7}{0} = 3 + \frac{7}{0}$

حل آفر :  $3\frac{7}{0} = 3 + \frac{7}{0}$  ثم يرفع الكسر نجد أن :  $\frac{17}{0} = 3\frac{7}{0}$

٤ بما أن :  $\frac{12}{4} = 3\frac{1}{4}$  ،  $\frac{11}{0}- = 2\frac{1}{0}-$

إذن :  $(\frac{11}{0}-) + \frac{12}{4} = (2\frac{1}{0}-) + 3\frac{1}{4}$

وبما أن : م.م. أ للمقامين ٤ ، ٥ هو ٢٠

إذن :  $1\frac{1}{4} = \frac{21}{20} = (\frac{44}{20}-) + \frac{70}{20} = (\frac{11}{0}-) + \frac{12}{4}$

حل آفر : بما أن : م.م. أ للمقامين ٤ ، ٥ هو ٢٠

إذن :  $1\frac{1}{4} = (2\frac{4}{4}-) + 3\frac{0}{4} = (2\frac{1}{0}-) + 3\frac{1}{4}$

لاحظ أنه

بعد إجراء عملية الجمع يراعى وضع الناتج في أبسط صورة.

حاول بنفسك

اجمع كلاً مما يأتي :

$$\begin{array}{l|l|l} 1 & 2 & 3 \\ \hline \frac{2}{5} + \frac{1}{5} & \frac{1}{3} + \frac{2}{5} & \left(\frac{5}{6}\right) + \frac{1}{3} \\ \hline \frac{1}{5} + \frac{2}{4} & \left(\frac{10}{18}\right) + \frac{1}{12} & \end{array}$$

خواص عملية الجمع في (ن)

① خاصية الانغلاق :

مجموع أي عددين نسبيين هو عدد نسبي. أي أن: ن مغلقة تحت عملية الجمع.

فمثلاً:  $\frac{1}{3}$  ،  $\frac{1}{4}$  عددان نسبيان مجموعهما  $\frac{7}{12}$  وهو أيضاً عدد نسبي.

② خاصية الإبدال :

إذا كان: أ ، ب عددين نسبيين فإن:  $أ + ب = ب + أ$

$$\text{فمثلاً: } \frac{23}{40} = \frac{15}{40} + \frac{8}{40} = \frac{2}{5} + \frac{1}{5} , \quad \frac{23}{40} = \frac{8}{40} + \frac{15}{40} = \frac{2}{5} + \frac{3}{10}$$

$$\boxed{\frac{2}{5} + \frac{3}{10} = \frac{3}{10} + \frac{2}{5}} \text{ أي أن:}$$

③ خاصية الدمج (أو التجميع) :

إذا كان: أ ، ب ، ج ثلاثة أعداد نسبية فإن:  $(أ + ب) + ج = أ + (ب + ج)$

$$\text{فمثلاً: } \frac{1}{5} = \frac{2}{5} + \frac{2}{5} = \left(\frac{1}{5} + \frac{2}{5}\right) + \frac{2}{5} , \quad \frac{1}{5} = \frac{1}{5} + \frac{0}{5} = \frac{1}{5} + \left(\frac{2}{5} + \frac{2}{5}\right)$$

$$\boxed{\left(\frac{1}{5} + \frac{2}{5}\right) + \frac{2}{5} = \frac{1}{5} + \left(\frac{2}{5} + \frac{2}{5}\right)} \text{ أي أن:}$$

④ خاصية وجود العدد المحايد الجمعي :

إذا كان: أ عدداً نسبياً فإن:  $أ + 0 = 0 + أ = أ$

أي أنه: عند إضافة الصفر لأي عدد نسبي لا تتغير قيمة هذا العدد.

وتقول إن: الصفر عدد محايد بالنسبة لعملية الجمع في ن

$$\text{فمثلاً: } \frac{1}{3} = \frac{1}{3} + 0 = 0 + \frac{1}{3}$$

⑤ خاصية وجود المعكوس الجمعي :

لكل عدد نسبي أ معكوس جمعي هو العدد النسبي - أ

بحيث:  $أ + (-أ) = 0$  (الصفر (المحايد الجمعي))

فمثلاً:

$$\text{المعكوس الجمعي للعدد } \frac{3}{4} \text{ هو } -\frac{3}{4}$$

والعكس صحيح :

$$\text{المعكوس الجمعي للعدد } -\frac{3}{4} \text{ هو } \frac{3}{4}$$

$$\text{لأن: } \frac{3}{4} + \left(-\frac{3}{4}\right) = \left(-\frac{3}{4}\right) + \frac{3}{4} = 0 \text{ (الصفر (المحايد الجمعي))}$$

مثال ٢

استخدم خواص عملية الجمع في ن لإيجاد ناتج ما يأتي :

$$\frac{1}{22} + \frac{19}{30} + \left(\frac{5}{11} - \right) + \frac{1}{30}$$

الحل

$$\text{بما أن: } \frac{0}{11} = \frac{2 \div 10}{2 \div 22} = \frac{1}{11}$$

$$\frac{0}{11} + \frac{19}{30} + \left(\frac{0}{11} -\right) + \frac{7}{30} = \frac{19}{30} + \frac{19}{30} + \left(\frac{0}{11} -\right) + \frac{7}{30}$$

$$\text{(الإبدال والدمج)} \quad \left(\frac{0}{11} + \frac{0}{11} -\right) + \left(\frac{19}{30} + \frac{7}{30}\right) =$$

$$\text{(المعكوس الجمعي)} \quad \frac{20}{30} + \text{صفر} =$$

$$\text{(المحايد الجمعي)} \quad \frac{20}{30} =$$

$$\text{(الناتج في أبسط صورة)} \quad \frac{0}{V} =$$

### حاول بنفسك

استخدم خواص عملية الجمع في ن لإيجاد ناتج ما يأتي :

$$\frac{2}{V} + \frac{1}{0} + \left(\frac{2}{V} -\right) + \frac{4}{0}$$

### ثانيًا عملية الطرح

نظرًا لأن كل عدد نسبي له معكوس جمعي فإن عملية الطرح ممكنة دائمًا في (ن) وتُعرف كما يلي :

### تعريف

إذا كان :  $a, b$  عددين نسبيين فإن :  $a - b = a + (-b)$

أي أن : عملية الطرح في ن تعرف بأنها عملية جمع المطروح منه (a) مع المعكوس

الجمعي للمطروح (b)

### مثال ٣

أوجد ناتج كل مما يأتي في أبسط صورة :

$$1 - \frac{0}{V} \quad 3 \quad \frac{0}{6} - \frac{2}{4} \quad 2 \quad \frac{2}{8} - \frac{0}{8} \quad 1$$

$$3\frac{1}{4} - 7\frac{2}{0} \quad 0 \quad \frac{2}{0} - \frac{2}{0} - \frac{4}{0} \quad 4$$



### الحل

#### لاحظ أنه

يمكنك الاستعانة بخط الأعداد لإيجاد ناتج الطرح بعد تحويل عملية الطرح إلى جمع.

$$1 \quad \frac{1}{4} = \frac{2}{8} = \left(\frac{2}{8} -\right) + \frac{0}{8} = \frac{2}{8} - \frac{0}{8}$$

$$2 \quad \text{بما أن : م.م. أ للمقامات 4, 6, 12}$$

$$\text{إذن : } \frac{1}{12} - = \left(\frac{1}{12} -\right) + \frac{9}{12} = \left(\frac{2 \times 0}{2 \times 6} -\right) + \frac{3 \times 3}{3 \times 4} = \frac{0}{6} - \frac{3}{4}$$

$$3 \quad \frac{2}{V} - = \left(\frac{V}{V} -\right) + \frac{0}{V} = (1 -) + \frac{0}{V} = 1 - \frac{0}{V}$$

$$4 \quad 1 - = \frac{0}{0} - = \left(\frac{2}{0} -\right) + \frac{2}{0} - = \frac{2}{0} - \frac{2}{0}$$

$$5 \quad \text{بما أن : م.م. أ للمقامات 20, 12, 4, 8, 20} \quad \frac{12}{4} = 3\frac{1}{4}, \quad \frac{20}{0} = 7\frac{2}{0}$$

$$\text{إذن : } \frac{12}{20} = \left(\frac{6}{10} -\right) + \frac{14}{20} = \left(\frac{0 \times 12}{0 \times 4} -\right) + \frac{4 \times 27}{4 \times 0} = 3\frac{1}{4} - 7\frac{2}{0}$$

### حل آخر :

$$\text{بما أن : م.م. أ للمقامات 4, 20}$$

$$\text{إذن : } \frac{4}{20} = \left(3\frac{0}{20} -\right) + 7\frac{1}{20} = \left(3\frac{0 \times 1}{0 \times 4} -\right) + 7\frac{4 \times 2}{4 \times 0} = 3\frac{1}{4} - 7\frac{2}{0}$$

### ملاحظة

يمكن الاستغناء عن خطوة تحويل عملية الطرح إلى عملية جمع كما يلي :

$$\frac{1}{4} = \frac{2}{8} = \frac{2-0}{8} = \frac{2}{8} - \frac{0}{8}$$

$$\frac{1}{12} - = \frac{10-9}{12} = \frac{1}{12} - \frac{9}{12} = \frac{0}{6} - \frac{3}{4}$$

### حاول بنفسك

أوجد كلاً مما يأتي في أبسط صورة :

$$\frac{4}{9} - \frac{7}{9} \quad 2 \quad \frac{2}{0} - \frac{3}{0} \quad 1$$

$$3\frac{1}{8} - 4\frac{1}{0} \quad 4 \quad \frac{2}{3} - \frac{2}{4} \quad 3$$



## ١ أكمل ما يأتي :

- (١) العدد المحايد الجمعي في  $\mathbb{N}$  هو  $0$ .
- (٢) المعكوس الجمعي للعدد  $\frac{2}{7}$  هو  $-\frac{2}{7}$ .
- (٣) المعكوس الجمعي للعدد  $-\frac{4}{9}$  هو  $\frac{4}{9}$ .
- (٤)  $\frac{7}{11}$  هو المعكوس الجمعي للعدد  $-\frac{7}{11}$ .
- (٥) المعكوس الجمعي للعدد  $(\frac{2}{3})$  صفر هو  $-\frac{2}{3}$ .
- (٦) المعكوس الجمعي للعدد  $(-\frac{2}{3})$  صفر هو  $\frac{2}{3}$ .
- (٧) المعكوس الجمعي للعدد  $|\frac{4}{9}|$  هو  $-\frac{4}{9}$ .
- (٨) المعكوس الجمعي للعدد صفر هو  $0$ .

## ٢ أوجد ناتج كل مما يأتي في أبسط صورة :

$\frac{3}{8} - \frac{5}{8}$ (٣)	$\frac{2}{9} + \frac{2}{9}$ (٢)	$\frac{2}{7} + \frac{2}{7}$ (١)
$ \frac{4}{9}  + \frac{5}{9}$ (٦)	$(\frac{4}{7}) + \frac{5}{7}$ (٥)	$\frac{9}{10} - \frac{2}{10}$ (٤)

## ٣ احسب قيمة كل مما يأتي في أبسط صورة :

$\frac{3}{16} + \frac{9}{16}$ (٣)	$\frac{2}{3} - \frac{1}{6}$ (٢)	$\frac{25}{8} + \frac{1}{8}$ (١)
$\frac{2}{10} - \frac{2}{10}$ (٦)	$\frac{12}{16} + \frac{10}{16}$ (٥)	$(\frac{2}{10}) + \frac{2}{10}$ (٤)
$(\frac{29}{100}) + \frac{19}{100}$ (٩)	$(\frac{2}{4}) - \frac{5}{4}$ (٨)	$(\frac{2}{10}) - \frac{2}{10}$ (٧)

## ٤ احسب قيمة كل مما يأتي في أبسط صورة :

$(\frac{5}{8}) - 10 \cdot \frac{5}{8}$ (٣)	$7 \frac{2}{10} - 9 \frac{1}{10}$ (٢)	$2 \frac{2}{7} + 3 \frac{2}{7}$ (١)
$2 \frac{2}{8} + 10 \frac{1}{4}$ (٦)	$2 \frac{1}{6} - 6 \frac{2}{3}$ (٥)	$2 \frac{2}{8} + \frac{1}{8}$ (٤)
$13 \frac{2}{4} + 2$ (٩)	$\frac{1}{4} - 2 \frac{2}{8}$ (٨)	$12 \frac{1}{16} - 2 \frac{1}{4}$ (٧)

• ن مغلقة تحت عملية الطرح.

أي أن : ناتج طرح أي عددين نسبيين هو عدد نسبي.

• عملية الطرح في  $\mathbb{N}$  ليست إبدالية ، وليست دامية.

• لا يوجد عدد محايد بالنسبة لعملية الطرح في  $\mathbb{N}$  وبالتالي لا توجد معكوسات للأعداد بالنسبة لعملية الطرح في  $\mathbb{N}$

## مثال ٤

إذا كانت :  $\frac{2}{4} = 2$  ،  $\frac{5}{9} = 5$  ،  $\frac{1}{4} = 4$  فأوجد القيمة العددية لكل من :

$$2 - 2 - 1 \quad 2 - (5 + 4) - 4$$

## الحل

$$2 - 2 - 1 = 2 - 2 - 1 = \left(\frac{5}{9}\right) - \left(\frac{2}{4}\right) = \frac{5}{9} - \frac{2}{4} = \frac{10}{18} - \frac{9}{18} = \frac{1}{18}$$

$$\frac{12}{4} = \frac{10}{4} + \frac{2}{4} =$$

$$\frac{1}{4} - \left[\left(\frac{1}{4}\right) + \frac{2}{4}\right] = \frac{1}{4} - \left[\left(\frac{5}{9}\right) + \frac{2}{4}\right] = 4 - (5 + 4) - 4$$

$$\frac{9}{4} - = \frac{2}{4} - \frac{5}{4} - = \frac{1}{4} - \frac{5}{4} - =$$



٥ احسب كلاً مما يأتي في أبسط صورة :

$\frac{1}{4} + \frac{3}{5}$ (٣)	$\frac{1}{4} - \frac{1}{5}$ (٢)	$\frac{2}{5} + \frac{3}{4}$ (١)
$\frac{1}{4} - \frac{3}{5}$ (٥)	$\frac{1}{4} - \frac{1}{5}$ (٤)	

٦ اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة :

(١)  $\frac{3}{4} + \frac{2}{5} = \dots$

(٢) باقى طرح  $\frac{1}{5}$  من  $\frac{7}{10}$  يساوى  $\dots$

(٣) باقى طرح  $\frac{1}{4}$  من  $\frac{4}{3}$  يساوى  $\dots$

(٤) باقى طرح  $\frac{1}{4}$  من صفر يساوى  $\dots$

(٥) باقى طرح  $\frac{3}{4}$  من صفر يساوى  $\dots$

(٦)  $1 - \frac{1}{4} = \dots$

(٧)  $\frac{3}{5} + \dots = \text{صفر}$

(٨) إذا كان  $1 + \frac{1}{4} = \text{صفر}$  فإن  $\dots = 1$

(٩) إذا كان :  $(\frac{1}{4} + 1)$  معكوساً جمعياً للعدد  $\frac{2}{4}$  فإن :  $\dots = 1$

(١٠)  $\dots = ((9-) + 12) - (10)$

(١١)  $\dots = ((7-) + (3-)) - (11)$

(١٢) إذا كانت : س = ٢ ، ص = ٣ ، ع = ٤ فإن :  $\frac{2}{3} - \frac{4}{6} = \dots$

(١٣) إذا كان :  $\frac{25}{30} = \frac{5}{6} + \frac{5}{6}$  فإن : ٢ س =  $\dots$

٧ استخدم خط الأعداد في إيجاد ناتج كل مما يأتي :

(١)  $\frac{2}{5} + \frac{1}{5}$  (٢)  $\frac{2}{8} - \frac{5}{8}$

(٣)  $\frac{5}{4} + \frac{1}{4}$  (٤)  $(\frac{1}{4}-) + \frac{3}{4}$

٨ ضع علامة (✓) أمام العبارة الصحيحة ، وعلامة (X) أمام العبارة غير الصحيحة :

(X)  $(\frac{3}{4}-) + \frac{9}{16} = (\frac{3}{4}-) - \frac{9}{16}$  (١)

(✓)  $7\frac{1}{12} + 2\frac{1}{4} = (7\frac{1}{12}-) - 2\frac{1}{4}$  (٢)

(✓)  $\frac{12}{5} = (\frac{12}{5}-) - \text{صفر}$  (٣)

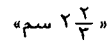
(X)  $\frac{2}{5} + \frac{2}{4} = \frac{2}{5} - \frac{2}{4}$  (٤)

$$\left[ \left( 11 \frac{1}{r} - \right) + 11 \frac{1}{r} \right] + \dots = \left( 11 \frac{1}{r} - \right) + 12 \frac{1}{r} \quad (1)$$

$$\dots\dots\dots + \left[ \left( \frac{2}{33} - \right) + \frac{2}{33} \right] = \left( \frac{14}{33} - \right) + \frac{2}{33} \quad (1)$$

$$\dots\dots\dots, \dots\dots\dots, \frac{10}{17}, \frac{7}{8}, \frac{3}{2}, \frac{1}{2} \quad (1)$$

$\frac{3}{\xi}$  , ..... ,  $\frac{1}{\gamma}$  , ..... ,  $\xi \frac{1}{\gamma}$  ,  $0 \frac{1}{\xi}$  , 7  (2)



## تطبيق هندسي

﴿١٦﴾ إذا علم أن محيط الشكل المقابل  $\frac{2}{3}$  ٨ سم

احسب : طول آب

## للمتفوقين

$$\left( \frac{r}{0} - \epsilon \right) \frac{1}{0}$$

$$\frac{x}{y} = \frac{1}{2} + 4 \quad (1)$$

“16 1/2”

$$\frac{1}{3} = \left| \frac{2}{3} - \frac{2}{3} \right| \quad (2)$$

$$\left(0 \cdot \frac{1}{x} - 1 \cdot \frac{1}{x}\right) + \left(1 \cdot \frac{1}{x} - 2 \cdot \frac{1}{x}\right) + \cdots + \left(n \cdot \frac{1}{x} - (n+1) \cdot \frac{1}{x}\right) + \left((n+1) \cdot \frac{1}{x} - 0 \cdot \frac{1}{x}\right)$$

« 70. - »

$$\frac{y}{2} + \frac{9}{16} = \frac{9}{16} + \frac{y}{2} \quad (1) \checkmark$$

$$\text{مثال } [(\frac{1}{4}-) + \frac{1}{4}-] + \frac{2}{4} = (\frac{1}{4}-) + [(\frac{1}{4}-) + \frac{2}{4}] \quad (1) \rightarrow$$

$$\text{صفر (المعكوف)} = \left(\frac{2}{2}\right) + \frac{2}{2} (2) \checkmark$$

(٤) صفر  $= \left( \frac{3}{4} - \right) + \frac{3}{4}$  الخافض البعس

احسب كلاً مما يأتي :

(١)  $\frac{4}{5} + \text{صفر}$       (٢)  $\left(\frac{7}{10} - \right) + \text{صفر}$       (٣)  $\left(\frac{17}{8} - \right) - \text{صفر}$

$$\left(\frac{2}{9}\right) + \left[\left(\frac{2}{9}\right) + \frac{2}{9}\right] (7) \quad \left(\frac{2}{7} + \frac{2}{7}\right) + \frac{0}{7} (8) \quad \frac{2}{2} + \left[\left(\frac{1}{2}\right) + \frac{1}{2}\right] (9)$$

**١١** باستخدام خواص الجمع في ن أوجد ناتج كل مما يأتي في أبسط صورة :

$$\frac{1}{2} + \frac{0}{V} + \frac{2}{2} + \frac{2}{V} \quad (2) \qquad \frac{2}{2} + \frac{1}{V} + \frac{1}{2} \quad (1)$$

$$\frac{3}{2} + \frac{3}{\lambda} + \left(\frac{3}{2} - \right) + \frac{0}{\lambda} \quad (\xi) \qquad \frac{2\lambda}{0} + \left(\frac{20}{2} - \right) + \left(\frac{12}{0} - \right) + \frac{0}{2} \quad (\mathfrak{r})$$

$$\left(\frac{1}{18}\right) + \frac{1}{4} + \frac{2}{5} = (7) \qquad \left(\frac{7}{0}\right) + \frac{11}{13} + \frac{1}{0} + \frac{2}{13} = (8)$$

$$\frac{3}{2} + \frac{2}{0} + \frac{2}{3} \quad (A) \qquad \left(\frac{10}{27} - \right) + \frac{1}{3} + \frac{0}{9} + \frac{12}{18} \quad (V)$$

$$v \frac{r}{\lambda} + 13 \frac{1}{\lambda} - \frac{1}{\lambda} \quad (1)$$

١٢ إذا كان :  $\frac{5}{9} = \frac{3}{4}$  ،  $\frac{1}{3} = \frac{1}{4}$  ،  $\frac{1}{4} = \frac{1}{5}$  فاحسب قيمة كل مما يأتي :

$$\begin{array}{r} 10 \\ + 5 \\ \hline 15 \end{array} \quad \begin{array}{r} 10 \\ + 3 \\ \hline 13 \end{array}$$

(۲) س - ص

إذا كان:  $\frac{1}{y} = 2$  ،  $\frac{2}{y} = 1$  أوجد قيمة:  $(1 - 2)^2$

**مثال**

أوجد ناتج كل مما يأتي في أبسط صورة :

$$\begin{array}{r|l} \frac{y}{9} \times \frac{r}{8} = 5 & \frac{y}{9} \times \frac{r}{7} = 1 \\ \left(\frac{r}{7} - \right) \times \frac{y}{8} = 8 & (r -) \times \frac{1}{7} = 3 \end{array}$$

### الحل

بعد إجراء عملية الضرب يراعى وضع الناتج فى أسسط صورة كما بالحل المجاور.

$$\frac{2 \times 3}{0 \times 7} = \frac{2}{0} \times \frac{3}{7} \quad ,$$

$$\frac{1}{0} = \frac{1}{r.} =$$

$$\frac{1}{0} = \frac{1}{0} \times \frac{1}{1} = \frac{1}{0} \times \frac{1}{1} = \frac{2}{0} \times \frac{1}{2} : \underline{\text{خط آفر}}$$

لاحظ أنه

يفضل وضع الأعداد النسبية في أبسط صورة لتسهيل عملية الضرب كما بالحل المجاور.

$$\frac{1}{4} = \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} = \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} = r$$

لاحظ أنه

عند إجراء عملية الضرب يمكن اختصار  
بسط العدد الأول مع مقام الثاني  
وبسط الثاني مع مقام الأول.

$$1- = \left(1 \frac{\cancel{1}}{\cancel{1}} - \right) \times \frac{\cancel{1}}{\cancel{1}} = (1-) \times \frac{1}{1} = 1$$

لاحظ أنه

ينبغي رفع الكسر أولاً قبل إجراء عملية الضرب.

$$\left(\frac{19}{1}\right) \times \frac{0}{V} = \left(3\frac{1}{4}\right) \times \frac{5}{V} - 5$$

$$\frac{90}{V} = \left(\frac{19}{1}\right) \times \frac{0}{V} =$$

## حاول بنفسك

أوجد ناتج كل مما يأتي في أبسط صورة :

$\left(\frac{\lambda}{q}\right) \times \frac{\lambda}{o} =$	$\frac{o}{q} \times \frac{r}{r} =$
$\left(\frac{o}{q}\right) \times \frac{\lambda}{r} =$	$\frac{r}{r} \times o =$



## ضرب وقسمة الأعداد النسبية

பெரு

قبل دراستنا لمفهوم عملية الضرب والقسمة في ن نتذكر معاً قاعدة الإشارات :

## قاعدة الإشارات في القسم

$$\oplus = \ominus \div \ominus, \quad \oplus = \oplus \div \oplus$$

$$\ominus = \oplus \div \ominus, \quad \ominus = \ominus \div \oplus$$

فمثلاً :

$$1. = (0-) \div (0.-) \bullet \quad \varepsilon = \gamma \div \lambda \bullet$$

$$0- = \xi \div (\gamma_-) \bullet \quad \gamma_- = (V_-) \div 1\xi \bullet$$

## قاعدة الإشارات في الضرب

$$\oplus = \ominus \times \ominus, \quad \oplus = \oplus \times \oplus$$

$$\ominus = \oplus \times \ominus, \quad \ominus = \ominus \times \oplus$$

فمثلاً :

$$7 = (3-) \times (2-) \bullet \quad 12 = 4 \times 3 \bullet$$

$$\lambda_- = \gamma \times (\xi_-) \bullet \quad 1_- = (0_-) \times \gamma \bullet$$

## أولاً ﴿ عملية الضرب

إذا كان :  $\frac{1}{\text{س}}$  ،  $\frac{\text{ح}}{\text{س}}$  عددين نسبيين فإن :  $\frac{1}{\text{س}} \times \frac{\text{ح}}{\text{س}} = \frac{\text{ح}}{\text{س} \times \text{س}}$  أي أنه : لضرب العددين النسبيين  $\frac{1}{\text{س}}$  ،  $\frac{\text{ح}}{\text{س}}$  يلزم ضرب بسطيهما لتحصل على بسط حاصل الضرب ، ضرب مقاميهما لتحصل على مقام حاصل الضرب.

$$\frac{1.}{r_1} = \frac{0 \times r}{v \times r} = \frac{0}{v} \times \frac{r}{r} \quad \bullet \quad \frac{1}{r_2} = \frac{r \times r}{0 \times s} = \frac{r}{0} \times \frac{r}{s} \quad \bullet : \text{فمثلاً}$$

نشاط

يمكنك استخدام برنامج Excel في إيجاد حاصل ضرب عددين  
(انظر أنشطة الحاسب الآلي في نهاية الكتاب)

خواص عملية الضرب في (ن)

١ خاصية الانغلاق :

حاصل ضرب أى عددين نسبيين هو عدد نسبي. أى أن: ن مغلقة تحت عملية الضرب.

فمثلاً:  $\frac{2}{5}$  ،  $\frac{1}{4}$  عدنان نسبيان حاصل ضربيهما  $\frac{2}{5} \times \frac{1}{4} = \frac{1}{10}$  وهو أيضاً عدد نسبي.

٢ خاصية الإبدال :

إذا كان: أ ، ب عددين نسبيين فإن:  $أ \times ب = ب \times أ$

فمثلاً:  $\frac{1}{5} = \frac{2}{5} \times \frac{2}{10}$  ،  $\frac{1}{5} = \frac{2}{5} \times \frac{2}{10}$

أى أن:  $\frac{2}{5} \times \frac{2}{10} = \frac{2}{10} \times \frac{2}{5}$

٣ خاصية الدمج (أو التجميع) :

إذا كان: أ ، ب ، ج ثلاثة أعداد نسبية فإن:  $أ \times (ب \times ج) = (أ \times ب) \times ج$

فمثلاً:  $\frac{1}{3} = \frac{1}{5} \times \frac{1}{3} = \left(\frac{1}{5} \times \frac{1}{3}\right) \times \frac{1}{3}$  ،  $\frac{1}{3} = \frac{1}{5} \times \frac{1}{3} = \frac{1}{5} \times \left(\frac{1}{3} \times \frac{1}{3}\right)$

أى أن:  $\left(\frac{1}{5} \times \frac{1}{3}\right) \times \frac{1}{3} = \frac{1}{5} \times \left(\frac{1}{3} \times \frac{1}{3}\right)$

٤ خاصية وجود المحايد الضربى :

إذا كان: أ عدداً نسبياً فإن:  $أ \times ١ = ١ \times أ = أ$   
أى أنه: عند ضرب أى عدد نسبي فى واحد لا تتغير قيمة هذا العدد.  
وتقول إن: الواحد الصحيح عدد محايد بالنسبة لعملية الضرب فى ن

فمثلاً:  $\frac{2}{3} = \frac{2}{3} \times ١ = ١ \times \frac{2}{3}$

$\frac{2}{5} = \frac{2}{5} \times ١ = ١ \times \frac{2}{5}$

٥ خاصية وجود المعكوس الضربى :

لكل عدد نسبي  $\frac{أ}{ب}$  لا يساوى الصفر يوجد معكوس ضربى هو العدد النسبي  $\frac{ب}{أ}$   
بحيث  $\frac{أ}{ب} \times \frac{ب}{أ} = ١$  (المحايد الضربى).

فمثلاً: • المعكوس الضربى للعدد  $\frac{3}{4}$  هو  $\frac{4}{3}$

والعكس صحيح: المعكوس الضربى للعدد  $\frac{4}{3}$  هو  $\frac{3}{4}$

• المعكوس الضربى للعدد  $\frac{3}{4}$  هو  $\frac{4}{3}$

والعكس صحيح: المعكوس الضربى للعدد  $\frac{4}{3}$  هو  $\frac{3}{4}$

• المعكوس الضربى للعدد  $\frac{1}{5}$  هو ٥

والعكس صحيح: المعكوس الضربى للعدد ٥ هو  $\frac{1}{5}$

ملاحظات

- يُسمى المعكوس الضربى للعدد النسبي مقلوب العدد النسبي.
- لا يوجد معكوس ضربى للعدد صفر لأن  $\frac{1}{صفر}$  ليس له معنى.
- المعكوس الضربى للعدد ١ هو نفسه والمعكوس الضربى للعدد -١ هو نفسه أيضاً.
- عند ضرب الصفر فى أى عدد نسبي يكون حاصل الضرب صفراً.
- فمثلاً:  $٠ = ٠ \times \frac{٥}{٨}$  ،  $٠ = \frac{1}{٣} \times ٠$

حل آخر:  $11 \times \frac{7}{12} - 7 \times \frac{7}{12} + 5 \times \frac{7}{12} = 11 \times \frac{7}{12} - \frac{49}{12} + 5 \times \frac{7}{12}$   
 $\frac{7}{12} = 1 \times \frac{7}{12} = (11 - 7 + 5) \times \frac{7}{12} =$

حاول بنفسك

استخدم خاصية التوزيع لإيجاد قيمة كل مما يأتي :

$$\frac{2}{3} - \frac{2}{3} \times 11 \quad \frac{1}{3} \times \frac{5}{7} + \frac{2}{3} \times \frac{5}{7} \quad 1$$

ثانيًا عملية القسمة

نظرًا لأن كل عدد نسبي (عدا الصفر) له معكوس ضربي فإنه يمكن تعريف عملية القسمة في  
 ن كما يلي :

إذا كان :  $\frac{1}{c}$  ،  $\frac{a}{b}$  عددين نسبيين ،  $\frac{a}{b} \div \frac{c}{d} = \frac{a}{b} \times \frac{d}{c}$  فإن :  $\frac{a}{b} \times \frac{1}{c} = \frac{a}{b} \div \frac{c}{d}$

فمثلاً :  $\frac{1}{21} = \frac{0 \times 2}{7 \times 3} = \frac{0}{7} \times \frac{2}{3} = \frac{0}{7} \div \frac{3}{2}$

$\frac{1}{3} - = \frac{1 \times 1}{3 \times 3} \times \frac{1}{3} = \frac{1}{9} \div \frac{3}{1}$

$\frac{1}{3} - = \frac{1 \times 1}{1 \times 3} = \left( \frac{1}{3} \right) \times \frac{1}{3} = (2) \div \frac{3}{1}$

$2 - = \frac{1 \times 1}{1 \times 3} \times \frac{1}{3} = \frac{0}{3} \div \left( \frac{1}{3} - \right) = 1 \frac{2}{3} \div \left( 2 \frac{1}{3} - \right)$

ملاحظات

- حيث إن القسمة على صفر غير ممكنة في ن لذلك فإن مجموعة الأعداد النسبية ليست مغلقة بالنسبة لعملية القسمة.
- عملية القسمة في ن ليست إبدالية وليست دامجة.
- لا يوجد عدد محايد بالنسبة لعملية القسمة في ن وبالتالي لا توجد معكوسات للأعداد بالنسبة لعملية القسمة في ن

1 خاصية توزيع الضرب على الجمع والطرح :

إذا كان :  $a, b, c$  ، ثلاثة أعداد نسبية فإن :

1  $a \times (b + c) = (a \times b) + (a \times c)$

$a \times (b - c) = (a \times b) - (a \times c)$  ،

أي أن : الضرب يتوزع على الجمع في مجموعة الأعداد النسبية من اليمين ومن اليسار.

2  $(a + b) \times c = (a \times c) + (b \times c)$

$(a - b) \times c = (a \times c) - (b \times c)$  ،

أي أن : الضرب يتوزع على الطرح في مجموعة الأعداد النسبية من اليمين ومن اليسار.

مثال 2

استخدم خاصية التوزيع لإيجاد قيمة كل مما يأتي :

$$\begin{array}{l} 1 \quad \frac{1}{7} \times \frac{0}{11} + \frac{7}{7} \times \frac{1}{11} \\ 2 \quad 4 \times \frac{9}{17} - 21 \times \frac{9}{17} \\ 3 \quad \frac{22}{20} - \frac{22}{20} \times \frac{0}{11} + \frac{7}{11} \times \frac{22}{20} \\ 4 \quad 11 \times \frac{7}{12} - \frac{49}{12} + 5 \times \frac{7}{12} \end{array}$$

الحل

1 (توزيع الضرب على الجمع)  $\left( \frac{1}{7} + \frac{7}{7} \right) \times \frac{0}{11} = \frac{1}{7} \times \frac{0}{11} + \frac{7}{7} \times \frac{0}{11}$

$\frac{0}{11} = 1 \times \frac{0}{11} = \frac{7}{7} \times \frac{0}{11} =$

2  $9 = 17 \times \frac{9}{17} = (4 - 21) \times \frac{9}{17} = 4 \times \frac{9}{17} - 21 \times \frac{9}{17}$

3  $\left( 1 - \frac{11}{11} \right) \times \frac{22}{20} = \left( 1 - \frac{0}{11} + \frac{7}{11} \right) \times \frac{22}{20} = \frac{22}{20} - \frac{22}{20} \times \frac{0}{11} + \frac{7}{11} \times \frac{22}{20}$

$= \frac{22}{20} \times \frac{22}{20} = (1 - 1) \times \frac{22}{20} = \text{صفر} = \text{صفر}$

4 (الإبدال)  $\frac{49}{12} + 11 \times \frac{7}{12} - 5 \times \frac{7}{12} = 11 \times \frac{7}{12} - \frac{49}{12} + 5 \times \frac{7}{12}$

$\frac{49}{12} + (7 - 5) \times \frac{7}{12} = \frac{49}{12} + (11 - 5) \times \frac{7}{12} =$

$\frac{7}{12} = \frac{49}{12} + \frac{42}{12} =$

مثال ٣

أوجد قيمة كل مما يأتي في أبسط صورة :

$$\begin{array}{l|l|l} ١ \quad \frac{٢}{٣} \div \frac{٢}{٣} & ٢ \quad (٨-) \div \frac{٢}{٧} & ٣ \quad ٥ \frac{١}{٧} \div ٢ \frac{١}{٥} \\ ٤ \quad \frac{١}{٥} \div ٠,٢ & ٥ \quad \frac{١}{٧} \div \left( \frac{٢}{٧} + \frac{٢}{٧} \right) & ٦ \quad \left( \frac{٢}{٩} - \frac{٧}{١٢} \right) \div \left( \frac{٢}{٤} - \frac{٥}{٦} \right) \end{array}$$

الحل

$$١ \quad \frac{٢}{٣} - = \frac{١٢}{٣} \times \frac{٣}{١٢} - = \frac{٥}{٣} \div \frac{٢}{٣} -$$

$$٢ \quad \frac{٢}{٥٦} - = \left( \frac{١}{٨} - \right) \times \frac{٢}{٧} = (٨-) \div \frac{٢}{٧}$$

$$٣ \quad \frac{٢}{٥} = \frac{٢}{١٢} \times \frac{١٢}{٥} = \frac{١١}{٧} \div \frac{١١}{٥} = ٥ \frac{١}{٧} \div ٢ \frac{١}{٥}$$

$$٤ \quad ١ = \frac{١}{١} \div = \frac{٥}{١} \times \frac{٢}{١٠} = \frac{١}{٥} \div \frac{٢}{١٠} = \frac{١}{٥} \div ٠,٢$$

$$٥ \quad \frac{١}{٧} = \frac{١٢}{٧} \times \frac{١}{١٢} = \frac{١}{٧} \div \frac{٥}{٧} = \frac{١}{٧} \div \left( \frac{٢}{٧} + \frac{٢}{٧} \right)$$

$$٦ \quad \left( \frac{٢}{٣١} - \frac{٢١}{٣١} \right) \div \left( \frac{٩}{١٢} - \frac{١١}{١٢} \right) = \left( \frac{٥}{٩} - \frac{٧}{١٢} \right) \div \left( \frac{٢}{٤} - \frac{٥}{٦} \right)$$

$$٣ = \frac{٢٢٩}{١} \times \frac{١}{١٢} = \frac{١}{٣١} \div \frac{١}{١٢} =$$

حاول بنفسك

أوجد ناتج كل مما يأتي في أبسط صورة :

$$\begin{array}{l|l} ١ \quad \frac{٩}{١٤} \div \frac{٢}{٧} & ٢ \quad \left( \frac{١٥}{٧} - \right) \div \frac{٢}{٤} \\ ٣ \quad \left( \frac{٧}{٣} - \right) \div ٢ \frac{١}{٣} & ٤ \quad ١٠ \div \frac{٥}{٦} \end{array}$$

نشاط

يمكنك استخدام برنامج Excel في إيجاد خارج قسمة عددين  
(انظر أنشطة الحاسب الآلى في نهاية الكتاب)

مثال ٤

إذا كان : س =  $\frac{١}{٣}$  ، ص =  $\frac{٢}{٤}$  ، ع = ٢- فأوجد القيمة العددية لكل مما يأتي :

$$١ \quad \frac{ص}{ع} \quad ٢ \quad \frac{س ص}{ع} \quad ٣ \quad \frac{س}{ع} - \frac{ص}{ع}$$

الحل

$$١ \quad \frac{١}{٤} - = \frac{١}{١٢} - \times \frac{١٢}{٤} = (٢-) \div \frac{٢}{٤} = \frac{ص}{ع}$$

$$٢ \quad \frac{س ص}{ع} = \left( \frac{١}{٣} - \right) \times \frac{١}{٤} - = (٢-) \div \frac{١}{٤} - = (٢-) \div \left( \frac{١٢}{٤} \times \frac{١}{١٢} - \right) = \frac{س ص}{ع}$$

$$٣ \quad \frac{س}{ع} = \frac{١}{٤} - = \frac{٤}{٩} - = \frac{٤}{٩} \times \frac{١}{٣} - = \frac{٢}{٤} \div \frac{١}{٣} - = \frac{س}{ص}$$

$$\frac{ص}{ع} - \frac{س}{ع} = \frac{٧}{٣١} - = \frac{٩}{٣١} + \frac{١٦}{٣١} - = \left( \frac{١}{٤} - \right) - \frac{٤}{٩} - = \frac{ص}{ع} - \frac{س}{ع}$$

# تمارين 4

أسئلة كتاب الوزارة

على ضرب وقسمة الأعداد النسبية

١ أكمل ما يأتي :

- (١) المحايد الضربي للأعداد النسبية هو  $1$ .....
- (٢) المعكوس الضربي للعدد  $\frac{2}{7}$  هو  $\frac{7}{2}$ .....
- (٣) المعكوس الضربي للعدد  $-\frac{4}{9}$  هو  $-\frac{9}{4}$ .....
- (٤) المعكوس الضربي للعدد  $-6$  هو  $-\frac{1}{6}$ .....
- (٥) المعكوس الضربي للعدد  $2\frac{1}{3}$  هو  $\frac{3}{7}$ .....
- (٦) المعكوس الضربي للعدد  $0,5$  هو  $2$ .....
- (٧) المعكوس الضربي للعدد  $1$  هو  $1$ .....
- (٨) المعكوس الضربي للعدد  $-1$  هو  $-1$ .....
- (٩) المعكوس الضربي للعدد  $(\frac{3}{0}-)$  صفر هو  $0$ .....
- (١٠) المعكوس الضربي للعدد  $|\frac{2}{0}-|$  هو  $0$ .....
- (١١) العدد النسبي  $\frac{1-1}{0}$  له معكوس ضربي إذا كان  $1 \neq 0$ .....
- (١٢) العدد النسبي الذي ليس له معكوس ضربي هو صفر.....

٢ أكمل ما يأتي :

- (١)  $\frac{2}{3} \times \frac{4}{5} = (\frac{2}{3}-) \times (\frac{4}{5}-)$ .....
- (٢)  $1 = \frac{1}{7} \times 7$ .....
- (٣)  $1 = \frac{7}{4} \times \frac{4}{7}$ .....
- (٤)  $\frac{4}{0} = \text{صفر} \times \frac{4}{0}$ .....
- (٥)  $1 = \frac{4}{11} \times \frac{11}{4}$ .....
- (٦)  $1 = \frac{2}{3} \times 2\frac{1}{3}$ .....
- (٧)  $1 = 0,8 \times 1,25$ .....
- (٨)  $0 = \text{صفر} \times 4$ .....
- (٩)  $\frac{2}{3} + 2 \times \frac{2}{3} = (\frac{2}{3} + 2) \times \frac{2}{3}$ .....
- (١٠)  $\frac{2}{8} \times \frac{2}{3} = \frac{2}{9}$ .....
- (١١) إذا كان  $\frac{2}{3} = \frac{2}{3}$  فإن  $\frac{2}{3} = \frac{2}{3}$ .....
- (١٢) إذا كان  $\frac{1}{2} = \frac{1}{2}$  فإن  $\frac{1}{2} = \frac{1}{2}$ .....

## الدرس الرابع

٣ ضع علامة (✓) أمام العبارة الصحيحة ، وعلامة (X) أمام العبارة غير الصحيحة :

- (١) كل عدد نسبي له معكوس ضربي. ☒
- (٢) المعكوس الضربي للعدد النسبي عدد صحيح. ☒
- (٣) المعكوس الضربي للعدد  $\frac{7}{9}$  هو  $\frac{9}{7}$ . ☒
- (٤)  $2\frac{1}{5}$  معكوس ضربي للعدد النسبي  $\frac{1}{5}$ . ☒
- (٥)  $(\frac{2}{5} + \frac{2}{5})$  معكوس ضربي للعدد  $\frac{20}{31}$ . ☒
- (٦)  $\frac{2}{8} = (\frac{1}{3} - \frac{1}{3}) \times \frac{2}{8}$ . ☒

٤ اكتب خاصية ضرب الأعداد النسبية المستخدمة في كل مما يأتي :

- (١)  $1 = (\frac{7}{3}-) \times \frac{3}{7}$  ☒ المحايد الضربي
- (٢)  $\frac{2}{3} \times \frac{4}{5} = (\frac{2}{3}-) \times (\frac{4}{5}-)$  ☒ ابدال الورد
- (٣)  $\frac{2}{3} \times (\frac{4}{5} \times \frac{6}{7}) = (\frac{2}{3} \times \frac{4}{5}) \times \frac{6}{7}$  ☒ ابدال الورد
- (٤)  $\frac{0}{4} = 1 \times \frac{0}{4}$  ☒ المحايد
- (٥)  $0,8 \times \text{صفر} = \text{صفر}$  ☒ صفر المعكوس

٥ أوجد ناتج كل مما يأتي في أبسط صورة :

- (١)  $\frac{1}{30} = \frac{2}{5} \times \frac{2}{3}$  ☒
- (٢)  $\frac{1}{6} = \frac{2}{3} \times \frac{1}{2}$  ☒
- (٣)  $(\frac{0}{3}-) \times \frac{2}{8}$  ☒
- (٤)  $\frac{1}{6} = (\frac{2}{3}-) \times \frac{2}{3}$  ☒
- (٥)  $\frac{0}{10} \times \frac{2}{3}$  ☒
- (٦)  $\frac{10}{30} = (\frac{2}{3}-) \times \frac{4}{5}$  ☒
- (٧)  $(\frac{4}{3}-) \times |\frac{2}{5}-|$  ☒
- (٨)  $12 \times \frac{1}{4}$  ☒
- (٩)  $\frac{0}{7} \times \frac{4}{5} \times \frac{2}{4} \times \frac{2}{3}$  ☒

٦ أوجد ناتج كل مما يأتي في أبسط صورة :

- (١)  $\frac{10}{8} = \frac{2}{5} \div \frac{4}{5}$  ☒
- (٢)  $10 - \frac{0}{2} \div \frac{1}{2}$  ☒
- (٣)  $1 = (\frac{4}{11}-) \div \frac{4}{11}$  ☒
- (٤)  $\frac{2}{8} = \frac{1}{4} \div \frac{0}{8}$  ☒
- (٥)  $9 = (\frac{10}{4}-) \div \frac{0}{4}$  ☒
- (٦)  $\frac{88}{0} = (\frac{11}{8}-) \div \frac{0}{11}$  ☒
- (٧)  $1 = \frac{0}{8} \div \frac{0}{8}$  ☒
- (٨)  $\frac{2}{0} \div \text{صفر}$  ☒
- (٩)  $14 = (9-) \div \frac{2}{4}$  ☒

١٠ أوجد ناتج كل مما يأتي في أبسط صورة :

$$\begin{aligned} (1) \quad \frac{0}{8} \div \left( \frac{0}{8} + \frac{2}{8} \right) &= \frac{0}{8} \div \frac{2}{8} = \frac{0}{2} = 0 \\ (2) \quad \frac{1}{8} - \left( \frac{1}{8} - \frac{1}{8} \right) \times \frac{2}{8} &= \frac{1}{8} - 0 = \frac{1}{8} \\ (3) \quad \frac{2}{9} \div \left( \frac{2}{9} - \frac{1}{9} \right) \times \left( \frac{9}{30} \div \frac{18}{30} \right) &= \frac{2}{9} \div \frac{1}{9} \times \left( \frac{9}{30} \div \frac{18}{30} \right) = \frac{2}{9} \times 9 \times \left( \frac{9}{30} \times \frac{30}{18} \right) = 2 \times 1 = 2 \\ (4) \quad \frac{10}{8} \div \left( \frac{9}{12} - \right) \div \left[ \left( \frac{0}{5} - \right) \times \frac{12}{30} \right] &= \frac{10}{8} \div \left( \frac{9}{12} - \right) \div \left[ \left( \frac{0}{5} - \right) \times \frac{12}{30} \right] = \frac{10}{8} \div \left( \frac{9}{12} - \right) \div \left[ \left( \frac{0}{5} - \right) \times \frac{12}{30} \right] \\ (5) \quad \left( \frac{7}{9} - \right) \times \left( \frac{6}{8} \div \frac{1}{16} \right) &= \left( \frac{7}{9} - \right) \times \left( \frac{6}{8} \div \frac{1}{16} \right) = \left( \frac{7}{9} - \right) \times \left( \frac{6}{8} \times 16 \right) = \left( \frac{7}{9} - \right) \times 12 = \frac{7}{9} \times 12 = \frac{28}{3} \\ (6) \quad \frac{10}{12} - \left( \frac{2}{8} \div \frac{2}{8} \right) \left( \frac{2}{8} \div \frac{2}{8} \right) &= \frac{10}{12} - \left( \frac{2}{8} \div \frac{2}{8} \right) \left( \frac{2}{8} \div \frac{2}{8} \right) = \frac{10}{12} - \left( \frac{2}{8} \div \frac{2}{8} \right) \left( \frac{2}{8} \div \frac{2}{8} \right) \\ (7) \quad \frac{1}{12} - \left( \frac{1}{8} - \frac{1}{8} + \frac{2}{8} \right) \div \frac{0}{8} &= \frac{1}{12} - \left( \frac{1}{8} - \frac{1}{8} + \frac{2}{8} \right) \div \frac{0}{8} = \frac{1}{12} - \left( \frac{1}{8} - \frac{1}{8} + \frac{2}{8} \right) \div \frac{0}{8} \end{aligned}$$

١١ أوجد قيمة س في كل مما يأتي :

$$\begin{aligned} (1) \quad 1 - \left( \frac{2}{7} - \right) \times \frac{7}{3} &= 1 - \left( \frac{2}{7} - \right) \times \frac{7}{3} = 1 - \left( \frac{2}{7} - \right) \times \frac{7}{3} \\ (2) \quad 1 = \frac{17}{3} \times س &= 1 = \frac{17}{3} \times س \\ (3) \quad \frac{7}{3} \times س = صفر &= \frac{7}{3} \times س = صفر \\ (4) \quad \frac{0}{5} = \frac{1}{3} \times س &= \frac{0}{5} = \frac{1}{3} \times س \\ (5) \quad \left( \frac{2}{8} - \right) \times 0 + \frac{1}{4} \times س &= \left[ \left( \frac{2}{8} - \right) + \frac{1}{4} \right] س \end{aligned}$$

١٢ إذا كانت : ٢ = أ ، ١ = ب ، ٢ = ج ، فأوجد في أبسط صورة القيمة العددية للمقدار : (ب - أ) ÷ ج

« ١ »

١٣ إذا كان : س = ١ - ١ ، ص = ٢ ، ع = ٣ - ٢ فأوجد القيمة العددية لكل مما يأتي :

$$(1) \quad س ص ع \quad (2) \quad س ص + ص ع \quad \left( \frac{0}{3} - , \frac{2}{8} \right)$$

١٤ إذا كانت : ٢ = ١ - ١ ، ١ = ب ، ٢ = ج ، فأوجد القيمة العددية لكل مما يأتي :

$$(1) \quad ٣ + ج - ب \quad (2) \quad ج - ب - ح \quad \left( \frac{7}{3} , ٥ \right)$$

١٥ إذا كانت : ٢ = ٢ ، ٢ = ب ، ٢ = ج ، فأوجد في أبسط صورة القيمة العددية للمقدار : (ب - أ) ÷ (ب + ١)

$$\left( \frac{12}{3} - \right)$$

١٦ إذا كانت : ٢ = ١ - ١ ، ١ = ب ، ٢ = ج ، فأوجد في أبسط صورة القيمة : (ب - أ) × (ب - ح)

$$\left( \frac{0}{12} \right)$$

٧ أوجد ناتج كل مما يأتي في أبسط صورة :

$$\begin{aligned} (1) \quad (٤ -) \times ٣ \frac{1}{4} &= (٤ -) \times ٣ \frac{1}{4} \\ (2) \quad \left( \frac{2}{8} - \right) \times ١ \frac{1}{4} &= \left( \frac{2}{8} - \right) \times ١ \frac{1}{4} \\ (3) \quad (٥ \frac{1}{4} -) \times ٤ \frac{2}{7} &= (٥ \frac{1}{4} -) \times ٤ \frac{2}{7} \\ (4) \quad \left( ٤ \frac{1}{8} - \right) \times ٣ \frac{1}{8} &= \left( ٤ \frac{1}{8} - \right) \times ٣ \frac{1}{8} \\ (5) \quad \frac{2}{8} \times ٠,٥ - &= \frac{2}{8} \times ٠,٥ - \\ (6) \quad ٠,٨ \times ٢ \frac{1}{4} &= ٠,٨ \times ٢ \frac{1}{4} \\ (7) \quad \left| \frac{0}{3} - \right| \times \left| ١ \frac{1}{4} - \right| &= \left| \frac{0}{3} - \right| \times \left| ١ \frac{1}{4} - \right| \\ (8) \quad ١ \frac{1}{4} \times \left| ٠,٦ - \right| &= ١ \frac{1}{4} \times \left| ٠,٦ - \right| \end{aligned}$$

٨ أوجد ناتج كل مما يأتي في أبسط صورة :

$$\begin{aligned} (1) \quad \frac{11}{8} \div ٢ \frac{1}{8} &= \frac{11}{8} \div ٢ \frac{1}{8} \\ (2) \quad \frac{٤٧}{١٠٠} \div ٧ \frac{0}{4} &= \frac{٤٧}{١٠٠} \div ٧ \frac{0}{4} \\ (3) \quad ١ \frac{1}{12} \div ٤ \frac{2}{7} &= ١ \frac{1}{12} \div ٤ \frac{2}{7} \\ (4) \quad ٢ \frac{1}{2} \div ١ - &= ٢ \frac{1}{2} \div ١ - \\ (5) \quad \left( ٣ \frac{1}{2} - \right) \div ٤ \frac{1}{4} &= \left( ٣ \frac{1}{2} - \right) \div ٤ \frac{1}{4} \\ (6) \quad ٥ \frac{1}{4} \div ٠,٥ &= ٥ \frac{1}{4} \div ٠,٥ \\ (7) \quad \left( ٣ \frac{1}{8} - \right) \div ٢ \frac{2}{4} &= \left( ٣ \frac{1}{8} - \right) \div ٢ \frac{2}{4} \\ (8) \quad (١٥ -) \div ٦ \frac{1}{2} &= (١٥ -) \div ٦ \frac{1}{2} \\ (9) \quad \left( ١ \frac{11}{10} - \right) \div ٢ \frac{2}{8} &= \left( ١ \frac{11}{10} - \right) \div ٢ \frac{2}{8} \end{aligned}$$

٩ باستخدام خاصية التوزيع أوجد قيمة كل مما يأتي في أبسط صورة :

$$\begin{aligned} (1) \quad ٩ \times \frac{0}{12} + ٣ \times \frac{0}{12} &= ٩ \times \frac{0}{12} + ٣ \times \frac{0}{12} \\ (2) \quad ١٦ \times \frac{٤}{9} + ١١ \times \frac{٤}{9} &= ١٦ \times \frac{٤}{9} + ١١ \times \frac{٤}{9} \\ (3) \quad \frac{٨}{17} \times ٤ + \frac{٨}{17} \times ٩ + \frac{٨}{17} \times ٤ &= \frac{٨}{17} \times ٤ + \frac{٨}{17} \times ٩ + \frac{٨}{17} \times ٤ \\ (4) \quad \left( ١١ - \right) \times \frac{7}{17} + ٥ \times \frac{7}{17} + ٧ \times \frac{7}{17} &= \left( ١١ - \right) \times \frac{7}{17} + ٥ \times \frac{7}{17} + ٧ \times \frac{7}{17} \\ (5) \quad ٩ \times \frac{٤}{8} + ٢٢ \times \frac{٤}{8} - ١٣ \times \frac{٤}{8} &= ٩ \times \frac{٤}{8} + ٢٢ \times \frac{٤}{8} - ١٣ \times \frac{٤}{8} \\ (6) \quad \frac{7}{12} \times ٢ - \frac{7}{12} \times ٩ + ٥ \times \frac{7}{12} &= \frac{7}{12} \times ٢ - \frac{7}{12} \times ٩ + ٥ \times \frac{7}{12} \\ (7) \quad \frac{7}{12} - ٨ \times \frac{7}{12} + ٦ \times \frac{7}{12} &= \frac{7}{12} - ٨ \times \frac{7}{12} + ٦ \times \frac{7}{12} \\ (8) \quad ٩ \times \frac{27}{11} + \frac{1}{2} \times \frac{27}{11} - \frac{9}{2} \times \frac{27}{11} &= ٩ \times \frac{27}{11} + \frac{1}{2} \times \frac{27}{11} - \frac{9}{2} \times \frac{27}{11} \\ (9) \quad \left( \frac{2}{7} - \right) + \left( \frac{2}{7} - \right) \times ٥ + ٨ \times \frac{2}{7} &= \left( \frac{2}{7} - \right) + \left( \frac{2}{7} - \right) \times ٥ + ٨ \times \frac{2}{7} \end{aligned}$$

$$\frac{0}{3} + \left( \frac{2}{11} - \right) \times \frac{0}{3} + \frac{12}{11} \times \frac{0}{3}$$

$$\frac{22}{20} - \frac{22}{20} \times \frac{0}{11} + \frac{7}{11} \times \frac{22}{20}$$

$$\frac{1}{2} \times ٢٥ - \frac{1}{4} \times ٢٥ + \frac{2}{2} \times ٢٥$$

$$\left( \frac{1}{8} - \right) \times \frac{17}{20} + \frac{1}{8} \times \frac{17}{20} + \frac{2}{8} \times \frac{17}{20} + \frac{2}{20} \times \frac{17}{20}$$



١٧ إذا كانت :  $\frac{2}{3} = س$  ،  $\frac{1}{4} = ص$  ،  $ع = ٢$  فأوجد في أبسط صورة قيمة كل من :

(١) $\frac{١}{س ص ع}$	« $\frac{٤}{٣}$ »	(٢) $س - (ع \div ص)$	« $\frac{١٢}{٢}$ »
(٣) $\frac{س}{ص} - \frac{ع}{ص}$	« $١٤-$ »	(٤) $(س + ع) \div (ع - ص)$	« $\frac{٢}{٧}-$ »
(٥) $\frac{س + ص}{ع}$	« $\frac{٥}{٨}-$ »		

### تطبيقات حياتية



١٨ إذا كان وزن الأشياء على سطح القمر يساوي  $\frac{1}{٦}$  وزنها على سطح الأرض وكان وزن رجل على الأرض  $\frac{٤}{٧٦}$  كجم ، فأوجد وزنه على القمر.

«  $١٢ \frac{٤}{٥}$  كجم »



١٩ يراود وضع مجموعة من الكتب التي سُمك كل منها  $\frac{1}{٢}$  سم على أحد أرفف مكتبة فإذا كان طول الرف  $\frac{٣}{٢٣}$  سم ، فما هو أكبر عدد من الكتب التي يمكن وضعها على هذا الرف ؟

« ١٥ كتابًا »



٢٠ ينساب الماء خلال أنبوب بمعدل  $\frac{1}{٢}$  لتر في الدقيقة ، ما عدد الدقائق التي يملأ فيها ٣ خزانات مياه ساعة الواحد ٢٠ لترًا ؟

« ٢٤ دقيقة »



٢١ ما عدد قطع السلك التي طول كل منها  $\frac{٣}{٤}$  متر التي يمكن الحصول عليها من تقسيم قطعة طولها ٦٠ مترًا ؟ هل يوجد قطعة باقية ؟ ما طولها ؟

« ١٦ قطعة »

### للمتفوقين

٢٢ أوجد العدد النسبي الذي إذا طرحنا منه :  $(\frac{1}{٧} - \frac{٢}{٥}) \div (\frac{1}{٧} + \frac{٤}{٣٥})$

كان الناتج ٢

« ٣ »

٢٣ أوجد ناتج حاصل ضرب :

$$\frac{٩٩}{١٠٠} \times \dots \times \frac{٤}{٥} \times \frac{٣}{٤} \times \frac{٢}{٣} \times \frac{1}{٢}$$

ما ناتج حاصل الضرب إذا كان آخر عدد نسبي  $\frac{١-٢}{٢}$  ؟



### مثال ١

أوجد عددًا نسبيًا يقع عند منتصف المسافة بين : ٣ ، ٧



### الحل

بملاحظة خط الأعداد في الشكل المقابل نجد أن :

العدد الذي يقع عند منتصف المسافة بين ٣ ، ٧ هو ٥

ومن ذلك يمكن استنتاج القاعدة التالية :

#### لاحظ أنه

يوجد عدد نسبي وحيد يقع عند منتصف المسافة بين أي عددين نسبيين.

العدد الذي يقع عند منتصف المسافة بين أي عددين = العدد الأصغر  $+$   $\frac{1}{2}$  المسافة بين العددين  
أ، = العدد الأكبر  $-$   $\frac{1}{2}$  المسافة بين العددين

وحيث إن المسافة بين العددين ٣ ، ٧ هي  $|7 - 3| = |4 - 3| = 1$  وحدات طول

أي أن العدد المطلوب هو :  $3 + \frac{1}{2} = \frac{7}{2}$  ،  $7 - \frac{1}{2} = \frac{13}{2}$  ، أ

### مثال ٢

أوجد عددًا نسبيًا يقع عند منتصف المسافة بين :  $\frac{2}{5}$  ،  $\frac{3}{7}$

### الحل

نقوم بتوحيد المقامات كما يلي وحيث إن م.م. أ للمقامات = ٣٥

$$\frac{15}{35} = \frac{5 \times 3}{5 \times 7} = \frac{3}{7} \quad , \quad \frac{14}{35} = \frac{7 \times 2}{7 \times 5} = \frac{2}{5}$$

العدد الأصغر هو  $\frac{14}{35}$  ، العدد الأكبر هو  $\frac{15}{35}$

إذن العدد المطلوب هو :

$$\frac{29}{70} = \frac{1}{70} + \frac{28}{70} = \frac{1}{70} + \frac{14}{35} = \frac{1}{70} + \frac{14}{35} \times \frac{1}{2} = \left| \frac{14}{35} - \frac{15}{35} \right| \times \frac{1}{2} + \frac{14}{35}$$

## تطبيقات على الأعداد النسبية

### المسافة بين عددين

يمكن التعبير عن المسافة بين العددين س ، ص

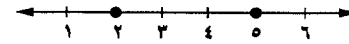
على خط الأعداد باستخدام المقياس كما يلي :

$$|س - ص| \text{ أ ، } |ص - س|$$

فمثلاً : • المسافة بين العددين ٢ ، ٥ =  $|5 - 2| = 3$

$$|3 - 0| =$$

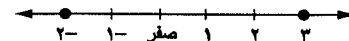
= ٣ وحدات طول



• المسافة بين العددين ٢- ، ٣ =  $|3 - 2| = 1$

$$|0 - 3| =$$

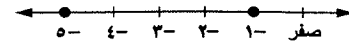
= ٣ وحدات طول



• المسافة بين العددين ١- ، ٥- =  $|(-5) - (-1)| = 4$

$$|4| = |5 - 1| =$$

= ٤ وحدات طول





١ أوجد عددًا نسبيًا يقع عند منتصف المسافة بين :

$\frac{3}{4}, \frac{3}{4} - (3)$	$\frac{4}{5}, \frac{2}{5} (4)$	$\frac{5}{8}, \frac{3}{8} (1)$
$\frac{2}{5}, 0, 1 (6)$	$\frac{3}{4}, \frac{1}{4} - (5)$	$\frac{7}{8}, \frac{1}{4} (4)$
$\frac{2}{5}, \text{صفر} (9)$	$8\frac{1}{3}, 4\frac{2}{3} - \text{كتاب} (8)$	$\frac{13}{30}, \frac{11}{9} - \text{كتاب} (7)$

٢ أوجد عددًا نسبيًا يقع :

- (١) عند رُبع المسافة بين :  $\frac{5}{9}, \frac{2}{9} -$  من جهة العدد الأصغر.
- (٢) عند رُبع المسافة بين :  $\frac{1}{3}, 1$  من جهة العدد الأكبر.
- (٣) عند ثُلث المسافة بين :  $\frac{2}{5}, \frac{4}{5} -$  من جهة العدد الأكبر.
- (٤) عند ثُلث المسافة بين :  $\frac{4}{5}, 1\frac{2}{5}$  من جهة العدد الأصغر.
- (٥) عند خُمس المسافة بين :  $\frac{1}{4}, \frac{2}{5} -$  من جهة العدد الأكبر.
- (٦) عند خُمس المسافة بين :  $\frac{2}{5}, \frac{2}{5} -$  من جهة العدد الأصغر.
- (٧) عند عُشر المسافة بين :  $\frac{2}{3}, \frac{5}{9}$  من جهة العدد الأصغر.
- (٨) عند ثُمْن المسافة بين : صفر،  $1\frac{1}{4}$

٣ اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة :

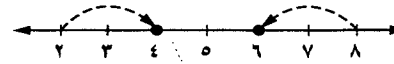
- (١) إذا كان :  $\frac{5}{9} = \frac{5}{9} \times 4, \frac{5}{9} \neq 0$  فإن : .....  
 (أ) ٩ (ب) صفر (ج) ٩ (د) ١ (هـ) ٩-
- (٢) إذا كان :  $6 = 4 - \frac{5}{3}$  فإن :  $\frac{5}{3} + \frac{5}{3} = \dots\dots\dots$   
 (أ)  $\frac{2}{9}$  (ب) ٣ (ج)  $\frac{22}{3}$  (د) ١٠ (هـ)  $\frac{2}{9}$

مثال ٣

أوجد عددًا نسبيًا يقع عند ثلث المسافة بين : ٨ ، ٢

١ من جهة العدد الأصغر. ٢ من جهة العدد الأكبر.

الحل



بملاحظة خط الأعداد المقابل نجد أن :

العدد الذي يقع في ثلث المسافة بين عددين :

١ من جهة العدد الأصغر = العدد الأصغر  $+$   $\frac{1}{3}$  المسافة بين العددين.

٢ من جهة العدد الأكبر = العدد الأكبر  $-$   $\frac{1}{3}$  المسافة بين العددين.

وعلى هذا فإن :

١ العدد الذي يقع في ثلث المسافة بين ٨ ، ٢ من جهة ٢

$$2 + \frac{1}{3} \times (8 - 2) = 2 + \frac{1}{3} \times 6 = 2 + 2 = 4$$

٢ العدد الذي يقع في ثلث المسافة بين ٨ ، ٢ من جهة ٨

$$8 - \frac{1}{3} \times (8 - 2) = 8 - \frac{1}{3} \times 6 = 8 - 2 = 6$$

مثال ٤

أوجد عددًا نسبيًا يقع في ربع المسافة بين :  $-\frac{1}{3}, \frac{1}{3}$  من جهة العدد الأصغر.

الحل

نقوم بتوحيد المقامات وحيث إن م.م. أ للمقامات هو ٦ إذن :  $-\frac{1}{3} = -\frac{2}{6}, \frac{1}{3} = \frac{2}{6}$

العدد الأكبر  $-\frac{1}{3}$  ، العدد الأصغر  $\frac{2}{6}$

المسافة بين العددين  $= \left| \frac{2}{6} - \left( -\frac{1}{3} \right) \right| = \left| \frac{2}{6} + \frac{2}{6} \right| = \left| \frac{4}{6} \right| = \frac{2}{3}$

العدد المطلوب = العدد الأصغر  $+$   $\frac{1}{4}$  المسافة بين العددين

$$-\frac{2}{6} + \frac{1}{4} \times \frac{2}{3} = -\frac{2}{6} + \frac{1}{6} = -\frac{1}{6}$$

حاول بنفسك

أوجد عددًا نسبيًا يقع في خمس المسافة بين :  $\frac{2}{5}, \frac{4}{5}$  من جهة العدد الأكبر.

## تمرین عام

## على الوحدة الأولى من الكتاب المدرسي



**أولاً ﴿ أسئلة الإكمال**

**أَكْمَلْ مَا يَأْتِي :**

(١) إذا كان:  $\frac{٥ - ح}{٧ - ح} = \text{صفر}$  فإن:  $ح = \dots\dots\dots$

(٢) المعكوس الضربي للعدد  $\frac{9}{8}$  هو .....

$$1 = \dots \times r(r)$$

(٤) العدد النسبي الذي ليس له معكوس ضربي هو .....

(٥)  $\left(\frac{2}{5} + \frac{2}{V}\right)$  معكوس ضربى للعدد النسبى .....

(٦) المعكوس الجمعى للعدد  $\frac{٧}{٢٥} \times (-٥)$  هو .....

(٧) إذا كان :  $\frac{٢}{٣} = \frac{٢}{٤}$  فإن :  $\frac{٢٣}{٤٢} = \dots\dots\dots$

(۸) باقی طرح  $\frac{1}{5}$  من  $\frac{2}{5}$  یسای .....

(٩) أبسط صورة للمقدار :  $\left(\frac{1}{3} - \frac{1}{4}\right) \times \frac{3}{4}$  .....

$$\dots \times \frac{y}{r} + y \times \frac{y}{r} = \left( \frac{1}{r} + y \right) \times \frac{y}{r} \quad (1)$$

(١١) العدد النسبى الذى يقع فى منتصف المسافة بين  $-\frac{5}{4}$  ،  $-\frac{3}{4}$  هو .....

(۱۲) إذا كان :  $\frac{10}{30} = \frac{5}{y} + \frac{5}{2}$  فإن :  $2 \text{ ح} = \dots\dots\dots$

$$\frac{\dots\dots}{r_0} \times \frac{r}{0} = \frac{\xi}{r_0} \quad (12)$$

(ب)  $\frac{1}{3}, \dots, \dots, \dots, \frac{1}{3}, 0, 0, \frac{1}{3}, \frac{1}{3}, V(1)$

$$\frac{1}{128}, \dots, \dots, \frac{5}{16}, \frac{4}{8}, \frac{3}{4}, \frac{2}{2}, \frac{1}{1} \quad (10)$$

$$\dots\dots\dots = \frac{\varepsilon_9}{\rho_9} \times \dots \times \frac{\varepsilon}{\rho} \times \frac{\tau}{\xi} \times \frac{\tau}{\tau} \times \frac{1}{\tau} \quad (17)$$

(۱۷) الحد السابع فى النمط  $\frac{1}{10000}$  ،  $\frac{1}{1000}$  ،  $\frac{1}{100}$  ، ... هو .....

## تطبيق حياتي

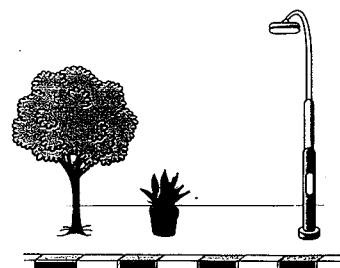
٤) في أحد مشروعات رصف وتشجير الطرق تم وضع

شجرة على بُعد ٣,٣ مترًا من بداية الطريق ،

وعמוד إنارة على بُعد  $7\frac{1}{4}$  متر من بداية الطريق.

فإذا أردنا وضع خوض زهور يقع في ثلث المسافة بينهما من جهة الشجرة

على أى بُعد يجب وضع الحوض من بداية الطريق ؟



« ٧, ٤ متر »

ثانياً أسئلة الاختيار من متعدد

اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة :

(١) إذا كان :  $\frac{7}{س + ٥}$  عدداً نسبياً فإن : س  $\neq$  .....

- (١) - ٥ (ب) ٠ (ج) ٢ (د) - ١

(٢) إذا كان :  $\frac{١٥}{س} = \frac{٢}{٤}$  فإن : س = .....

- (١) - ٢٠ (ب) - ٥ (ج) ٥ (د) ٢٠

(٣) العدد  $\frac{٩}{٧-}$  هو المعكوس الجمعي للعدد .....

- (١)  $\frac{٩}{٧}$  (ب)  $\frac{٧}{٩}$  (ج)  $\frac{٧}{٩}$  (د)  $\frac{٩}{٧}$

(٤) باقى طرح  $\frac{٢}{٧}$  من  $\frac{٩}{٣١}$  يساوى .....

- (١) صفر (ب)  $\frac{٦}{٣١}$  (ج)  $\frac{٦}{١٤}$  (د)  $\frac{١٢}{٣٨}$

(٥)  $\frac{٥}{٣} < \dots$

- (١)  $\frac{١}{٣}$  (ب)  $\frac{٢٥}{٩}$  (ج)  $\frac{١٠}{٦}$  (د)  $\frac{٣}{٥}$

(٦)  $\frac{١}{٤} - \frac{٥}{٨} < \dots$

- (١)  $\frac{١}{٤}$  (ب)  $\frac{٣}{٤}$  (ج)  $\frac{١}{٦}$  (د)  $\frac{١}{٤}$

(٧) العدد النسبى  $\frac{س}{٥-}$  يكون سالباً إذا كانت : س .....

- (١)  $< ٠$  صفر (ب)  $> ٠$  صفر (ج)  $\geq$  صفر (د)  $=$  صفر

(٨) إذا كانت : س = ٣ ، ص = ٤ ، ع = ٦ فإن :  $\frac{س}{ص} - \frac{ع}{س} = \dots$

- (١)  $١\frac{١}{٤}$  (ب)  $\frac{١}{٤}$  (ج)  $\frac{٥}{٤}$  (د)  $١\frac{٣}{٤}$

(٩) عدد الأعداد الصحيحة الواقعة بين :  $\frac{٧}{٤}$  ،  $\frac{١١}{٨}$  هو .....

- (١) صفر (ب) ١ (ج) ٢ (د) لا نهائى.

(١٠) إذا كان :  $\frac{٢}{٣} = \frac{س}{٣} \times ٢$  فإن : س = .....

- (١) - ٢ (ب) ١ (ج)  $\frac{١}{٣}$  (د) ٢

(١١) إذا كانت : ٥ = ٤ = ٢ = ١ فإن : س = .....

- (١)  $\frac{١}{٩}$  (ب)  $\frac{١}{٥}$  (ج) ٥ (د) ٩

(١٢) بواقى قسمة أربعة أعداد صحيحة متتالية على العدد ٣ يمكن أن تكون

على الترتيب .....

- (١) ١ ، ٢ ، ٣ ، ٤ (ب) ١ ، ٢ ، ٣ ، ٤

- (ج) ٠ ، ١ ، ٢ ، ٣ (د) ٠ ، ١ ، ٢ ، ٣

(١٣) أى من العلاقات الآتية تكون صحيحة عندما : س = ٣ ، ص = ٥ ، ع = ١٥ ؟

- (١) ص = س ع (ب) س = ص ع (ج) ص =  $\frac{ع}{س}$  (د) ع =  $\frac{ص}{س}$

(١٤) إذا كان :  $\frac{١}{س} = \frac{١}{٦٠}$  فإن :  $\frac{١}{س} = \dots$

- (١) ١٧ (ب) ٢٠ (ج) ٢٣ (د) ١٨٠

ثالثاً الأسئلة المقالية

١ إذا كان :  $٣\frac{٤}{٧} = س \times ٣\frac{٤}{٧}$

فأوجد قيمة : س

٢ إذا كانت : س =  $\frac{٤}{٧} \times \frac{٧}{٤}$

فأوجد قيمة : س

٣ إذا كان :  $\frac{٢}{٣} \times \frac{٣}{٤}$  عددين نسبيين متساويين

فما قيمة : س ؟

٤ أوجد أربعة أعداد نسبية بين :  $\frac{1}{3}$  ،  $\frac{1}{9}$

٥ استخدم خاصية التوزيع لإيجاد ناتج :

$$(1) \quad \frac{1}{37} \times 7 + \frac{1}{37} \times 0 + \frac{1}{37} \times (-11)$$

$$(2) \quad \frac{11}{40} \times 2 - \frac{11}{40} \times \frac{11}{12} + \frac{11}{40} \times \frac{1}{12}$$

٦ رتب الأعداد النسبية الآتية ترتيبًا تنازليًا :  $\frac{2}{3}$  ،  $\frac{1}{3}$  ،  $\frac{1}{5}$  ،  $\frac{4}{10}$

٧ أوجد قيمة المقدار :  $\frac{1}{3} \times \left(\frac{1}{3} - \frac{1}{3}\right) \div \left(\frac{1}{3} - \frac{1}{3}\right) \times \frac{1}{3}$

٨ إذا كانت :  $\frac{2}{3} = س$  ،  $\frac{1}{3} = ص$  ،  $٣ = ع$

فأوجد :  $(س \div ص) - (ع \div ص)$

٩ إذا كانت :  $\frac{2}{3} = س$  ،  $\frac{1}{3} = ص$  ،  $٣ = ع$

فأوجد قيمة :  $(١) (س + ص) \div ع$   $(٢) س ص + ص ع$

١٠ إذا كانت :  $\frac{2}{3} = س$  ،  $\frac{1}{3} = ص$  ،  $٣ = ع$

فأوجد القيمة العددية للمقدار :  $س - (ع \div ص)$

١١ أوجد عددًا نسبيًا يقع في ثلث المسافة بين :  $\frac{4}{5}$  ،  $\frac{1}{4}$  من جهة الأصغر.

١٢ أوجد عددًا نسبيًا يقع في ربع المسافة بين :  $\frac{1}{9}$  ،  $\frac{1}{8}$

١٣ عدد نسبي إذا طرح من معكوسه الجمعي كان الناتج مساويًا  $\frac{2}{3}$  فما العدد ؟

## الجبر

الدرس الأول

الدرس الثاني

الدرس الثالث

الدرس الرابع

الدرس الخامس

الدرس السادس

الدرس السابع

الدرس الثامن

الدرس التاسع

الحدود والمقادير الجبرية.

الحدود الجبرية المتشابهة.

جمع المقادير الجبرية وطرحها.

ضرب الحدود الجبرية وقسمتها.

ضرب حد جبري في مقدار جبري.

ضرب مقدار جبري مكون من حدين

في مقدار جبري آخر.

قسمة مقدار جبري على حد جبري.

قسمة مقدار جبري على مقدار جبري آخر.

التحليل بإخراج العامل المشترك الأعلى.

تمرين عام

من الكتاب المدرسي

في نهاية الوحدة



محمد بن موسى الخوارزمي  
(٨٤٧ م / ٧٨١ م)

### الخوارزمي :

عالم عراقي مسلم (٧٨١ م - ٨٤٧ م) يعتبر أبا الجبر

حيث أدخل مفهوم الصفر، وفضل الخوارزمي

يستخدم العالم الأعداد العربية.



\* ففى المثال السابق :

٧ هو حد جبرى يتكون من العاملين : ٧ ، ٧

٧ يسمى عامل عددي (معامل) ، ٧ يسمى عامل جبرى .

\* أيضًا -٥ س هو حد جبرى يتكون من العوامل : -٥ ، س ، ص

-٥ (عامل عددي) ، س (عامل جبرى) ، ص (عامل جبرى)

## ثانيًا المقدار الجبرى

المقدار الجبرى هو ما تكون من حد جبرى أو أكثر يفصل بينهما علامة + أو -

فمثلاً :

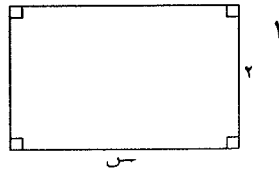
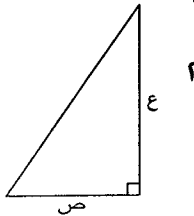
٥ + ٣ - مقدار جبرى يتكون من حدين وهما : ٣ ، ٥

٥ ص + ٢ س - ٣ س مقدار جبرى يتكون من ثلاثة حدود .

٣ س مقدار جبرى يتكون من حد واحد .

## مثال ١

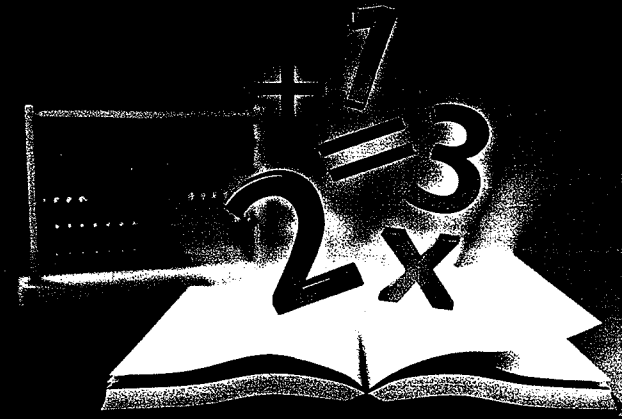
اكتب الحد الجبرى الذى يعبر عن مساحة كل مما يأتى :



## الحل

١) مساحة المستطيل = الطول × العرض = ٢ س

٢) مساحة المثلث =  $\frac{1}{2}$  طول القاعدة × الارتفاع =  $\frac{1}{2}$  ص ع



## الحدود والمقادير الجبرية

### مقدمة : المتغير والثابت

• المتغير هو حرف مثل : س أو ص أو ٧ أو ... ويأخذ هذا الحرف قيمًا مختلفة لمجموعة معينة من الأعداد .

فمثلاً : يمكن أن نكتب ٧ ٧ لنعبر عن مضاعفات العدد ٧

فى هذه الحالة الحرف ٧ يأخذ أى عدد من مجموعة الأعداد الصحيحة .

فإذا أخذ الحرف ٧ العدد ٥

، نحصل على : ٧ ٧ = ٥ × ٧ = ٣٥ وهى من مضاعفات العدد ٧

وإذا أخذ الحرف ٧ العدد ١٠٠

، نحصل على : ٧ ٧ = ١٠٠ × ٧ = ٧٠٠ وهى من مضاعفات العدد ٧ ، ... وهكذا

• الثابت هو عدد أو حرف يعبر عن عدد وحيد .

### الحدود والمقادير الجبرية

### أولاً الحد الجبرى

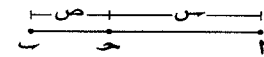
الحد الجبرى هو عدد أو متغير أو حاصل ضرب أعداد ومتغيرات .

أى أن : الحد الجبرى هو ما تكون من حاصل ضرب عاملين أو أكثر .

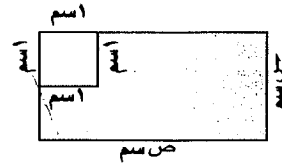
مثال ٢

اكتب المقدار الجبري الذي يعبر عن كل مما يأتي :

١ طول  $\overline{AB}$



٢ مساحة الجزء المظلل.



الحل

١ طول  $\overline{AB} = \overline{AC} + \overline{CB}$

أي أن : طول  $\overline{AB} = \overline{AC} + \overline{CB}$  وهو مقدار جبري مكون من حدين.

٢ مساحة الجزء المظلل = مساحة المستطيل - مساحة المربع =  $(\overline{AC} \times \overline{CB}) - (\overline{AC} \times \overline{AC})$

أي أن : مساحة الجزء المظلل =  $(\overline{AC} \times \overline{CB}) - (\overline{AC} \times \overline{AC})$  وهو مقدار جبري مكون من حدين.

ملاحظة

الحد الجبري الذي لا يحتوي على أي رمز (على أي عامل جبري) يسمى الحد المطلق

مثل : الحد الجبري  $3$  في المقدار الجبري :  $3 - 2\overline{AC} + \overline{CB}$

درجة الحد الجبري

هي مجموع أسس العوامل الجبرية (الرمزية) الداخلة في تكوين الحد.

فمثلاً :

- الحد  $2\overline{AC}$  من الدرجة الأولى لأن : أس الرمز  $\overline{AC}$  يساوي ١
- الحد  $-7\overline{AC}$  من الدرجة الثانية لأن : أس الرمز  $\overline{AC}$  يساوي ٢
- الحد  $-5\overline{AC}$  من الدرجة الثانية لأن : مجموع أسى الرمز  $\overline{AC}$  ،  $\overline{CB}$  يساوي ٢
- الحد  $7\overline{AC}$  من الدرجة الثالثة لأن : مجموع أسى الرمز  $\overline{AC}$  ،  $\overline{CB}$  ،  $\overline{CB}$  يساوي ٣

ملاحظة

أي عدد يعتبر حدًا جبريًا من الدرجة صفر.

فمثلاً : العدد  $-2$  يعتبر حدًا جبريًا من الدرجة صفر

لأنه يمكن كتابته على الصورة :  $-2 \times \overline{AC} \times \overline{AC}$  (حيث  $\overline{AC} = 1$ )

حاول بنفسك

أكمل الجدول التالي :

الحد الجبري	٥ س	٣ س ص	٥ - ٢ س	٤ س ص	٢ - ٢ س	١٥ - ٢ س	س	٤ -	٢(-٣)
معامله	.....	.....	.....	.....	.....	.....	.....	.....	.....
درجته	.....	.....	.....	.....	.....	.....	.....	.....	.....

درجة المقدار الجبري

هي أعلى درجة للحدود المكونة له.

فمثلاً :

- المقدار الجبري :  $5\overline{AC} - 3\overline{AC}$  من الدرجة الأولى لأن :  $5\overline{AC}$  هو الحد الأعلى درجة ودرجته ١
- المقدار الجبري :  $7\overline{AC} - 3\overline{AC} + 1\overline{AC}$  من الدرجة الثانية لأن :  $7\overline{AC}$  هو الحد الأعلى درجة ودرجته ٢
- المقدار الجبري :  $5\overline{AC} - 2\overline{AC} - 2\overline{AC}$  من الدرجة الثالثة لأن :  $5\overline{AC}$  هو الحد الأعلى درجة ودرجته ٢

مثال ٣

رتب المقدار الجبري :  $5\overline{AC} + 2\overline{AC} - 4\overline{AC} - 3\overline{AC}$

١ حسب أسس  $\overline{AC}$  التنازلية. ٢ حسب أسس  $\overline{AC}$  التصاعدية.





حاول بنفسك

أكمل الجدول التالي :

المقدار الجبري	عدد حدود المقدار الجبري	اسم المقدار الجبري	درجته
$-2x^2$	١	مقدار ذو حد واحد	٥
$-2x^2 + 5x^2 + 3x^2$		مقدار ثلاثي	
$\frac{1}{4}x + \frac{1}{8}x - 5$			
$2x^2 + 5x + 4x$			
$1 - 7x^2$			
$3x^2 + 2x^4$			

الحل

١ حسب أسس  $x$  التنازلية : المقدار  $2x^2 - 3x^2 + 5x - 4$

٢ حسب أسس  $x$  التصاعدية : المقدار  $-4 + 5x - 3x^2 + 2x^3$

مثال ٤

عَيِّن درجة المقدار الجبري  $2x^2 - 7x^4 + 5x^4$  ثم رتبه :

١ حسب أسس  $x$  التنازلية. ٢ حسب أسس  $x$  التصاعدية.

الحل

المقدار من الدرجة الخامسة لأن الحد الأعلى درجة ودرجته ٥

١ الترتيب حسب أسس  $x$  التنازلية : المقدار  $2x^2 - 7x^4 + 5x^4$

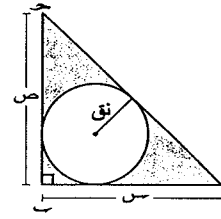
٢ الترتيب حسب أسس  $x$  التصاعدية : المقدار  $5x^4 + 2x^2 - 7x^4$

مثال ٥

من الشكل المقابل :

اكتب المقدار الجبري الذي يعبر عن مساحة المنطقة المظلة

ثم انكر درجته. (مساحة الدائرة =  $\pi r^2$ )



الحل

مساحة المنطقة المظلة = مساحة المثلث  $\frac{1}{2} \times \text{أس} \times \text{أس} -$  مساحة الدائرة

$$= \frac{1}{2} \times \text{أس} \times \text{أس} - \pi r^2$$

إذن المقدار الجبري الذي يعبر عن مساحة المنطقة المظلة

$$= \frac{1}{2} \times \text{أس} \times \text{أس} - \pi r^2$$

وهو مقدار جبري من الدرجة الثانية.

تذكر أن

ط تعبر عن عدد له قيمة تقريبية ولا تعبر عن رمز جبري.



٤ أكمل ما يأتي :

- (١) درجة الحد الجبري :  $٣س - ٢ص$  هي ..... ومعامله هو .....
- (٢) الحد الجبري :  $\frac{١}{٢}س - ٢ص$  معامله هو ..... ودرجته هي .....
- (٣) الحد الجبري :  $س$  معامله هو ..... ودرجته هي .....
- (٤) درجة الحد المطلق في أي مقدار جبري هي .....
- (٥) الحد الجبري  $(٢-)$  معامله هو ..... ودرجته هي .....
- (٦) درجة المقدار الجبري :  $٥س + ٣$  هي .....
- (٧) عدد حدود المقدار الجبري :  $٥ص - ٣س + ٢س - ٢$  هو ..... ودرجته هي .....

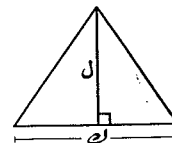
٥ اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة :

- (١) معامل الحد الجبري :  $٢س - ٣ص + ٤ع$  هو .....  
(أ) ٥ (ب) ٣ (ج) ٤ (د) ٥
- (٢) درجة الحد الجبري :  $س$  تساوي درجة الحد الجبري .....  
(أ)  $٢س - ٣ص$  (ب)  $٢س - ٣ص$  (ج)  $٢س - ٣ص$  (د)  $٢س - ٣ص$
- (٣) درجة المقدار الجبري :  $٥س - ٣س + ٢ص + ٢ص$  تساوي درجة المقدار الجبري .....  
(أ)  $٥س - ٣س + ٢ص + ٢ص$  (ب)  $٢س - ٣ص + ٢س - ٣ص + ٥س$  (ج)  $٢س + ٢ص + ٢ص + ٢ص$  (د)  $٢س + ٢ص + ٢ص + ٢ص$
- (٤) الحد الجبري الذي يعبر عن طول  $٢$  في الشكل المقابل هو .....  
(أ)  $\frac{س}{٣}$  (ب)  $٣س$  (ج)  $س$  (د)  $\frac{س}{٣}$
- (٥) أي مما يأتي يمثل التعبير  $٢س + ٣س$  ؟  
(أ)  $٢س + ٣س$  (ب)  $٢س + ٣س$  (ج)  $٢س + ٣س$  (د)  $٢س + ٣س$

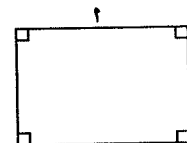


على الحدود والمقادير الجبرية

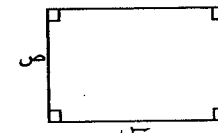
١ اكتب أسفل كل شكل الحد الجبري الذي يعبر عن مساحته :



(٣) .....



(٢) .....



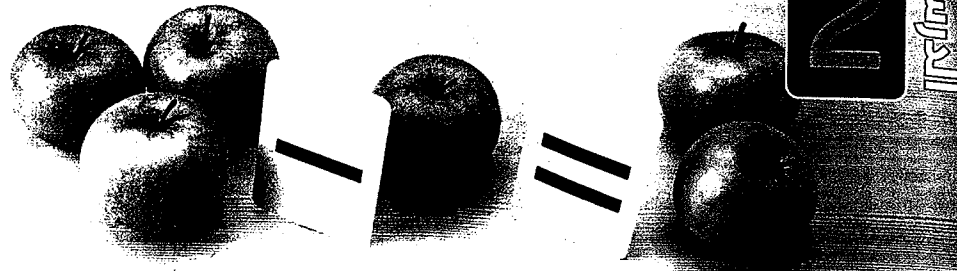
(١) .....

٢ أكمل الجدول التالي :

الحد الجبري	٧-	٢-٢	٣	٧-٢	٢س - ٣ص
معامل الحد الجبري	٧-	٢	.....	.....	.....
درجة الحد الجبري	صفر	$٣ = ٢ + ١$	.....	.....	.....

٣ أكمل الجدول التالي :

المقدار الجبري	عدد حدود المقدار الجبري	اسم المقدار الجبري	درجة المقدار الجبري
$٣س - ٢ص$	١	مقدار ذو حد واحد	٦
$٣س + ٢ص$	٢	مقدار ذو حدين	٢
$٥س - ٢ص + ٧س + ٤$	.....	مقدار ثلاثي	.....
$٢س - ٢ص + ٢س - ٢ص + ٢س - ٢ص$	.....	.....	.....
$٣س - ٢ص + ٢س - ٢ص + ٢س - ٢ص$	.....	.....	.....
$٢س - ٢ص + ٢س - ٢ص + ٢س - ٢ص$	.....	.....	.....



## الحدود الجبرية المتشابهة

تتشابه الحدود الجبرية إذا تشابهت الرموز الجبرية المكونة لعواملها وتساوت فيها أسس هذه الرموز.

• أمثلة لحدود جبرية متشابهة :

$$٢٢ * ، ٩ ، ٥ - ٢٥$$

$$٢ * ص ، ٤ ص ، ١ - ٢ ص$$

لاحظ أن

ص = ص = ص «خاصية الإبدال»

• أمثلة لحدود جبرية غير متشابهة :

$$٢ * ص ، ٣ - ٢ ص ، ٧ ص$$

لاختلاف الأسس.

$$٤ * ص ، ٥ ص ، - ٢ ص$$

لاختلاف الرموز.

### جمع وطرح الحدود المتشابهة

نبرى عملية الجمع أو الطرح كالتالى :

١) نجمع أو نطرح معاملات الحدود.

٢) نستخدم ناتج الجمع أو الطرح السابق كعامل للحد الجبرى الناتج.

(٦) الحد الجبرى = .....

$$(١) ٢ \times ٢ \times ٢ (ب) ٢ + ٢ + ٢ (ج) ٢ \times ٢ \times ٢ (د) ٢ \times ٢$$

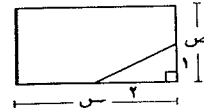
(١) رتب المقدار الجبرى : ٢٧ + ٢٥ - ٢٣ = حسب أسس ٢ التنازلية.

(٢) رتب المقدار الجبرى : ٥ ص + ٧ ص - ٢ ص حسب أسس ٢ التصاعدية.

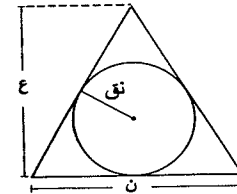
٧) رتب المقدار الآتى مرة تصاعدياً حسب أسس الرمز ٢ وأخرى تنازلياً حسب أسس الرمز ٢ :

$$٢٢ - ٢٥ + ٢٣ - ٢٦ + ٢٧ - ٢٨$$

### تطبيقات هندسية



٨) اكتب المقدار الجبرى الذى يعبر عن مساحة المنطقة المظلة فى الشكل المقابل وحدد درجته.



٩) فى الشكل المقابل :

اكتب المقدار الجبرى الذى يعبر

عن مساحة المنطقة المظلة

ثم اذكر درجته. (مساحة الدائرة = ط نق²)

### للمتفوقين

١٠) أكمل ما يأتى :

(١) إذا كانت درجة الحد الجبرى : ٥ ص = ٢ ص = ٥ هـ فإن : ٥ = ٥

(٢) إذا كانت درجة الحد الجبرى : ٢ ص = ٢ هـ فإن : ٢ = ٢

فإن : م = .....

(٣) إذا كان المقدار الجبرى : ٣ ص + ٢ ص - ١ ص + ٢ ص = ٥ مرتباً حسب أسس ٢

التنازلية حيث ٥ ص = ٥ فإن : ٥ = ٥

(٤) إذا كان المقدار الجبرى : ٢ ص + ٢ ص + ٢ ص = ٥ من الدرجة السادسة

حيث ٥ عدد طيعى فإن : ٥ = ٥

مثال ١

اجمع: ١٥١ ، ٢٣ ، ٩ ، ٢٦  
٢١٧ ص ، ٢٢٢ ص ، ٢٤٤ ص ، ٢١٢ ص

الحل

$$١٥١ = ١(٦ + ١ + ٣ + ٥) = ١٦ + ١ + ٢٣ + ٢٥$$

$$٢١٧ ص = ٢٢٢ ص + (٢٤٤ ص - ٢١٢ ص) = ٢٢٢ ص + (٢٤ ص - ٢ ص) = ٢٢٢ ص + ٢٢ ص = ٢٤٤ ص$$

مثال ٢

اطرح: ١ ص من ٥ ص | ٢ ص من ٢ ص  
٣ ص من ٢٢ ص | ٤ ص من ٣ ص

الحل

$$١ \text{ ص } ٧ - \text{ ص } ٥ = \text{ ص } (٥ - ٧) = \text{ ص } ٢$$

$$٢ \text{ ص } ٥ - \text{ ص } ٢ = \text{ ص } (٢ - ٥) = \text{ ص } ٣$$

$$٣ \text{ ص } ٢٠ - \text{ ص } ٢٣ = \text{ ص } (٢٣ - ٢٠) = \text{ ص } ٣$$

$$٤ \text{ ص } ٢ - \text{ ص } ٣ = \text{ ص } (٣ - ٢) = \text{ ص } ١$$

حاول بنفسك

ضع في المكان الخالي الحد المناسب :

$\square = ٢٢ ص - ٤ ص + \text{ ص } =$	$\square = ٤ ص + ٥ ص =$
$٢٢ ص = \square - ٢٧ ص$	$٣ ص = \square + ٢ ص$
$٢٦ ص = \square - ٥ ص$	$٥ ص = \square + ٢ ص$
$\square = ٧ ص + ٢ ص$	$\square = ٧ ص - ٢ ص$

اختصار المقدار الجبري

• يكون المقدار الجبري في أبسط صورة إذا كانت جميع الحدود المكونة له غير متشابهة.  
فمثلاً:

\* المقدار: ٩ ص - ٣ ص + ١ في أبسط صورة لأنه لا يوجد حدود متشابهة بين حدوده.  
\* المقدار: ٦ ص + ٧ ص + ٤ ص + ٣ ص ليس في أبسط صورة لأنه يوجد حدود متشابهة بين حدوده وهي: ٦ ص ، ٤ ص ، ٣ ص ، ٧ ص

• اختصار المقدار الجبري معناه وضع هذا المقدار في أبسط صورة وذلك عن طريق جمع الحدود المتشابهة باستخدام خاصيتي الإبدال والدمج.

مثال ٣

اختصر إلى أبسط صورة:

$$١ \text{ ص } ٦ + \text{ ص } ٧ + \text{ ص } ٤ - \text{ ص } ٣$$

$$٢ \text{ ص } ٦ - \text{ ص } ٧ - \text{ ص } ٤ + \text{ ص } ٥ + \text{ ص } ٣ + \text{ ص } ٢$$

الحل

$$١ \text{ ص } ٦ + \text{ ص } ٧ + \text{ ص } ٤ - \text{ ص } ٣$$

$$= ٦ ص + ٤ ص + ٧ ص - ٣ ص \text{ (الإبدال)}$$

$$= (٦ ص + ٤ ص) + (٧ ص - ٣ ص) \text{ (الدمج)}$$

$$= ١٠ ص + ٤ ص$$

لاحظ أنه

لا يمكن جمع أو طرح حدود غير متشابهة  
فمثلاً: ١٠ ص + ٤ ص  $\neq$  ١٤ ص

$$٢ \text{ المقدار} = (٦ ص - ٧ ص - ٤ ص + ٥ ص + ٣ ص + ٢ ص) + (٦ ص - ٣ ص)$$

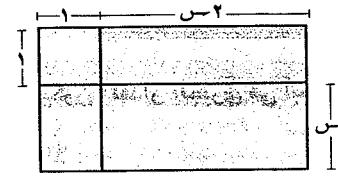
$$= ٣ ص + (٥ ص - ٣ ص) = ٥ ص$$



## مثال ٤

في الشكل المقابل :

اكتب المقدار الجبري الذي يعبر عن محيط الشكل المظلل.

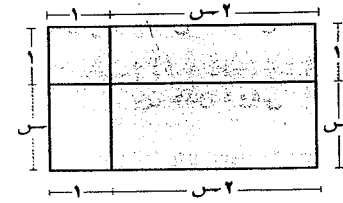


## الحل

يمكن استنتاج بقية أطوال الشكل كما هو موضح

في الشكل المقابل وعلى هذا فإن :

محيط الشكل المظلل



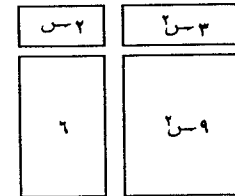
$$2س + 1س + 1س + 1س + 1س + 1س + 1س + 1س = 2س + 6س = 8س$$

$$(2س + 6س) = (1س + 1س + 1س + 1س + 1س + 1س + 1س + 1س) = 8س$$

## حاول بنفسك

١ اختصر المقدار :  $٢٤س + ٤س - ٢٣س + ٤س - ٢٤س + ١س$  لأبسط صورة.

٢ اكتب المقدار الجبري الذي يعبر عن مجموع مساحات المستطيلات الموضحة بالشكل المقابل.



## ٢ أوجد ناتج كل مما يأتي :

(١)  $٢س + ٣س$

(٣)  $٤س - ١١س$

(٥)  $٢٣س + ٢٥س$

(٧)  $٢٣س - ٢٢س + ٢٤س$

(٩)  $\frac{٥س}{٤} + \frac{٣س}{٤}$

(٢)  $٥س - ٢٠س$

(٤)  $٧س - ٣س$

(٦)  $٢س - ٣س + ٣س$

(٨)  $٢٣س - ٢٢س + ٢٤س - ٢٣س$

(١٠)  $\frac{٣س}{٧} - \frac{٣س}{٧}$

## ٣ أجب عما يأتي :

(١) اطرح :  $٣س - ٢س$  من  $٩س$ (٣) ما زيادة :  $٢س - ٥س$  عن  $٣س$  ؟(٥) ما نقص :  $٣س - ٢س$  عن  $٢س$  ؟

٤ أكمل ما يأتي :

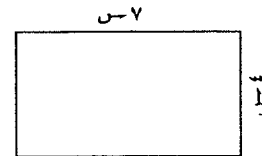
- (١) باقى طرح ٢٢ من ٢٧ هو .....  
 (٢) باقى طرح ٣- من ٥ من ٢ هو .....  
 (٣) باقى طرح ٢ م من الصفر هو .....  
 (٤) باقى طرح ٢ من ٣- من هو .....  
 (٥) ٢٥ تزيد عن ٢٣ بمقدار .....  
 (٦) ٧ من تزيد عن ٣- من بمقدار .....  
 (٧) ٤ من تنقص عن ٧ من بمقدار .....  
 (٨) ٥ من تقل عن ٣ من بمقدار .....  
 (٩) ٢ من تنقص عن ٤ من بمقدار ..... بينما ٢ من تزيد عن ٤ من بمقدار .....

٥ أكمل ما يأتي :

- (١) ..... = ٢٢ + ٢٧  
 (٢) ٣ من - ..... = ٢ من  
 (٣) ٢ م + ..... = صفر  
 (٤) ٢٥ - ..... = ٢٧  
 (٥) إذا كان : ٤ من - ص = ١١ ، ص = ٣ من فإن : ..... =

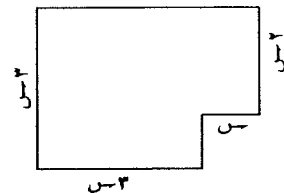
(٦) محيط المستطيل المقابل

يساوى ..... وحدة طول.



(٧) محيط الشكل المقابل

يساوى ..... وحدة طول.



٦ إذا كان مجموع حدين ١٢ من ٢ ص وكان أحدهما ٤ من ٢ ص فأوجد الحد الآخر.

٧ اختصر لأبسط صورة :

- (١) ٢٢ + ٢ - ١٥ + ٤  
 (٢) ٣ من - ٥ من - ٢ من + ٢ ص  
 (٣) ٢ من - ٤ من - ٩ من - ٣ ص  
 (٤) ١٩ م - ٤ من + ١١ م - ١٧ من + ٩ من  
 (٥) ٢٢ + ٧ - ١٥ - ٤  
 (٦) ٢٢ + ٢ - ١٨ - ٧  
 (٧) ٢ من - ٣ من - ٧ من - ٥ من - ص + من  
 (٨) ٢٢ - ٦ + ٢ - ١٥ + ٩ + ٢٤

٨ اختصر كلاً من المقادير الجبرية الآتية :

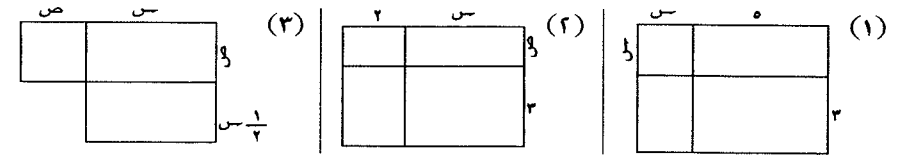
- (١) ٥ من - ٣ من - ٤ - ٧ من - ٦ من - ١  
 (٢) ٦ من - ٣ من - ٢ من + ٢ من - ٥ من + ٢ من - ٢ ص  
 (٣) ١ + ٢٦ - ٢٣ + ٥ - ١٤ + ٢٢  
 (٤) ٥ من - ٢ من + ٧ من - ٨ من - ٢ من + ٣ من

### تطبيقات هندسية

٩ اكتب كلاً من المقادير الجبرية التى تعبر عن مجموع مساحات المستطيلات الآتية :

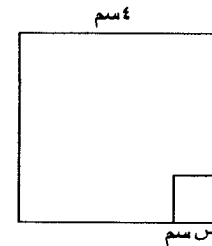
(١)	١ من	٣ من
(٢)	٢ من	٢ من
(٣)	٥ من	٢ من
	٢ من	٤ من
	٦	١٥ من

١٠ اكتب المقدار الجبري الذي يعبر عن محيط الجزء المظلل في كل مما يأتي :



١١ في الشكل المقابل :

مربع طول ضلعه  $س$  سم قُطع  
من مربع طول ضلعه  $٤$  سم  
فأوجد محيط الجزء المتبقى.



للمتفوقين

١٢ أكمل ما يأتي :

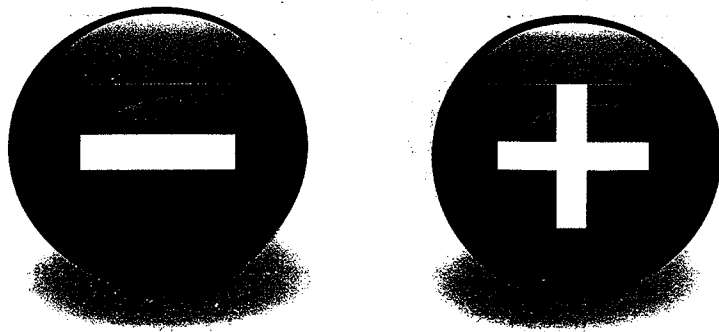
(١) إذا كان الحدان الجبريان :  $٢٢س - ٢٠س$  ،  $٢٠س - ٢٠س$  متشابهين

فإن :  $..... = ٢٠س$

(٢) إذا كان الحدان الجبريان :  $٩س - ٩س$  ،  $٩س - ٩س$  متشابهين

فإن :  $..... = ٩س$  ،  $..... = ٩س$

الدرس  
3



## جمع المقادير الجبرية وطرحها

### أولاً جمع المقادير الجبرية

هناك طريقتان لجمع المقادير الجبرية كما يتضح في المثال التالي :

مثال ١

اجمع المقدارين الآتين :  $٢٠س - ٢٠س$  ،  $٢٠س - ٢٠س$

الحل

الطريقة الأفقية :

وفيها نستخدم خاصيتي الإبدال والدمج

$$\text{ناتج الجمع} = (٢٠س - ٢٠س) + (٢٠س - ٢٠س)$$

$$= (٢٠س - ٢٠س) + (٢٠س - ٢٠س) \quad (\text{الإبدال والدمج})$$

$$= ٢٠س - ٢٠س$$

الطريقة الرأسية :

وفيها نرتب المقدارين رأسياً بحيث تقع الحدود المتشابهة تحت بعضها باستخدام خاصية الإبدال كما يلي :

$$\text{المقدار الأول : } ٢٠س - ٢٠س$$

$$\text{المقدار الثاني : } ٢٠س - ٢٠س$$

$$\text{ناتج الجمع} = ٢٠س - ٢٠س$$

مثال ٢

اجمع المقادير الآتية :

$$٣س٢ - ٤س٢ + ٢س١ - ١س١ ، ٥س٢ - ٢س٢ + ٣س٢ ، ٢س٢ - ٣س٢ + ٢س٢$$

الحل

يفضل ترتيب كل مقدار تنازلياً أو تصاعدياً حسب أسس الرمز  $س$  مع ترك مسافات أسفل الحدود التي لا يوجد لها حدود مشابهة.

$$\text{المقدار الأول : } ٣س٢ - ٤س٢ + ٢س١ - ١س١$$

$$\text{المقدار الثاني : } ٢س٢ - ٥س٢ + ٣س٢$$

$$\text{المقدار الثالث : } ٢س٢ - ٣س٢ + ٢س٢$$

$$\text{ناتج الجمع : } ٤س٢ - ٢س٢ + ٢س١ - ١س١ = ٤س٢ - ٢س٢ + ٢س١ - ١س١$$

مثال ٣

$$\text{اجمع : } ٤س٢ - ٣س٢ + ٢س١ ، ٣س٢ - ٣س٢ + ٢س١$$

$$\text{ثم أوجد القيمة العددية للناتج عندما : } ٢س١ = ١ ، ٣س٢ = ٢$$

الحل

$$٤س٢ - ٣س٢ + ٢س١ + ٢س١$$

$$٣س٢ - ٣س٢ + ٢س١ + ٢س١$$

$$\text{ناتج الجمع : } ٢س١ + ٢س١ + ٢س١ = ٦س١$$

$$\text{، القيمة العددية للناتج : } ٦(٢) = ١٢ + ٣ + ٤ = ١٩$$

طاول بنفسك

$$\text{اجمع : } ٣س٢ - ٥س٢ + ٢س١ ، ٧س٢ + ٥س٢ + ٢س١$$

$$\text{ثم أوجد القيمة العددية للناتج عندما : } ٢س١ = ٢$$

المعكوس الجمعي للمقدار الجبري

المعكوس الجمعي للمقدار الجبري هو مقدار جبري آخر حدوده هي المعكوسات الجمعية لحدود المقدار الجبري الأصلي ويكون مجموع المقدار الجبري ومعكوسه الجمعي يساوي الصفر فمثلاً :

$$\text{المقدار الجبري : } ٣س٢ - ٤س٢ + ٢س١$$

$$\text{معكوسه الجمعي : } -٣س٢ + ٤س٢ - ٢س١$$

$$\text{ناتج الجمع : } ٠ = ٠ + ٠ + ٠$$

ثانياً طرح المقادير الجبرية

هناك طريقتان لطرح المقادير الجبرية كما درسنا في الجمع ويتضح ذلك في المثال التالي :

مثال ٤

$$\text{اطرح : } ٥س٢ - ٣س٢ + ٢س١ \text{ من } ٢س٢ - ٤س٢ + ٢س١$$

الحل

الطريقة الأفقية :

وفيها نضع عملية الطرح على الصورة :

بأبقي الطرح = (المطروح منه) - (المطروح) وبعد فك الأقواس نختصر الحدود المتشابهة.

$$\text{بأبقي الطرح : } (٢س٢ - ٤س٢ + ٢س١) - (٥س٢ - ٣س٢ + ٢س١)$$

$$٢س٢ - ٤س٢ + ٢س١ - ٥س٢ + ٣س٢ - ٢س١$$

$$= (٢س٢ - ٥س٢) + (٣س٢ - ٤س٢) + (٢س١ - ٢س١)$$

$$= ٣س٢ - ٥س٢ + ٢س١$$



الطريقة الرأسية :

وفيها نرتب حدود المطروح أسفل حدود المطروح منه ثم نجمع المطروح منه مع المعكوس الجمعي للمطروح.

$$\begin{array}{r} \text{المطروح منه : } ٢ص - ع + ٧س \\ \text{المطروح : } ٣ص - ٢ع + ٥س \\ \hline \text{باقي الطرح} = ٥ص - ٣ع + ٢س \end{array}$$

لاحظ

تغيير إشارات المطروح للحصول على المعكوس الجمعي له.

تذكر أن

- أطرح ١ من ب تعني : ب - ١
- ما زيادة ١ عن ب تعني : ب - ١
- ما نقص ١ عن ب تعني : ب - ١
- ما المقدار الذي يجب إضافته إلى ١ لتحصل على ب تعني : ب - ١
- ما المقدار الذي يجب طرحه من ١ لتحصل على ب تعني : ب - ١

مثال ٥

ما المقدار الذي يلزم إضافته إلى  $٨ - ٢٣ + ٢٢$  ليكون الناتج  $٥ + ٢٤ - ٢٧$  ؟

الحل

لتجد المقدار المطلوب يجب إيجاد :

$$(٥ + ٢٤ - ٢٧) - (٨ - ٢٣ + ٢٢)$$

$$\begin{array}{r} \text{المطروح منه : } ٢٤ - ٢٧ + ٥ \\ \text{المطروح : } ٢٢ - ٢٣ + ٨ \\ \hline \end{array}$$

باقي الطرح =  $٢٢ + ٢٣ - ٢٧ - ٨$  وهو المقدار المطلوب.



حاول بنفسك

ما المقدار الذي يجب طرحه من  $٢س + ٢ - ١$  لتحصل على  $٣س - ٥$  ؟

مثال ٦

أوجد مجموع المقدارين :  $٢٢ - ٢٣ + ٢$  ،  $٢٢ + ٢ - ٢$  ، ثم أوجد زيادة المقدار :  $٢٢ - ٢٣ + ٢$  عن مجموع المقدارين.

الحل

$$\begin{array}{r} ٢٢ - ٢٣ + ٢ \\ ٢٢ + ٢ - ٢ \\ \hline \text{المجموع} = ٢٢ - ٢٣ + ٢ + ٢٢ + ٢ - ٢ \end{array}$$

ولإيجاد مقدار الزيادة نطرح المجموع من المقدار المعطى :

$$\begin{array}{r} ٢٢ - ٢٣ + ٢ \\ ٢٢ - ٢٣ + ٢ \\ \hline \text{مقدار الزيادة} = ٢٢ - ٢٣ + ٢ \end{array}$$

حاول بنفسك

ما نقص المقدار :  $٧ - ٢٥ + ٢٤$  عن المقدار :  $٢٣ - ٢٥ - ٢$  ؟

تنبيه !!

فى نهاية هذا الدرس أجب عن نماذج اختبارات نصف الفصل الدراسى فى الجبر

فى كراسة المعاصر للتقويم المستمر

لاحظ أننا

رتبنا حدود المطروح منه والمطروح تنازلياً حسب أسس الرمز ١ مع ترك مسافات أعلى وأسفل الحدود التى لا يوجد لها حدود مشابهة.

$$\begin{array}{r} \text{المطروح منه : } ٢٤ - ٢٧ + ٥ \\ \text{المطروح : } ٢٢ - ٢٣ + ٨ \\ \hline \end{array}$$

باقي الطرح =  $٢٢ + ٢٣ - ٢٧ - ٨$  وهو المقدار المطلوب.



على جمع المقادير الجبرية وطرحها

١ أوجد مجموع كل من :

$$(1) ١٢ - ٤ + ٦ ح$$

$$١٥ + ٦ - ٢ ح$$

$$(2) ١٢ - ٧ - ٥ ح + ٢$$

$$١٠ - ٤ + ٢ ح - ٥$$

$$٢٢ + ٣ ح + ٣$$

$$(4) ٢٢ - ٢٣ + ٢ ح - ٢$$

$$١٥ - ٢٣ + ٢ ح - ٢$$

$$٢٥ - ٢٣ + ٢ ح - ٢$$

$$(2) ٥ ح + ٢ ص - ٤ + ٢$$

$$٧ ح + ٣ ص - ٤ + ٢$$

$$٢ - ٥ ح + ٤ ع - ١$$

٢ أوجد مجموع كل من :

$$(1) ٣ ح - ٢ ص + ٥ ، ٢ ح - ٢ ص - ٢$$

$$(2) ٢ ح - ٤ م + ٥ ص ، ٤ م - ٥ ص - ٢ ح$$

$$(3) ٣ ح + ٥ ص - ٦ ، ٢ ح - ٣ ص - ٢$$

$$(4) ٢ ح + ٢ م - ٢ ، ٢ ح - ٢ م - ٢$$

$$(5) ٢ ح - ٢ م - ٢ ، ٢ ح - ٢ م - ٢$$

$$(6) ٢ ح - ٢ م - ٢ ، ٢ ح - ٢ م - ٢$$

٣ أوجد مجموع كل من :

$$(1) ١٢ - ٢ - ٥ ، ١٢ - ٧ - ٤ ، ٣ + ٤ - ٢$$

$$(2) ٣ ح + ٢ ص - ٤ ، ٣ ح + ٢ ص - ٤ ، ٣ ح + ٢ ص - ٤$$

$$(3) ٥ ح - ٣ - ٢ ح + ٩ ، ٥ ح - ٢ - ٥ ، ٥ ح - ٢ - ٦$$

$$(4) ٣ ح - ٤ - ٢ ح + ٢ ، ٥ ح - ٢ ، ٥ ح - ٢ - ٤$$

$$(5) ٣ ح - ٤ - ٢ ح + ٢ ، ٥ ح - ٢ - ٦ ، ٥ ح - ٢ - ٦$$

$$(6) ٢ ح - ٣ - ٢ ح + ٢ ، ٥ ح - ٢ - ٦ ، ٥ ح - ٢ - ٦$$

٤ اطرح :

$$(1) ٢ - ٢ من ٥ - ٢$$

$$(2) ٢ ح + ٦ ص - ٧ من ٢ ح - ٥ ص + ٢$$

$$(3) ٣ ح - ١ - ٥ ح من ١ - ٥ ح + ٦ ح$$

$$(4) ٢ ح - ٢ - ٢ ح + ٢ من ٢ ح - ٢ - ٢ ح + ٢$$

٥ ما زيادة :

$$(1) ١٠ + ٧ - ٢ من ٢ - ٢$$

$$(2) ٣ ح - ٥ - ١ من ٢ ح + ٢ - ٢$$

$$(3) ٢ ح - ٣ - ١ من ١ - ٥ ح + ٢ ح$$

$$(4) ٣ ح - ٥ - ١ من ٢ ح - ٤ - ٢ ص$$

٦ ما نقص :

$$(1) ١٢ - ٢ - ٥ من ٢ - ٢$$

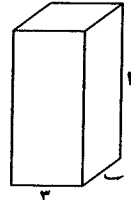
$$(2) ٢ ح - ٢ - ٢ ح + ٢ من ٢ ح - ٥ ص + ٢$$

$$(3) ٢ ح - ٢ - ٢ ح + ٢ من ٢ ح - ٥ ص + ٢$$

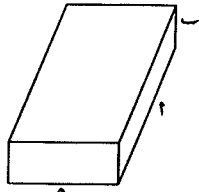
$$(4) ٥ ح + ٢ - ٢ من ٢ ح - ٧ - ٢$$

٧ ما المقدار الذي يجب إضافته إلى : ٢ - ٣ ح + ٥

ليكون الناتج مساوياً ٦ ح - ٢ ؟



المجسم الثاني



المجسم الأول

### تطبيقات هندسية

١٨ في الشكل المقابل :

احسب المساحة الكلية للمجسمين معاً.

١٩ مثلث محيطه (٢ سم - ٣ سم - ٤ سم) وطول ضلعين من أضلاعه هما

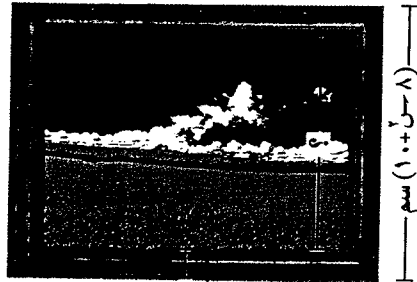
(٢ سم - ٣ سم - ٤ سم) سم ، (٢ سم - ٣ سم - ٤ سم) سم ، (٢ سم - ٣ سم - ٤ سم) سم

أوجد طول ضلعه الثالث بدلالة سم

### تطبيقات حياتية

٢٠ المسافة بين مدينتين تساوي (٣ سم - ٤ سم - ٥ سم) كم قطع منها مسافر مسافة

قدرها (٢ سم - ٣ سم - ٤ سم) كم أوجد المسافة المتبقية بدلالة سم



٢١ في الشكل المقابل :

صورة داخل برواز.

أوجد باستخدام القياسات الموضحة

على الرسم عرض الصورة.

(٢ سم - ٣ سم - ٤ سم)

### للمتفوقين

٢٢ إذا كانت :  $\frac{1}{2} = \frac{a}{b}$  ،  $\frac{2}{3} = \frac{b}{c}$  ،  $\frac{3}{4} = \frac{c}{d}$  فأوجد قيمة :

(١)  $a + b + c + d$

(٢)  $b$

« ٢ »

«  $\frac{2}{3}$  »

١٨ ما المقدار اللازم طرحه من : ٢ سم - ٣ سم + ٤ سم - ٥ سم - ٦ سم

ليكون الباقي : ٥ سم - ٤ سم + ٣ سم - ٢ سم - ١ سم ؟

١٩ ما المقدار اللازم إضافته إلى : ٢ سم - ٣ سم + ٤ سم - ٥ سم ليكون الناتج صفراً ؟

٢٠ إذا كان مجموع مقدارين جبريين هو : ٥ سم - ٦ سم + ٧ سم + ٨ سم

وكان أحد المقدارين هو : ٢ سم + ٣ سم - ٤ سم أوجد المقدار الآخر.

٢١ اطرح : ٢ سم + ٣ سم - ٤ سم من ٦ سم + ٧ سم - ٨ سم

ثم أوجد القيمة العددية للناتج عندما : ٢ = ب ، ٣ = ج ، ٤ = د

« ٥ »

٢٢ اجمع : ٧ سم - ٦ سم + ٥ سم - ٤ سم ، ٣ سم - ٢ سم + ١ سم - ٥ سم

ثم اطرح الناتج من : ٥ سم + ٥ سم - ٥ سم

٢٣ ما نقص : ٢ سم - ٣ سم + ٤ سم - ٥ سم عن مجموع ٢ سم - ٣ سم + ٤ سم - ٥ سم ، ٢ سم - ٣ سم + ٤ سم - ٥ سم ؟

٢٤ اجمع المقادير : ٢ سم - ٣ سم + ٤ سم - ٥ سم ، ٢ سم - ٣ سم + ٤ سم - ٥ سم ، ٢ سم - ٣ سم + ٤ سم - ٥ سم

واطرح الناتج من : ٢ سم - ٣ سم + ٤ سم - ٥ سم

٢٥ ما زيادة المقدار : ٢ سم - ٣ سم + ٤ سم - ٥ سم عن مجموع المقدارين :

٢ سم - ٣ سم + ٤ سم - ٥ سم ، ٢ سم - ٣ سم + ٤ سم - ٥ سم

٢٦ أضف : ٢ سم - ٣ سم + ٤ سم - ٥ سم إلى ٢ سم - ٣ سم + ٤ سم - ٥ سم

ثم أوجد القيمة العددية للناتج عندما : ١ = ب ، ٢ = ج ، ٣ = د

٢٧ إذا كان : ٢ سم - ٣ سم + ٤ سم - ٥ سم ، ٢ سم - ٣ سم + ٤ سم - ٥ سم ، ٢ سم - ٣ سم + ٤ سم - ٥ سم

فأوجد المقدار : ٢ سم - ٣ سم + ٤ سم - ٥ سم بدلالة : ب ، ج ، د



مثال ١

أجر عمليات الضرب الآتية :

$$٢ \times ٢ \frac{٣}{٤} \times ٢ \frac{٤}{٣}$$

$$١ \times ٢٥ - ٢٣$$

$$٣ \times \frac{٢}{٥} - (١٥ - ٣)$$

الحل

$$٢ = ٢ \times ٢ \frac{٣}{٤} \times ٢ \frac{٤}{٣}$$

$$١ = ٢٥ - ٢٣$$

$$٣ = \frac{٢}{٥} - (١٥ - ٣)$$

حاول بنفسك

أكمل ما يأتي :

$$٢ - ٢ \times ٣ - ٣ = \dots$$

$$١ \times (٢٣ - ٢) = \dots$$

$$٣ - ٤ \times \frac{١}{٣} \times ٢ = \dots$$

$$٤ \times \frac{٢}{٣} \times \frac{٩}{٤} = \dots$$

ثانيًا

قسمة الحدود الجبرية

عند قسمة حد جبرى على حد جبرى آخر ننتج ما يأتى :

١ نقسم معاملات الحدود مع تطبيق قاعدة الإشارات السابق دراستها.

٢ نقسم العوامل الرمزية مع ملاحظة طرح أسس العوامل ذات الأساسات المتشابهة (طرح أسس المقسوم عليه من أسس المقسوم).

مثال ٢

أوجد خارج قسمة كل مما يأتى :

$$٢ \times ٢١ - ٣$$

$$١ \times ١٢ - ٢٣$$

$$٣ - ١٥ - ٢ \times ٥ - ٣$$

$$٤ - ٢٤ - ٢ \times ٢ - ٨$$

الحل

لاحظ أنه

يمكن كتابة قسمة حد على آخر على

صورة كسر فنكتب :  $\frac{٢٤}{١٢} = \frac{٢}{١}$

$$١ \times ١٢ - ٢ \times ٢٤ = ١٢ - ٤٨ = -٣٦$$

$$٢ \times ٢١ - ٣ = ٤٢ - ٣ = ٣٩$$

$$٣ - ١٥ - ٢ \times ٥ - ٣ = ٣ - ١٥ - ١٠ - ٣ = -٢٥$$

$$٤ - ٢٤ - ٢ \times ٢ - ٨ = ٤ - ٢٤ - ٤ - ٨ = -٣٢$$

ملاحظتان

١ خارج قسمة عاملين متساويين فى الأساس والأس يساوى واحد

وعلى هذا فإنه يمكن حذف العوامل المتساوية فى الأساس والأس فى عملية القسمة.

فمثلاً :  $\frac{١٥ - ٢ \times ٢}{٢} = \frac{١٥ - ٤}{٢} = \frac{١١}{٢}$  وذلك بحذف ٢ من المقسوم والمقسوم عليه.

٢ قسمة أى حد على الصفر ليس لها معنى وعلى هذا فإن جميع المسائل التى سوف

نتعرض لها والتى يستخدم فيها رموز يكون المقسوم عليه لا يساوى الصفر.

حاول بنفسك

أكمل ما يأتى :

$$١ \times ١٥ - ٢ \times ٢٤ = ١٥ - ٤٨ = -٣٣$$

$$٣ \times ١٢ - ٢ \times ٢٤ = ٣٦ - ٤٨ = -١٢$$

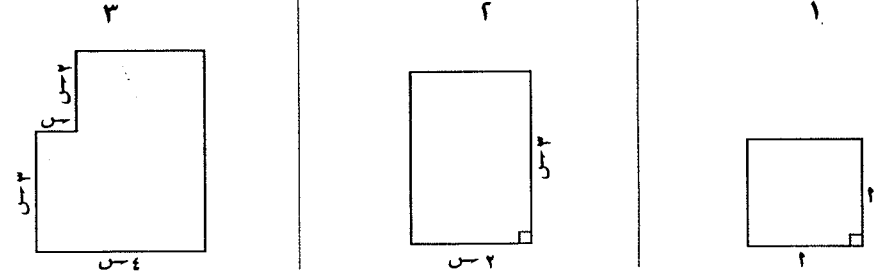
$$٤ - ٢٤ - ٢ \times ٢ - ٨ = ٤ - ٢٤ - ٤ - ٨ = -٣٢$$

$$٥ \times ١٠ - ٢ \times ٢٠ = ٥٠ - ٤٠ = ١٠$$

تطبيقات على ضرب وقسمة الحدود الجبرية

مثال ٣

احسب محيط ومساحة كل شكل من الأشكال الآتية :



الحل

١ محيط المربع = طول الضلع  $\times 4 = 4 \times 4 = 16$

، مساحة المربع = طول الضلع  $\times$  نفسه  $= 4 \times 4 = 16$

٢ محيط المستطيل = (الطول + العرض)  $\times 2 = (4 + 2) \times 2 = 12$

$= 10 \times 2 = 20$

، مساحة المستطيل = الطول  $\times$  العرض  $= 4 \times 3 = 12$

٣ محيط الشكل  $= 5 + 4 + 3 + 3 + 2 + 3 = 20$

• لإيجاد مساحة الشكل يمكن تقسيمه إلى

جزئين وإيجاد مجموع مساحتي الجزئين.

إذن مساحة الشكل = مساحة الجزء ① + مساحة الجزء ②

$= (3 \times 2) + (4 \times 3) = 6 + 12 = 18$

$= 6 + 12 = 18$

حاول حل رقم ③ بتقسيم الشكل بطريقة مختلفة.

مثال ٤

احسب مساحة وحجم المجسم المقابل.

الحل

• المساحة الكلية لمتوازي المستطيلات

= المساحة الجانبية +  $2 \times$  مساحة القاعدة

$= 2 \times (12 + 13) + 2 \times 12 \times 13 = 2 \times 25 + 2 \times 156 = 50 + 312 = 362$

$= 10 \times 12 + 2 \times 20 = 120 + 40 = 160$

• حجم متوازي المستطيلات = الطول  $\times$  العرض  $\times$  الارتفاع  $= 13 \times 12 \times 2 = 312$

ملاحظة  
المساحة الجانبية لمتوازي المستطيلات  
= محيط القاعدة  $\times$  الارتفاع

مثال ٥

احسب حجم المجسم المقابل.

الحل

المجسم عبارة عن متوازي مستطيلات.

إذن حجم المجسم = (ص  $\times$  ص  $\times$  ص) + (ص  $\times$  ص  $\times$  ص)  $= (3 \times 3 \times 3) + (3 \times 3 \times 3) = 27 + 27 = 54$

$= 3 \times 3 + 2 \times 9 = 33$

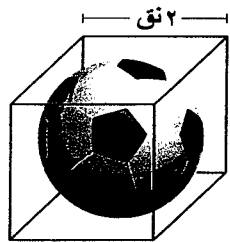
مثال ٦

وضعت كرة داخل مكعب كما في الشكل فمست جميع

أوجه الستة من الداخل.

أوجد النسبة بين حجم الكرة

وحجم المكعب (اعتبر ط  $= \frac{22}{7}$ )



(حجم الكرة  $= \frac{4}{3} \pi r^3$ )

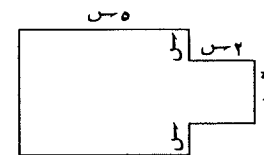
طول قطر الكرة = طول حرف المكعب = ٢ نق

$$\frac{\frac{4}{3} \text{ ط نق}^3}{\text{حجم الكرة}} = \frac{\text{حجم المكعب}}{\text{حجم المكعب}} = \frac{2 \text{ نق} \times 2 \text{ نق} \times 2 \text{ نق}}{\text{حجم المكعب}}$$

$$\frac{\frac{4}{3} \text{ ط نق}^3}{8 \text{ نق}^3} = \frac{1}{3} \text{ ط} \times \left( \frac{1}{8} \times \frac{4}{3} \right) = \frac{1}{6} \text{ ط} = \frac{1}{6} \times 11 = \frac{11}{6}$$

$$\frac{11}{6} = \frac{22}{12} \times \frac{1}{2} =$$

حاول بنفسك



احسب محيط ومساحة الشكل المقابل.

## تمارين 9

على ضرب الحدود الجبرية وقسمتها

١ أجز عمليات الضرب الآتية :

$$(1) 5 \text{ ح} \times 3 \text{ ص}$$

$$(2) 2 \text{ ح} \times (-3 \text{ ح})$$

$$(3) 2 \text{ ح} \times 3 \text{ ص}$$

$$(4) 5 \text{ ح} \times (-2 \text{ ح})$$

$$(5) 4 \times (-2) \times 5$$

$$(6) 2 \text{ ح} \times (-3 \text{ ح}) \times (-5 \text{ ح})$$

$$(7) 4 \text{ ح} \times 3 \text{ ص} \times (-2 \text{ ح})$$

$$(8) 7 \times 3 - 4$$

$$(9) 8 - 3 \times 5$$

$$(10) 5 \text{ ح} \times 2 \text{ ح} \times 3 \text{ ص}$$

$$(11) 8 \text{ ح} \times 2 \text{ ح} \times 3 \text{ ص}$$

$$(12) (-2) \times (-3) \times (-4)$$

٢ إذا كانت الرموز تمثل أعداداً صحيحة لا تساوي الصفر ، فأوجد خارج قسمة كل من :

$$(1) 6 \div 2$$

$$(2) 10 \div 2$$

$$(3) (-20) \div (-5)$$

$$(4) 9 \text{ ح} \div 3 \text{ ح}$$

$$(5) 8 \text{ ح} \div (-4 \text{ ح})$$

$$(6) 12 \text{ ح} \div (-3 \text{ ح})$$

$$(7) (-14) \div 7$$

$$(8) (-24) \div (-6)$$

$$(9) (-24) \div (-6)$$

$$(10) 18 \text{ ح} \div 6 \text{ ح}$$

٣ أجز عمليات الضرب الآتية :

$$(1) 4 \frac{2}{3} \times 4 \frac{2}{3}$$

$$(2) \frac{-18}{10} \times \frac{-15}{2}$$

$$(3) \frac{21}{2} \times \frac{4}{7}$$

$$(4) 21 \times \frac{2}{5}$$

$$(5) 3 \text{ ح} \times \frac{1}{4} \text{ ح}$$

$$(6) (-7 \text{ ح}) \times \frac{1}{4} \text{ ح}$$

٤ اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة :

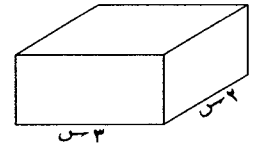
(١)  $٢٠ \times ٥ =$  ..... (ب) ٧ (ج) ٧ (د) ١٠

(٢)  $٢٢ \times ٢٥ =$  ..... (ب) ١٢٠ (ج) ١٢٠ (د) ١٢٠

(٣)  $٦ - ٢ \div ٢ =$  ..... (ب) ٣ (ج) ٣ (د) ٣

(٤) إذا كان طول ضلع مكعب ٢ فإن حجمه يساوي ..... (ب) ٣ (ج) ٣ (د) ٣

(٥) إذا كانت مساحة مستطيل ٢٤ وطوله ٨ فإن عرضه يساوي ..... (ب) ٣ (ج) ٣ (د) ٣



(٦) حجم متوازي المستطيلات المقابل يساوي ..... (ب) ٦ (ج) ٥ (د) ٦

(٧) إذا كان ثمن أربعة قمصان ٤٠ جنيهاً فإن ثمن ٤٠ قميصاً من نفس النوع يساوي ..... (ب) ٤٠ (ج) ٤٠ (د) ٤٠

(٨) إذا كنت تقود السيارة ٢٠٠ كم خلال ٣ ساعات. ما المقدار الجبري الذي يعبر عن سرعتك المتوسطة إذا كانت ف تمثل المسافة ، ه يمثل الزمن ؟ (ب)  $\frac{٢٠٠}{٣}$  (ج)  $\frac{٢٠٠}{٣}$  (د)  $٢٠٠ + ٣$

٥ أكمل ما يأتي حيث الرموز تمثل أعداداً صحيحة لا تساوي الصفر :

(١)  $\frac{٥}{٢} + \frac{٥}{٢} =$  ..... (٢)  $(٦ \div ٢) - ٢ =$  ..... (٣)  $١٠ \div (٥ + ٥) =$  ..... (٤)  $(٩ \div ٩) +$  ..... = صفر

(٥)  $٨١ \div ٢٧ =$  ..... (٦)  $٢٧ \div ٢٧ =$  ..... (٧)  $١٥ \div ٣ =$  ..... (٨)  $(٤ - ٢) \div ١٦ =$  ..... (٩)  $٢٧ \div ٢٧ =$  ..... (١٠)  $٢٧ \div ٢٧ =$  ..... (١١)  $٢٧ \div ٢٧ =$  ..... (١٢)  $٢٧ \div ٢٧ =$  .....

٦ أكمل :

(١)  $٩٢٦ = ١٢ \times$  ..... (٢)  $٩٩ = ٢ \times$  ..... (٣)  $٤ - ٢ = ٢$  ..... (٤)  $٩٨ = ٢ \times$  ..... (٥)  $٩٢٦ = ٦ \times ٢ \times$  ..... (٦)  $٤٢ \div ٢ =$  ..... (٧)  $٢ \times ٢ =$  ..... (٨)  $٢ \times ٢ =$  ..... (٩)  $٢ \times ٢ =$  ..... (١٠)  $٢ \times ٢ =$  ..... (١١)  $٢ \times ٢ =$  ..... (١٢)  $٢ \times ٢ =$  .....

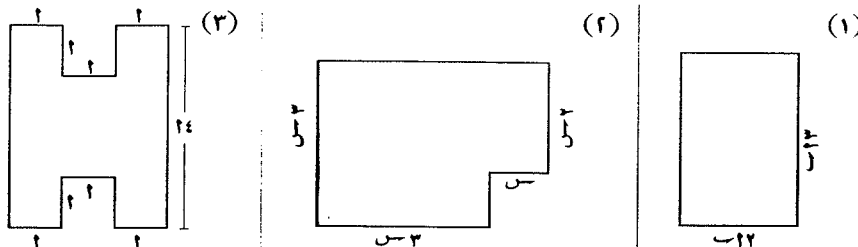
٧ إذا كانت ه  $\neq$  صفر ، ه  $\neq$  صفر ، ه عدداً موجباً ، اختصر كلاً مما يلي :

(١)  $\frac{٢٧}{٣ + ٢٧}$  (٢)  $\frac{٢٤ - ١ + ٢٧}{٣٦ - ٢٧}$

### تطبيقات هندسية

٨ متوازي مستطيلات أبعاده ه ، ٢ ، ٤ من السنتيمترات. صُهر وحُول إلى مكعبات صغيرة طول حرف كل منها ه سم. أوجد عدد المكعبات الصغيرة الناتجة. «٨»

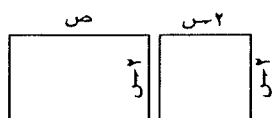
٩ احسب محيط ومساحة كل شكل من الأشكال الآتية :





## ضرب حد جبرى فى مقدار جبرى

### مثال تمهيدي



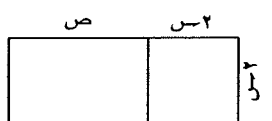
فى الشكل المقابل :

مربع طول ضلعه ٢س وحدة طول ومستطيل بعده

٢س وحدة طول ، ص وحدة طول

فإن مجموع مساحتي المربع والمستطيل =  $(٢س \times ٢س) + (٢س \times ص)$

$$= (٢س + ص) \times ٢س \text{ وحدة مربعة.}$$



فإذا قمنا بلصق المربع والمستطيل كما بالشكل المقابل

فإننا نحصل على مستطيل جديد بعده ٢س وحدة طول

،  $(٢س + ص)$  وحدة طول

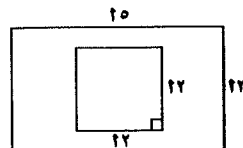
وتكون مساحته :  $٢س \times (٢س + ص)$  وحدة مربعة ولأن المساحة ثابتة فى الحالتين :

$$٢س \times (٢س + ص) = (٢س \times ٢س) + (٢س \times ص)$$

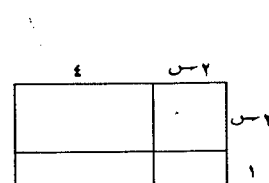
$$= ٤س^٢ + ٢س ص$$

وهذا هو حاصل ضرب الحد الجبرى ٢س فى المقدار الجبرى ٢س + ص

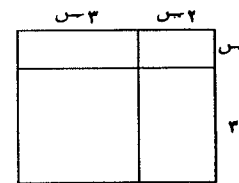
١٠ احسب مساحة المنطقة المظللة فى الشكل المقابل.



١١ احسب مجموع والفرق بين مساحتي الشكل الأول والثانى :

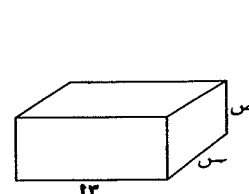


الشكل الثانى

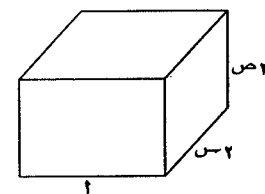


الشكل الأول

١٢ فى الشكل التالى : احسب المساحة الكلية للمجسمين معًا.



المجسم الثانى

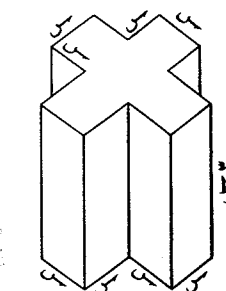


المجسم الأول

١٣ وضعت ثلاث كرات متماثلة ومتماسدة داخل صندوق على شكل متوازى مستطيلات بحيث

تلامس الكرات جميع أوجه الصندوق. احسب النسبة بين حجم الكرات الثلاث وحجم الصندوق.

(علمًا بأن حجم الكرة =  $\frac{٤}{٣} \pi r^٣$  ، ط نق  $٣$  ، ط =  $١٤$  ،  $٣$ )



للمتفوقين

١٤ احسب المساحة الكلية والحجم للمجسم المقابل.

ضرب حد جبرى فى مقدار جبرى

عند ضرب حد جبرى فى مقدار جبرى نضرب هذا الحد فى كل حد من حدود المقدار الجبرى باستخدام خاصية التوزيع.

فمثلاً:  $2س(س + ٥) = (2س \times س) + (2س \times ٥)$  (خاصية التوزيع)

$$= ٦س + ١٠س$$

ويمكن إيجاد حاصل الضرب بالطريقة الرأسية كما يلى :

$$\begin{array}{r} ٢س + ٥س \\ \times ٢س \\ \hline ٤س^2 + ١٠س \end{array}$$

حاصل الضرب =  $٦س + ١٠س$

مثال ١

أوجد حاصل ضرب كل مما يأتى :

$$\begin{array}{l} ١ - (٢٢ + ٢٤س) \\ ٢ - (٢٥ - ٢س + ٣) \end{array}$$

الحل

$$١ - (٢٢ + ٢٤س) = -٢٢ - ٢٤س$$

$$٢ - (٢٥ - ٢س + ٣) = -٢٨ + ٢س$$

$$٣ - (٢٤ - ٢س + ٢٤س) = -٢٤ + ٢س - ٢٤س$$

حاول حل  
المثال بالطريقة  
الرأسية

مثال ٢

اختصر إلى أبسط صورة:  $٢٢(٤ + س) - ٣(٩ - س) - (٢٢ + ٨س)$

ثم أوجد القيمة العددية للناتج عندما:  $١ = س$  ،  $٢ = س$

الحل

$$\text{المقدار} = ٢٢(٤ + س) - ٣(٩ - س) - (٢٢ + ٨س) = ٨٨ + ٢٢س - ٢٧ + ٣س - ٢٢ - ٨س = ٣٩ + ١٧س$$

$$\text{القيمة العددية للناتج} = (٣٩ + ١٧س) = ٣٩ + ١٧ \times ١ = ٥٦$$

حاول بنفسك

١ أوجد حاصل ضرب كل مما يأتى :

$$\begin{array}{l} ١ - (٢٢ - ٤س) \\ ٢ - (٣س - ٥س) \end{array}$$

٢ اختصر ما يأتى إلى أبسط صورة:  $٢س(٢ - س) + ٣س(١ + س)$

مثال ٣

فى الشكل المقابل :

مستطيل مقسّم إلى ثلاثة مستطيلات ومربع.

أوجد مساحة الشكل كله.

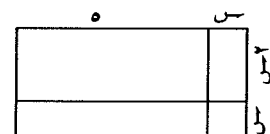
الحل

طول المستطيل الأساسى =  $٥ + س$  ، عرضه =  $٢س + س = ٣س$

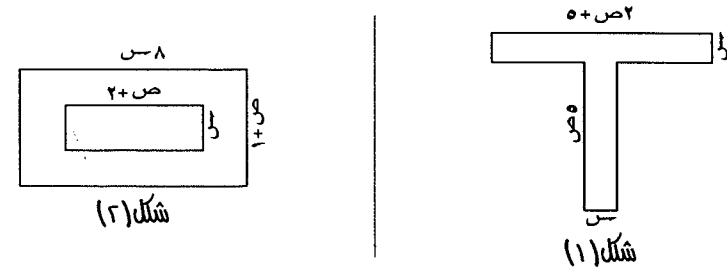
إذن : مساحته = الطول  $\times$  العرض

$$= ٣س(٥ + س)$$

$$= ١٥س + ٣س^2$$



أوجد مساحة المنطقة المظللة في كل من الشكلين الآتيين :



الحل

مساحة شكل (١) =  $(2v + 5) \times 3 + 3 \times 3 = 6v + 15 + 9 = 6v + 24$

$$= 6v + 24$$

$$= 6v + 24$$

مساحة المنطقة المظللة بشكل (٢) =  $8 \times (3 + v) - (2 + v) \times 3 = 24 + 8v - 6 - 3v = 18 + 5v$

$$= 18 + 5v$$

$$= 18 + 5v$$

# تمارين 10

أسئلة كتاب الوزارة

على ضرب حد جبرى فى مقدار جبرى

١ أجز عمليات الضرب الآتية :

- |                    |                               |
|--------------------|-------------------------------|
| (١) $4(1 + 2)$     | (٢) $4(2 - 1)$                |
| (٣) $3(7 - 4)$     | (٤) $3(-3 + 2)$               |
| (٥) $2(-7 - 3)$    | (٦) $2(3 - 4 + 5)$            |
| (٧) $5(2 + 3 - 4)$ | (٨) $3(5 - 2 - 3)$            |
| (٩) $4(3 - 2 + 1)$ | (١٠) $\frac{1}{3}(6 - 9 + 3)$ |

٢ أكمل ما يأتى :

- |                   |                  |
|-------------------|------------------|
| (١) $2v - 5$      | (٢) $4v + 3 - 5$ |
| $\times 2v$       | $\times -v$      |
| .....             | .....            |
| (٣) $5 + 4v - 3v$ | (٤) $2 - 3v + 5$ |
| $\times 4v$       | $\times -v$      |
| .....             | .....            |

٣ أكمل ما يأتى :

- (١)  $3(2 - \dots) = 6 - \dots$
- (٢)  $3(5 + \dots) = 15 + 6$
- (٣)  $2(5 - \dots) = 10 - 8$

$$3(3 + 5) + 2 + (3 + 5 - 2) - (2 - 1)3$$

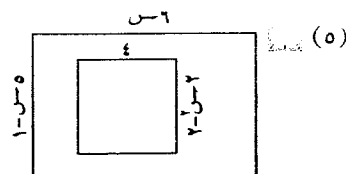
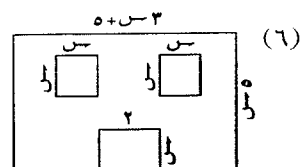
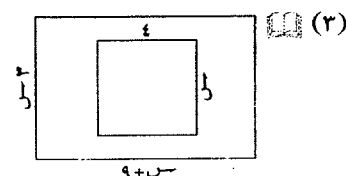
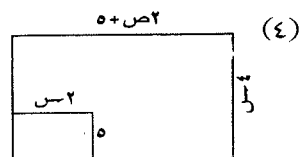
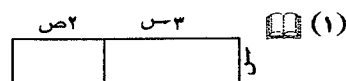
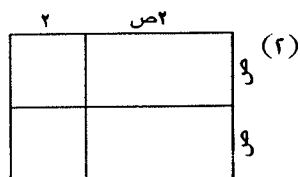
﴿اختصر﴾: ١١ - (٢٢ - ٢٣) - ١٢ - (١ - ٢) + (٤ - ٢) = ١١

۱۲ اختصر: ۲س [س - ۲ (ص - س)] - ۳ص [ص - ۲ (س - ص)]

## تطبيقات هندسية

١٣) مستطیل بعداه (٢٢ + ب) سم ، (٢٤ - ب) سم أوجد محيطه.

**١٤** أوجد المقدار الحري الذي يعبر عن مساحة الجزء المظلل في كل مما يأتي :



..... (۴) ۳ - (..... - ۴ ۳ ۲) = ۱۵ ۳ ۲ - .....

$$\dots - \zeta^2 p_7 = (\zeta^2 p_2 + \dots) \zeta p_2 = (0)$$
$$(6) \text{ ۲ س } ( \dots\dots\dots - \text{ ۲ س } ) = \dots\dots\dots - ۱۰ \text{ س }$$
$$\gamma \vdash \varphi \wedge \dots = (\dots - \gamma \vdash \varphi) \vdash \varepsilon - (\gamma)$$
$$\dots\dots\dots + ٦س٢ = (٣س + ص) \dots\dots\dots (٨)$$
$$(9) \text{ ٤ ص } = (\dots\dots\dots + \dots\dots\dots) \text{ ٢٠ ص } + ٨ \text{ ص}$$
$${}^2\text{ab} - {}^2\text{ba} + {}^2\text{aa} = (\dots\dots\dots - \dots\dots\dots + \dots\dots\dots) \text{ab} (10)$$

(۱۱) ۲ ص (..... - ..... - ..... = ۵ ص) ۶ ص ۲ ص - ۱۲ ص ۲ ص - .....

$$v^2_{\beta 1} + v^2_{\beta 2} = (v^2_{\beta 3} + \dots) \dots\dots\dots (17)$$

۴ ﴿اِذَا كَانَ : ۱ = ۵ س ، ۲ = ۳ س ص ، ح = س - ص

أوجد بدلالة  $s$  ،  $v$  قيمة :  $u$  ح

### ٥ اختصر لأبسط صورة :

$$(2-13) \text{ } \rho \varepsilon - (2-14) \text{ } \rho \tau(r) \qquad (1+12) \text{ } \rho \varepsilon + (1-1) \text{ } \rho \tau(1)$$
$$(1 - p_2) p_0 - (r + p) p_2 + (1 - p_2) p_2(r)$$
$$(٢س - ٢ص) ٢ + (ص - س ٢) ص - (ص + س) س ٢ (٤)$$

**٦ اختصر:**  $٩٢ : (١ - ٩٢) + ٩٣ : (٢ + ٩) = ١$  ثم أوجد قيمة الناتج عندما  $١ = ٩$ .

٧ اختصر:  $٩٢ - (٢٢ + ٢) - ٣ - (٩ + ٢)$  ثم أوجد قيمة الناتج عندما:  $١ = ٢ = ٣$

۸ اختصار: ۲ ص (۲ - ص) - ۲ ص (۲ - ص)

ثم أوجد القيمة العددية للنواتج عندما :  $s = 2$  ،  $v = 1$

**۹** أوجد ناتج جمع: ٢س (٣س - ٢ص)، ص (س + ص)، س٢ - ص٢

ثم أوجد قيمة الناتج إذا كان : س = ٢ ، ص = ١

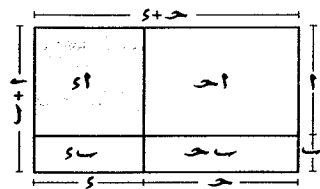
$$(a+b)(a-b)=a^2-b^2$$

$$(a+b)^2=a^2+2ab+b^2$$

$$(a-b)^2=a^2-2ab+b^2$$

## ضرب مقدار جبرى مكون من حدين فى مقدار جبرى آخر

### ضرب مقدارين جبريين كل منهما مكون من حدين



فى الشكل المقابل :  
مستطيل بعده (ح + س) سم ، (س + ح) سم  
تكون مساحته = (س + ح) (س + ح) سم<sup>٢</sup> (١)

ويمكن إيجاد مساحته بطريقة أخرى

عن طريق تقسيمه إلى ٤ أجزاء كما هو موضح بالشكل

فتكون مساحة المستطيل هى مجموع مساحات الأجزاء الأربعة التى ينقسم إليها.

أى أن : مساحة المستطيل = س + ح + س + ح + س + ح + س + ح (٢)

من (١) ، نستنتج أن :

$$(س + ح) (س + ح) = س + ح + س + ح + س + ح + س + ح$$

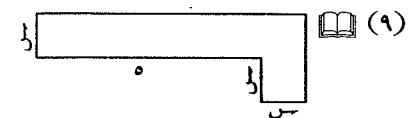
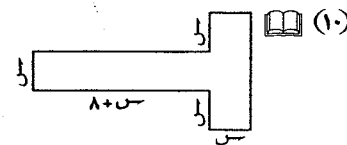
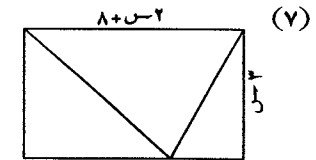
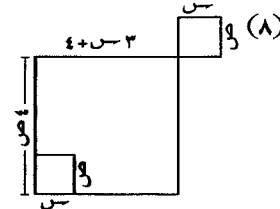
مما سبق نلاحظ أن :

$$(س \times ح) + (ح \times ح) + (س \times س) + (ح \times س) = (س + ح) (س + ح)$$

↓                      ↓                      ↓                      ↓

الاول                      الاول                      الاول                      الاول

× الثانى                      × الثانى                      × الثانى                      × الثانى



### للمتفوقين

١٥ مستطيل عرضه س سم وطوله يزيد عن ضعف عرضه بمقدار ٣ سم

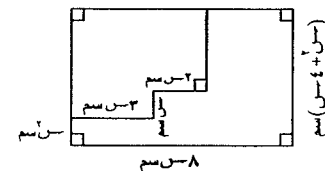
أوجد مساحته بدلالة س

١٦ متوازى مستطيلات قاعدته على شكل مربع طول ضلعه ٣ س سم فإذا كان ارتفاعه

(٣ + ٢ س) سم أوجد حجمه بدلالة س

١٧ متوازى مستطيلات قاعدته على شكل مستطيل بعده ٣ س سم ، (٤ س + ص) سم

فإذا كان ارتفاعه ٥ ص سم ، أوجد مساحته الجانبية وحجمه بدلالة س ، ص



١٨ فى الشكل المقابل :

أوجد مساحة المنطقة المظلمة بدلالة س



الضرب بمجرد النظر

لاحظ أن

- الحدين ٥ ، ٢ من يسميان الوسطين.
- الحدين ٣ ، -٢ يسميان الطرفين.

في المثال السابق وجدنا أن :

$$(٥ + ٢) (٣ - ٢) = ٢٠ - ٣ + ٢ - ٤$$

وبملاحظة حاصل الضرب نجد أن :

- الحد الأول (٢ - ٢) = الحد الأول من المقدار الأول (٣) × الحد الأول من المقدار الثاني (٢ - ٢)
- الحد الثالث (٢٠ - ٣) = الحد الثاني من المقدار الأول (٥) × الحد الثاني من المقدار الثاني (٢ - ٢)
- الحد الأوسط (٢ - ٤) = حاصل ضرب الوسطين (١٠ - ٢) + حاصل ضرب الطرفين (٣ - ٢)

مثال ٢

أوجد بمجرد النظر حاصل ضرب كل مما يأتي :

$$١ \quad (٣ + ٢٢) (١ + ٩٥)$$

$$٢ \quad (٤ + ٣) (٥ - ٢)$$

$$٣ \quad (٢٥ - ٢) (٢٧ - ٣)$$

$$٤ \quad (٤ - ٣) (٣ - ٢)$$

الحل

$$\begin{aligned} & \text{الأول} \times \text{الأول} + \text{حاصل ضرب الوسيطين} + \text{حاصل ضرب الطرفين} + \text{الثاني} \times \text{الثاني} \\ & = (١ + ٩٥) (٣ + ٢٢) \\ & = (١ \times ٣) + (١ \times ٢٢ + ٩٥ \times ٣) + (٩٥ \times ٢٢) = \\ & = ٣ + (٢٢ + ٢٨٥) + ٢٠٩٠ = \\ & = ٣ + ٢٨٧ + ٢٠٩٠ = \end{aligned}$$

وبزيادة التدريب يمكن الاستغناء عن كتابة الخطوات السابق ذكرها.

ويمكن إيجاد حاصل ضرب مقدارين جبريين كل منهما مُكوّن من حدين بإحدى الطريقتين اللتين يوضحهما المثال التالي :

مثال ١

أوجد حاصل ضرب :  $(٥ + ٢) (٣ - ٢)$

الحل

الطريقة الأفقية :

$$(٥ + ٢) (٣ - ٢) = ٣ \times ٥ + ٢ \times ٣ - ٢ \times ٢ - ٣ \times ٢$$

$$= ١٥ + ٦ - ٤ - ٦ = ١١$$

$$= ١١$$

الطريقة الرأسية :

• ضع المقدارين أحدهما أسفل الآخر كما هو موضح :

$$\begin{array}{r} ٥ + ٢ \\ ٣ - ٢ \end{array}$$

• اضرب ٢ في  $(٥ + ٢)$  فينتج  $٢ \times ٥ + ٢ \times ٢ = ١٠ + ٤$

• اضرب ٣ في  $(٥ + ٢)$  فينتج  $٣ \times ٥ + ٣ \times ٢ = ١٥ + ٦$

• بالجمع ينتج حاصل الضرب  $١٥ + ٦ + ١٠ + ٤ = ٣٥$

لاحظ

اختصار حاصل الضرب إلى أبسط صورة بجمع الحدين المتشابهين - ٣ ، ١٠ -

يراعى وضع - ٣ أسفل ١٠ لأنهما حدان متشابهان.

حاول بنفسك

أكمل ما يأتي :

$$\begin{array}{r|l} ١ \quad (٧ + ٢) (٣ - ٢) & ٢ \quad ٢٠ - ٣ + ٢ - ٤ \\ \hline ٢١ - \dots + ٩ - \dots = & \dots + ٢ \times ٢ \\ \dots + ٥ - \dots = & \dots - \dots - \dots \\ \hline \end{array}$$

$$٢ (٣ + ص) (٤ + ص) = (٥ - ص) (٦ - ص) - ٧ - ٢٠$$

$$٣ (٤ - ص) (٥ - ص) = (٦ - ص) (٧ - ص) - ٢٩ - ٢٦$$

$$٤ (٥ - ص) (٦ - ص) = (٧ - ص) (٨ - ص) - ٢٩ - ٢٦$$

$$= (٨ - ص) (٩ - ص) - ٢٩ - ٢٦$$

$$= ٩ - ص - ٩ + ص - ٢٩ - ٢٦$$

لاحظ

إعادة ترتيب حدى المقدار  
الثانى قبل الضرب.

حاول بنفسك

أكمل الحدود الناقصة فى كل مما يأتى :

$$١ (١ + ٢) (١ + ٥) = (٣ + ٥) + ١٠ + \dots$$

$$٢ (٣ + ص) (٤ + ص) = (١ - ص) (٢ - ص) + \dots - ٤$$

حالتان خاصتان

أ مربع مقدار ذى حدين

$$١ (ص + ص) (ص + ص) = (ص + ص) + ٢ + ص + ص$$

وبصفة عامة

مربع مقدار مكون من مجموع حدين = مربع الأول + ٢ × الأول × الثانى + مربع الثانى

$$٢ (ص - ص) (ص - ص) = (ص - ص) - ٢ + ص + ص$$

وبصفة عامة

مربع مقدار مكون من الفرق بين حدين = مربع الأول - ٢ × الأول × الثانى + مربع الثانى

مثال ٣

أوجد مفكوك كل مما يأتى :

$$١ (٥ + ٢٣) \quad ٢ (٢ - ص - ٣) (٢ - ص)$$

الحل

$$١ (٥ + ٢٣) = (٥ + ٢٣) + (٥ \times ٢٣ \times ٢) + (٢٣ \times ٢) = ٢٥ + ٢٣٠ + ٩٢$$

$$٢ (٢ - ص - ٣) = (٢ - ص - ٣) + (٢ \times ص \times ٣) + (٣ \times ص) + (٣ \times ص) = ٢ - ٤ - ٩ + ص + ١٢ - ٦$$

حاول بنفسك

أوجد مفكوك كل مما يأتى :

$$١ (٢ + ٣) \quad ٢ (٢ - ص - ٣) (٢ - ص)$$

ب حاصل ضرب مجموع حدين فى الفرق بينهما

$$(١ + ٢) (١ - ٢) = (١ - ٢) + (١ - ٢) + (١ - ٢) - ٢ = ١ - ٢ - ٢ - ٢$$

وبصفة عامة

مجموع حدين × الفرق بينهما = مربع الحد الأول - مربع الحد الثانى

مثال ٤

أوجد حاصل ضرب كل مما يأتى :

$$١ (٥ - ٢) (٥ + ٢) \quad ٢ (٥ + ص - ٣) (٥ - ص - ٣)$$

$$٣ (٢ + ٢) (٢ - ٢) \quad ٤ (٢ - ٢) (٢ - ٢)$$

الحل

$$١ (٥ - ٢) (٥ + ٢) = (٥ + ٢) - (٥ - ٢) = ٥ - ٢ - ٢ + ٥ = ١٠$$

$$٢ (٥ + ص - ٣) (٥ - ص - ٣) = (٥ - ص - ٣) + (٥ + ص - ٣) - (٥ + ص - ٣) - (٥ - ص - ٣) = ٩ - ٢٥ + ٢٥ - ٩ = ٠$$

### ضرب مقدار جبرى مكون من حدين فى آخر مكون من أكثر من حدين

كما درسنا فى ضرب المقادير الجبرية المكونة من حدين فإن عملية الضرب يمكن إجراؤها بإحدى الطريقتين الأفقية أو الرأسية كما بالمثال التالى ويفضل قبل إجراء عملية الضرب ترتيب حدود المقادير تنازلياً حسب أسس أحد الرموز المعطاة.

#### مثال ٦

أوجد حاصل ضرب :  $(3 - x)(4x^2 + x + 7)$

#### الحل

الطريقة الأفقية :

$$\begin{aligned} (3 - x)(4x^2 + x + 7) &= (3 - x)(4x^2 + x + 7) \\ &= 3(4x^2 + x + 7) - x(4x^2 + x + 7) \\ &= 12x^2 + 3x + 21 - 4x^3 - x^2 - 7x \\ &= -4x^3 + 11x^2 - 4x + 21 \end{aligned}$$

#### لاحظ

- وضع المقدار :  $4x^2 + x + 7$  أولاً لأنه يحتوى على حدود أكثر.
- وضع الحدود المتشابهة أسفل بعضها أثناء إجراء عملية الضرب.

الطريقة الرأسية :

$$\begin{array}{r} \text{المضروب} \quad 4x^2 + x + 7 \\ \times \quad \text{المضروب فيه} \quad 3 - x \\ \hline \text{اضرب } x \text{ فى المضروب} \quad -4x^3 - x^2 - 7x \\ \text{اضرب } 3 \text{ فى المضروب} \quad 12x^2 + 3x + 21 \\ \hline \text{بالجمع ينتج حاصل الضرب} \quad -4x^3 + 11x^2 - 4x + 21 \end{array}$$

$$3 \quad (2 + x)(2 - x) = (2 - x)(2 + x) = 2^2 - x^2 = 4 - x^2$$

$$4 \quad \left(\frac{1}{3} - \frac{1}{4}x\right)\left(\frac{2}{5} - \frac{1}{3}x\right) = \left(\frac{2}{5} - \frac{1}{3}x\right)\left(\frac{1}{3} - \frac{1}{4}x\right) = \left(\frac{2}{5} + \frac{1}{3}x\right)\left(\frac{1}{3} - \frac{1}{4}x\right)$$

#### حاول بنفسك

أوجد حاصل ضرب كل مما يأتى :

$$1 \quad (2x + 3)(2x - 3) \quad 2 \quad (2x - 3)(2x + 3)$$

#### مثال ٥

اختصر كلاً مما يأتى إلى أبسط صورة :

$$1 \quad (x + 4) - (x + 2)(x + 6)$$

$$2 \quad (x + 5)(x + 5) - (x + 5)(x + 5)$$

#### الحل

$$1 \quad (x + 4) - (x + 2)(x + 6) = (x + 4) - (x^2 + 8x + 12)$$

$$= -x^2 - 7x - 8$$

$$2 \quad (x + 5)(x + 5) - (x + 5)(x + 5) = (x + 5)(x + 5) - (x + 5)(x + 5)$$

$$= 0$$

$$= 0$$

#### نشاط

يمكنك استخدام برنامج Excel للتحقق من أن :

$$\bullet (2 + x)^2 = 2^2 + 2 \cdot 2x + x^2 = 4 + 4x + x^2$$

$$\bullet (2 - x)^2 = 2^2 - 2 \cdot 2x + x^2 = 4 - 4x + x^2$$

(انظر أنشطة الحاسب الآلى فى نهاية الكتاب).



ملاحظة

في حالة ضرب المقادير الجبرية المكونة من أكثر من حدين يفضل استخدام الطريقة الرأسية.

مثال ٧

أوجد حاصل ضرب :  $٣٢٣ + ٢٤ - ٤$  في  $٢٢ + ٣$

الحل

$$٣٢٣ + ٢٤ - ٤$$

$$٢٢ + ٣$$

$$٢٢٢ + ٤٢٦ - ٨٨$$

$$٢٢٩ + ٢٢٣ - ١٢$$

$$٢٢٦ + ٢٢١١ - ٢٢٣ - ٨ - ١٢$$

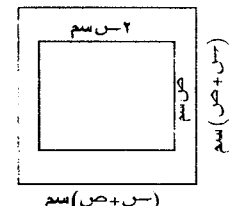
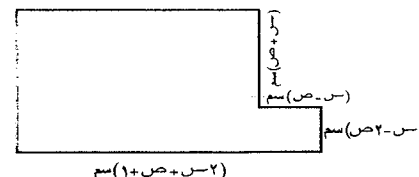
حاول بنفسك

أوجد ناتج :  $(٣ - س + س٢) (٣ + س - س٢)$

تطبيقات علي ضرب المقادير الجبرية

مثال ٨

أوجد المقدار الجبري الذي يعبر عن مساحة الجزء المظلل في كل من الشكلين الآتيين :



الحل

١ مساحة الجزء المظلل =  $(س + ٢) - س٢$

$$= س٢ + ٢س + ٢ - س٢ = ٢س + ٢$$

٢ مساحة الجزء المظلل

$$= (س + ٢ - س) - (١ + س + س٢) = (س - ١) - (١ + س + س٢)$$

$$= س - ١ - ١ - س - س٢ = -٢ - س٢$$

$$= ٤ - س٢ + ٢س + ٢ - س٢ - س٢ - س٢ - س٢ = ٤ - ٤س٢ + ٢س$$

$$= (٢ - س + س٢) (٢ - س + س٢)$$

مثال ٩

استخدم الضرب بمجرد النظر لتسهيل إيجاد قيمة :

$$٤٩٨ \times ٥٠٢$$

$$٢(١٩٥)$$

$$١(٥٢)$$

الحل

$$١ \quad ١(٥٢) = (٥٠ + ٢) = ٥٠ + ٢ = ٥٢$$

$$٢ \quad ٢(١٩٥) = (٢٠٠ - ٥) = ٢٠٠ - ٥ = ١٩٥$$

$$٣ \quad ٤٩٨ \times ٥٠٢ = (٤٩٨ + ٢) (٥٠٠ + ٢) = ٤٩٨ \times ٥٠٠ + ٢ \times ٤٩٨ + ٢ \times ٥٠٠ + ٢ \times ٢ = ٢٤٩٩٩٦$$

حاول بنفسك

أكمل ما يأتي :

$$١ \quad (٣١) = (٣٠ + \dots) = \dots + ٩٠ = \dots$$

$$٢ \quad (٨٩) = (١ - \dots) = \dots - ١ = \dots$$

$$٣ \quad ٢٨ \times ٤٢ = (٤٠ + \dots) (\dots - \dots) = \dots - \dots = \dots$$

## على ضرب مقدار جبري مكون من حدين في مقدار جبري آخر

1 اكتب الحدود الناقصة في كل من حواصل الضرب الآتية :

$$(1) (3 + 2)(3 + 5) = \dots + 10 + \dots$$

$$(2) (2 + 5)(5 - 5) = \dots + 25 - \dots$$

$$(3) (4 - 5)(5 + 5) = \dots - 25 + \dots$$

$$(4) (3 - 4)(4 - 4) = \dots - 16 + \dots$$

$$(5) (5 - 2)(2 + 7) = \dots + 14 - \dots$$

$$(6) (4 - 3)(3 + 5) = \dots + 15 - \dots$$

2 أوجد بمجرد النظر حاصل ضرب كل مما يأتي :

$$(1) (2 + 5)(5 + 4)$$

$$(2) (5 - 2)(2 + 6)$$

$$(3) (4 - 2)(2 - 4)$$

$$(4) (3 - 2)(2 + 3)$$

$$(5) (4 - 2)(2 - 4)$$

$$(6) (3 - 2)(2 + 3)$$

$$(7) (4 - 2)(2 - 4)$$

$$(8) (3 - 2)(2 + 3)$$

$$(9) (4 - 2)(2 - 4)$$

$$(10) (3 - 2)(2 + 3)$$

3 أوجد بمجرد النظر مفكوك كل مما يأتي :

$$(1) (3 + 4)(3 + 2)$$

$$(2) (3 + 2)(3 + 5)$$

$$(3) (3 - 2)(2 - 4)$$

$$(4) (3 - 2)(2 + 3)$$

$$(5) (3 - 2)(2 - 4)$$

$$(6) (3 - 2)(2 + 3)$$

$$(7) (3 - 2)(2 - 4)$$

$$(8) (3 - 2)(2 + 3)$$

$$(9) (3 - 2)(2 - 4)$$

$$(10) (3 - 2)(2 + 3)$$

$$(5) (3 - 5)(5 + 3) = \dots + 15 - \dots$$

$$(6) (3 + 5)(5 - 3) = \dots - 15 + \dots$$

$$(7) (3 - 5)(5 + 3) = \dots + 15 - \dots$$

$$(8) (3 + 5)(5 - 3) = \dots - 15 + \dots$$

$$(9) (3 - 5)(5 + 3) = \dots + 15 - \dots$$

$$(10) (3 + 5)(5 - 3) = \dots - 15 + \dots$$

5 أوجد نواتج عمليات الضرب الآتية :

$$(1) (3 + 5)(5 + 3)$$

$$(2) (3 + 5)(5 - 3)$$

$$(3) (3 - 5)(5 + 3)$$

$$(4) (3 - 5)(5 - 3)$$

$$(5) (3 + 5)(5 + 3)$$

$$(6) (3 + 5)(5 - 3)$$

$$(7) (3 - 5)(5 + 3)$$

$$(8) (3 - 5)(5 - 3)$$

$$(9) (3 + 5)(5 + 3)$$

$$(10) (3 + 5)(5 - 3)$$

6 اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة :

$$(1) \text{ الحد الأوسط في مفكوك } (3 - 5)(5 + 3) \text{ هو } \dots$$

$$(2) \text{ الحد الأوسط في مفكوك } (3 + 5)(5 - 3) \text{ هو } \dots$$

$$(3) \text{ إذا كانت : } 3 - 5 = 1 \text{ فإن القيمة العددية للمقدار } (3 + 5)(5 - 3) \text{ هي } \dots$$

$$(4) \text{ إذا كان : } 3 - 5 = 1 \text{ فإن : } (3 + 5)(5 - 3) = \dots$$

$$(5) \text{ إذا كان : } 3 - 5 = 1 \text{ فإن : } (3 + 5)(5 - 3) = \dots$$

$$(6) \text{ إذا كان : } 3 - 5 = 1 \text{ فإن : } (3 + 5)(5 - 3) = \dots$$

$$(7) \text{ إذا كان : } 3 - 5 = 1 \text{ فإن : } (3 + 5)(5 - 3) = \dots$$

$$(8) \text{ إذا كان : } 3 - 5 = 1 \text{ فإن : } (3 + 5)(5 - 3) = \dots$$

$$(9) \text{ إذا كان : } 3 - 5 = 1 \text{ فإن : } (3 + 5)(5 - 3) = \dots$$

$$(10) \text{ إذا كان : } 3 - 5 = 1 \text{ فإن : } (3 + 5)(5 - 3) = \dots$$

(٦) إذا كان :  $(س + ص) = ٢٦$  ،  $س = ٢٠$  فإن :  $س =$  .....

(١) ٣ (ب) ٦ (ج) ٩ (د) ١٢

(٧) إذا كان :  $س = ١٦$  ،  $ص = ٩$  ،  $س = ١٢$  فإن :  $(س - ص) =$  .....

(١) ٤٩ (ب) ١٦٥ (ج) ١- (د) ١

(٨) إذا كان :  $س + ص = ٧$  فإن القيمة العددية للمقدار :

$س + ٢ + س ص + ص =$  .....

(١) ٧ (ب) ١٤ (ج) ٤٩ (د) ٢٨

(٩) إذا كان :  $(٢ + س + ص) = ٤$  فإن :  $س =$  .....

(١) ٢ (ب) ٤ (ج) ٨ (د) ٦

(١٠) إذا كان :  $(س - ٣) = (٣ + س) + س$  فإن :  $س =$  .....

(١) ٩ (ب) ٦ (ج) ٩- (د) ٦-

(١١) إذا كان :  $(س - ص) = (٢ + س + ص) + س$  فإن :  $س =$  .....

(١) ١- (ب) ١ (ج) ٢ (د) ٤

٧ أكمل ما يأتي :

(١)  $(١ - س) = ١ + س -$  .....

(٢)  $(٥ - س) = ٢٥ - س$  .....

(٣)  $(٣ + س + ..... ) = ٩ - س$  .....

(٤)  $(٥ + س + ..... ) = ١٥ + س$  .....

(٥)  $(..... + ..... ) = ١٦ +$  .....

(٦)  $(٥ + س + ..... ) = ١٠ + ..... +$  .....

(٧)  $(..... + ..... ) = ٨ - س$  .....

(٨)  $(..... + ٢٢) = (..... - ٥) + ٨$  .....

(٩)  $(..... + ٤) = (..... + س) + ٧ + س$  .....

(١٠)  $(..... - ٢) = ٢٤ - ..... +$  .....

٨ اختصر لأبسط صورة :

(١)  $٩ - (٣ - س)$  (٢)  $٢٢ (٤ + ٥) (٤ - ٥)$  .....

(٣)  $٢ (٥ - م) (٢ + م)$  (٤)  $(٢ - س) (٢ + س) - س (١ + س)$  .....

(٥)  $(٢ + س + ٢) (٣ - س - ٢) - (٢ + س + ٢)$  .....

(٦)  $(٢ + س + ٢) (٢ - س) + (٥ + س)$  .....

(٧)  $(١ + س) - س (٢ + س)$  .....

(٨)  $(٢ - س) - (٤ - س)$  .....

(٩)  $(٢ - س + ص) - (٢ + س + ص)$  .....

(١٠)  $٢٢ (٢ + ٣) (٤ - ١)$  .....

(١١)  $(٥ - س + ص) - (٥ + س + ص)$  .....

(١٢)  $(٢ - س + ٣) (٥ - ١ + س) - (١ + س + ٣) (٧ - س)$  .....

٩ اضرب ثم أوجد القيمة العددية للمقدار عندما  $س = ١$  ،  $ص = ٢$  :

(١)  $(س - ٥ + ص) (٥ + ص)$  (٢)  $(٣ + س + ص) (٣ + ص)$  .....

(٣)  $(٤ + س + ٣) (٢ + س)$  (٤)  $(٢ + ص + ٧) (٣ + ص + ٤)$  .....

(٥)  $(س + ٢ + ص) (س - ٢ + ص)$  .....

١٠ اختصر :  $(س - ص) + ٢ + س$  ثم أوجد القيمة العددية للنتائج

عند  $س = ١$  ،  $ص = ٢$

١١ اختصر :  $(2 - س) + (س - 2) + (س + 2)$  ثم أوجد القيمة العددية للنتائج

« ١٣ »

عند  $س = 1$

١٢ أوجد باقى طرح :  $(س - 3)$  من  $(2 + س) (1 + س) (9 + س)$

١٣ إذا كانت :  $3 - س = 4$  ،  $س + 2 = 5$  ،  $س - 2 = 3$  ،

« ١٧ »

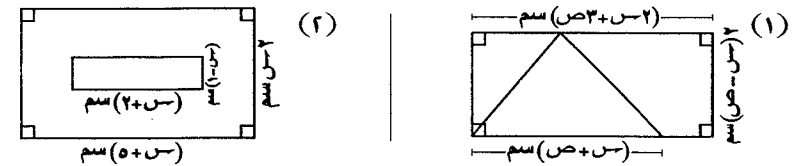
احسب القيمة العددية للمقدار :  $4 - س$  عندما  $س = 0$

١٤ إذا كانت :  $4 - س = 3$  ،  $س + 2 = 1$  ،  $س - 2 = 2$  ،

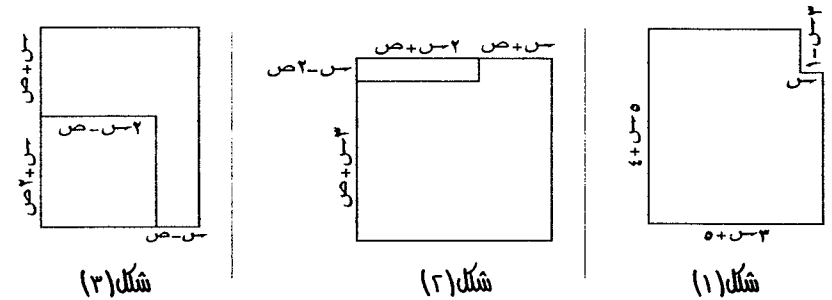
أوجد قيمة المقدار :  $2 - 3س + 2س$

### تطبيقات على ضرب المقادير الجبرية

١٥ أوجد مساحة الجزء المظلل في كل من الشكلين الآتيين :



١٦ اكتب مقداراً جبرياً يعبر عن محيط ومساحة كل جزء مظلل في الأشكال الآتية :



١٧ استخدم الضرب بمجرد النظر لتسهيل إيجاد ناتج :

$(3) (99)^2$	$(2) (10 \frac{1}{4})^2$	$(1) (101)^2$
$(6) 21 \times 19$	$(5) 102 \times 98$	$(4) 64 \times 66$
$(9) (41)^2$	$(8) (49)^2$	$(7) 199 \times 201$

### للمتفوقين

١٨ إذا كانت :  $س - 2 = 5$  ،  $س + 2 = 3$  ،  $س - 4 = 2$  ،

فأوجد بدلالة ٩ ، قيمة المقدار :  $(3 - س) (2 - س)$

١٩ إذا كان :  $(س - 2)^2 = 8 - 12س + 6س^2 - 2س^3$

أوجد قيمة :  $(س - 2)^4$

٢٠ إذا كانت :  $4 = 5 + س + 2س$  ،  $س + 2 = 3$  ،  $س - 3 = 2$  ،

فأثبت أن :  $4 = (س + 2) (س + 3)$

٢١ مربع طول ضلعه  $(س + 5)$  من السنتيمترات ، أوجد مساحته بدلالة س ، وإذا زاد

طول ضلعين متقابلين من المربع بمقدار  $(س - 1)$  من السنتيمترات ونقص طول كل من

ضلعيه الآخرين بنفس المقدار ، فأوجد بدلالة س مساحة المستطيل الناتج.

## الحل

يمكن التأكد من صحة الحل بضرب  
المقسوم عليه في خارج القسمة لتحصل  
على المقسوم.

$$\frac{21س + 14}{7س} + \frac{21س + 7}{7س} = \frac{21س + 14س + 21س + 7س}{7س} = \frac{42س + 28س}{7س} = \frac{70س}{7س} = 10$$

$$2 \quad (16س^2 + 8س - 12س^2) \div (-4س^2)$$

$$= \frac{16س^2}{-4س^2} + \frac{8س}{-4س^2} + \frac{-12س^2}{-4س^2} = -4 - \frac{2}{س} + 3 = -1 - \frac{2}{س}$$

## مثال ٢

اقسم:  $\frac{23س^2 - 20س + 2}{س - 1}$  حيث إن  $س \neq 1$

ثم أوجد القيمة المطلقة للناتج عندما:  $س = 3$ ،  $س = -2$ ،  $س = 1$

## الحل

$$\frac{23س^2 - 20س + 2}{س - 1} = \frac{23س^2 - 23س + 3س - 20س + 2}{س - 1} = \frac{23س(س - 1) - 17س + 2}{س - 1}$$

$$= \frac{23س(س - 1) - 17س + 2}{س - 1} = \frac{23س(س - 1) - 17س + 2}{س - 1}$$

$$= \frac{23س(س - 1) - 17س + 2}{س - 1} = \frac{23س(س - 1) - 17س + 2}{س - 1}$$

## حاول بنفسك

أوجد خارج قسمة كل مما يأتي حيث إن الرموز تمثل أعدادًا صحيحة لا تساوي الصفر:

$$1 \quad (12س^2 + 8س) \div 4س$$

$$2 \quad (14س^2 - 21س + 7س) \div (-7س)$$

$$3 \quad \frac{10س^2 - 8س + 2}{2س^2 + 2س - 2}$$

## قسمة مقدار جبرى على حد جبرى

• نعلم من دراستنا للكسور الاعتيادية أن:  $\frac{5+2}{9} = \frac{5}{9} + \frac{2}{9}$

$$\frac{5}{9} + \frac{2}{9} = \frac{5+2}{9}$$

• يمكنك فعل نفس الأمر عند قسمة مقدار جبرى على حد جبرى فنكتب:

$$\frac{6س^2 + 2س - 6س}{2س} = \frac{6س^2}{2س} + \frac{2س}{2س} - \frac{6س}{2س}$$

$$\text{ويكون الناتج } 3س + 1 - 3 = 3س - 2$$

## وبصفة عامة

عند قسمة مقدار جبرى على حد جبرى نقسم كل حد من حدود المقدار على هذا الحد.

## مثال ١

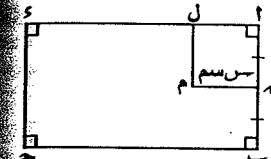
أوجد خارج القسمة في كل مما يأتي حيث  $س \neq 0$ ،  $س \neq 1$

$$1 \quad \frac{21س^2 + 14س}{7س}$$

$$2 \quad (16س^2 + 8س - 12س^2) \div (-4س^2)$$

مثال ٣

في الشكل المقابل :



أ ب ح د مستطيل ، أ ب ح د ل مربع ، هـ هـ منتصف أ ب ، س س = س س فإذا كانت مساحة المنطقة المظلة هي (س + ١٠ س) سم<sup>٢</sup> أوجد طول ل د

الحل

مساحة المربع أ ب ح د ل = س × س = س<sup>٢</sup> سم<sup>٢</sup>

مساحة المستطيل = مساحة المربع + مساحة المنطقة المظلة

$$س + س + س = س + ١٠ س = (س + ١٠ س) سم^2$$

، بما أن عرض المستطيل = ضعف طول أ ب = ٢ س سم

إذن طول المستطيل (د) = مساحة المستطيل ÷ عرض المستطيل

$$= (س + ١٠ س) ÷ ٢ س = (س + ١٠ س) ÷ ٢ س$$

إذن : ل د = د - أ ب = س - ٥ س = ٥ سم

# تمارين 12

أسئلة كتاب الوزارة

على قسمة مقدار جبري على حد جبري

١ إذا كانت الرموز تمثل أعدادًا صحيحة لا تساوي الصفر ، فأوجد خارج قسمة كل من :

$$(١) ١٠ - ٢٥ \text{ على } ٥$$

$$(٢) ١٢ س + ١٥ ص \text{ على } ٣ -$$

$$(٣) ٢٤ س + ٢٦ ص \text{ على } ٢٢$$

$$(٤) ٢٤ س - ١٨ س^٢ \text{ على } ٦ س - ٢$$

$$(٥) ١٢ س^٢ + ٢٠ س - ٢٤ ص \text{ على } ٤ ص - ٢$$

$$(٦) ١٦ س^٢ - ٢٤ س - ٢٤ ص \text{ على } ٤ ص - ٢$$

$$(٧) ٦٠ س - ٤٨ س - ١٢ س^٢ \text{ على } ١٢ س - ٢$$

$$(٨) ٣٢ س - ٤٨ س + ٧٢ س^٢ \text{ على } ٨ س - ٢$$

$$(٩) ٢٢ س - ١٢ ص + ٢٦ ص \text{ على } ٣ ص - ٢$$

$$(١٠) ٢٢ س - ٢٤ س + ٢٦ ص \text{ على } ٢ ص - ٢$$

٢ إذا كانت الرموز تمثل أعدادًا صحيحة لا تساوي الصفر ، فأوجد خارج قسمة كل مما يأتي :

$$(٢) \frac{١٨ س^٤ + ٣٢ س^٢}{٢ س - ٢}$$

$$(١) \frac{٢٦ هـ^٢ + ١٤ هـ^٤}{٢ هـ}$$

$$(٤) \frac{٩ س^٢ ل - ١٨ س ل}{٣ س ل}$$

$$(٣) \frac{٤٨ س - ٨٠ س^٢}{٨ س - ٢}$$

$$(٦) \frac{١٥ س^٢ ص + ٦ س - ٣ ص}{٩ س - ٩ ص}$$

$$(٥) \frac{١٦ س^٢ - ١٢ س + ٨ ص}{٤ س - ٢}$$

$$(٨) \frac{١٨ س^٤ ص - ٤٢ س^٢ ص + ٣٠ س - ٣ ص^٢}{٦ س^٢ ص - ٦ ص}$$

$$(٧) \frac{٥ س^٢ ل - ٢٠ س^٢ هـ - ١٥ س هـ^٢}{٥ س - ٥ هـ}$$

٣

اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة :

(١)  $(س + ٢س) \div س = \dots$  حيث  $س \neq ٠$

(أ) صفر (ب) س (ج)  $٢س + ١$  (د)  $س + ١$

(٢)  $(١٥س + ٥) \div ٥ = \dots$

(أ)  $٢٣$  (ب)  $١٠س$  (ج)  $٢س + ١$  (د)  $٤س$

(٣)  $(٢٤س - ٢س) \div (٢س - ٢) = \dots$  حيث  $٢ \neq ٠$

(أ)  $٢٢س$  (ب)  $٢س - ١$  (ج)  $٢س + ١$  (د)  $١ - س$

(٤)  $(١٥س + ٥س + ٢س) \div ٥س = \dots$  حيث  $س \neq ٠$

(أ)  $٣س + ٢س$  (ب)  $٥س + ١$  (ج)  $٣س + ١$  (د)  $٤س$

(٥)  $(٢س - ٢س - \dots) \div ٣س = س - ٢س$  حيث  $س \neq ٠$

(أ)  $٦س$  (ب)  $٦س - ٢$  (ج)  $٦س$  (د)  $٦س - ٢$

(٦) إذا كان :  $(٦س + ٢س) \div (س - ١) = س - ١٢$  حيث  $س \neq ٠$

فإن :  $|س| = \dots$

(أ)  $٧٢$  (ب)  $٢$  (ج)  $٢$  (د)  $٧٢$

٤ أكمل ما يأتي :

(١)  $\frac{٩س - ١٥س}{٢س - ٢} + \frac{٩س - ١٥س}{٢س - ٢} = \frac{٩س - ١٥س}{٢س - ٢}$

(٢)  $\dots = ٢٢ \div (٢٢ + ٢٤س)$

(٣)  $\frac{٤س - ٢س - ٢س}{٢س - ٢س} = ٢س - ٢س + \dots = ٢س - ٢س = \dots$

(٤)  $\frac{١٦س - ١٢س - ٢س}{٨س} = \frac{٢٤س + ٢س}{٨س}$

$\dots + \dots - \dots = \frac{١٦س}{٨س} + \frac{\dots}{٨س} - \frac{\dots}{٨س} =$

(٥)  $(١٢س - ٢س) \div (٢س - ٢) = \dots - ٢٤س$

(٦)  $\frac{\dots - ١٢س + ٢س}{\dots} = ٢س - ٢س + ٢س - ٤س$

(٧) إذا كان :  $\frac{٤س - ٨س}{٤س - س} = س + ل$  فإن :  $|ل| + |س| = \dots$

(٨) إذا كانت :  $س = ١$  فإن :  $|\frac{٢س - ٢٠س}{٤س - س}| = \dots$

٥ اضرب :  $٤س$  في  $٢س - ٢س - ٦س$  ثم اقسم الناتج على :  $١٢س$

٦ أصف خارج قسمة المقدار :  $س - ٢س + ٢س - ٤س$  على

على :  $س - ٢س + ٢س - ٤س$

٧ اقسم :  $١٢س - ٨س$  على  $٤س$

ثم أوجد القيمة المطلقة للناتج عندما :  $س = \frac{١}{٢}$  "  $\frac{١}{٤}$  "

٨ اقسم :  $١٢س - ٤س - ٤س$  على  $٤س$

ثم أوجد القيمة العددية للناتج عندما :  $س = ١$  ،  $س = ١$  "  $٤$  "

٩ اقسم :  $١٦س + ٨س - ١٢س$  على  $٤س$

ثم اجمع الناتج على :  $٣س - ٢س + ٧$

ثم أوجد القيمة العددية للناتج عندما :  $س = ١$

" ١٢ "

## تطبيقات هندسية

١٠) مستطيل مساحته (٢٤ سم<sup>٢</sup> + ١٨ سم<sup>٢</sup> + ٤٢ سم<sup>٢</sup>) وعرضه ٦ سم

أوجد طول المستطيل بدلالة سم

١١) مستطيل مساحته (٨ سم<sup>٢</sup> + ١٢ سم<sup>٢</sup> - ٢٨ سم<sup>٢</sup>) وطوله ٤ سم

من السنتيمترات أوجد عرضه إذا كانت : ١ = ٢ ، ٢ = ٣ سم

١٢) مثلث مساحته (١٢ سم<sup>٢</sup> + ٩ سم<sup>٢</sup>) وطول قاعدته ٣ سم ، أوجد ارتفاع المثلث

المقابل لهذه القاعدة.

## للمتفوقين

١٣) متوازي مستطيلات حجمه (١٢ سم<sup>٣</sup> + ٨ سم<sup>٣</sup>) وقاعدته على شكل مربع طول

ضلعه ٢ سم أوجد ارتفاعه عندما : ١ = ٢ ، ٢ = ٣ سم

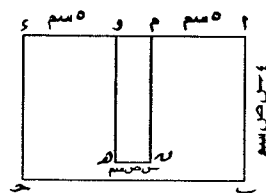
١٤) في الشكل المقابل :

أ ب ح د ، م ن ه و مستطيلان.

استخدم البيانات الموضحة على الرسم لإيجاد طول

و ه علمًا بأن مساحة الجزء المظلل هي :

(٣ سم<sup>٢</sup> ص + ٢٥ سم<sup>٢</sup>)



٨

## قسمة مقدار جبرى على مقدار جبرى آخر

### مثال توضيحي

اقسم :  $س^٢ + س - ١٢$  على  $س + ٤$  حيث  $س \neq -٤$

لإجراء عملية القسمة السابقة نتبع الخطوات التالية :

$$\begin{array}{r} \text{١} \text{ نقسم } س^٢ \text{ على } س \text{ فيكون الناتج } س \\ \text{٢} \text{ نضرب } س \text{ فى } س + ٤ \text{ فنحصل على } س^٢ + ٤س \\ \text{٣} \text{ نطرح } س^٢ + ٤س \text{ من } س^٢ + س - ١٢ \text{ فنحصل على } -٣س - ١٢ \\ \text{٤} \text{ نكرر الخطوات السابقة (بالترتيب) حتى يصبح} \\ \text{باقى الطرح مساوياً للصفر فتكون عملية القسمة} \end{array}$$

قد انتهت ويكون خارج القسمة  $س - ٣$

\* لاحظ أن : الحدود المتشابهة يتم كتابتها تحت بعضها.

### ملاحظة

قبل البدء فى إجراء عملية القسمة يجب ترتيب حدود كل من المقسوم والمقسوم عليه ترتيباً

تنازلياً أو تصاعدياً حسب قوى الرمز المعطى (يفضل تنازلياً).





مثال ٣

إذا كان :  $س - ١$  هو أحد عاملي المقدار  $س^٢ + ٥س - ٦$  فأوجد العامل الآخر.

الحل

العامل الآخر هو خارج قسمة  $س^٢ + ٥س - ٦$  على  $س - ١$

$$\begin{array}{r} \text{س}^٢ + ٥س - ٦ : \text{س} - ١ \\ \underline{\text{س}^٢ - \text{س} - ٦} \\ ٦س - ٦ \\ \underline{٦س - ٦} \\ ٠ \end{array}$$

أي أن : العامل الآخر هو  $س + ٦$

مثال ٤

إذا كان المقدار :  $س^٢ + ١١س + ١٢$  يقبل القسمة على  $س + ٣$  فأوجد قيمة م

الحل

$$\begin{array}{r} \text{س}^٢ + ١١س + ١٢ : \text{س} + ٣ \\ \underline{\text{س}^٢ + ٣س + ٠} \\ ٨س + ١٢ \\ \underline{٨س + ٢٤} \\ -١٢ \\ \underline{-١٢ - ٣م} \\ ٩ - ٣م \\ \underline{٩ - ٣م} \\ ٠ \end{array}$$

وحيث إن : المقسوم يقبل القسمة على المقسوم عليه

فإن : باقي الطرح الأخير يجب أن يساوى الصفر

أي أن :  $٩ + م = ٠$  ومنها :  $م = -٩$

مثال ١

أوجد خارج قسمة :  $٢٥ - ١٠س + ٢٦س^٢ + ٣$  على  $٢ - ٢٢س + ٤$  حيث المقسوم عليه  $\neq ٠$

الحل

لاحظ أنه  
تم ترتيب حدود المقسوم والمقسوم  
عليه تنازلياً حسب قوى  $س$  قبل  
إجراء عملية القسمة.

$$\begin{array}{r} ٢٦س^٢ - ١٠س + ٢٥ : ٢ - ٢٢س + ٤ \\ \underline{٢٦س^٢ - ٢٢س + ١٢} \\ ٣٥س + ١٣ \\ \underline{٣٥س + ١٧} \\ -٤ \end{array}$$

أي أن : خارج القسمة  $= ١ + ٢٣س$

مثال ٢

أوجد خارج قسمة :  $س^٢ + س + ١٠$  على  $س + ٢$  حيث  $س \neq -٢$

الحل

لاحظ خلو المقسوم من حد يشتمل على  $س^٢$  لذلك يترك له مسافة فارغة عند إجراء عملية القسمة.

$$\begin{array}{r} \text{س}^٢ + س + ١٠ : \text{س} + ٢ \\ \underline{\text{س}^٢ + ٢س} \\ -س + ١٠ \\ \underline{-س - ٢} \\ ١٢ \\ \underline{١٢ + ١٠} \\ ٢٢ \end{array}$$

أي أن : خارج القسمة  $= س - ٢ + ١٢$

مستطيل مساحته (٨ س٢ + ٦ س - ٩ ص٢) سم<sup>٢</sup> ، فإذا كان عرضه (٤ س - ٣ ص) سم  
فأوجد طوله ، ثم احسب محيطه إذا كانت : س = ٢ ، ص = ١

### الحل

طول المستطيل = مساحته  $\div$  عرضه

$$(۸س۲ + ۶س۳ - ۹س۲) \div (۴س۳ - ۳س۲) =$$

$$\begin{array}{r} 8 \text{ س } 1 + 6 \text{ س } 1 - 9 \text{ س } 2 \\ \oplus \\ 8 \text{ س } 1 - 6 \text{ س } 1 \\ \hline 12 \text{ س } 1 - 9 \text{ س } 2 \\ \ominus \\ 12 \text{ س } 1 - 9 \text{ س } 2 \\ \hline \end{array}$$

أى أن : طول المستطيل = ( ٢ س + ٣ ص ) سم

عندما  $s = 2$  ،  $v = 1$  يكون :

طول المستطيل = ٢ سم + ٣ سم =  $1 \times 2 + 2 \times 2 = 7$  سم

، عرض المستطيل =  $4 - 3$  ص =  $2 \times 4 - 1 \times 3 = 5$  سم

فيكون محيط المستطيل = (الطول + العرض)  $\times ٢$

$$\text{سم } ٢٤ = ٢ \times (٥ + ٧) =$$

حاول بنفسك

أوجد خارج قسمة كل من المقدارين الآتيين «علمًا بأن المقسوم عليه  $\neq$  الصفر» :

۱۴ س ۲۵ س ۶ علی ۲ س ۳

۲۰۔ ۲۱۔ ۲۲۔ ۱۹۔ ۱۰۔ ۱۔ ۲۔ ۵۔

## 13 تمارین

**أسئلة كتاب الوزارة**

## على قسمة مقدار جبرى على مقدار جبرى آخر

❶ أوجد خارج قسمة كل من المقادير الآتية «علمًا بأن المقسوم عليه  $\neq$  الصفر» :

(۱)  $\text{س}^۲ + \text{س}^۵ + \text{س}^۶$       علی       $\text{س} + ۲$

(۲) ص ۹ - ص ۲۰      علی      ص ۴ - ۴

(۳) س ۲ - ۵ س - ۱۴      علی س - ۷

(٤) ﴿٢﴾ ٢ + ٢ + ١٣ + ١٥ ﴿٣﴾ ٣ + ٣ + ١٥ + ٥

۳-س ۸ + ۲-س ۳ (۵)      علی ۳-س ۴

(۶) جس ۲ - ۶ - جس علیٰ جس + ۲

(v) ۱۴ - ۱۷ جس - ۶ جس<sup>۲</sup> علیٰ ۷ + ۲ جس

٢ (أ) ٨ - ٦ + ٦ - ٩ ص ٢، ٤ - ٣ ص

$$(\mathfrak{p}^2 - 1) \cdot \mathfrak{p}^2 \cdot (\mathfrak{p}^2 - 1) + (\mathfrak{p}^2 - 1) \cdot \mathfrak{p}^2 \cdot (\mathfrak{p}^2 - 1) = (\mathfrak{p}^2 - 1) \cdot \mathfrak{p}^2 \cdot (\mathfrak{p}^2 - 1)$$

$$1 + \frac{1}{2} \quad \text{de} \quad 1 - \frac{1}{2} \quad \text{de} \quad (1)$$

١٦ (١) ص ٢ - ٤ - ٢  
١٧ (١) ص ٢ - ٤ - ٢

❏ أوجد خارج قسمة كل من المقادير الآتية «علماً بأن المقسوم عليه ≠ الصفر» :

(۱)  $۲ + ۷ + ۵ + ۲$  علی  $۱ + ۳ + ۲$

(۲)  $6س^۳ + 7س^۲ - ۱۸س + ۵$  علی  $3س^۲ - 4س + ۱$

(۳) ۲ سے ۲۳ - ۹ سے ۲۰ - علی ۲ سے ۷ - ۴ - ۲ سے

(٤)  $\begin{matrix} 2 \\ \text{س} \end{matrix} + \begin{matrix} 2 \\ \text{ف} \end{matrix} - \begin{matrix} 2 \\ \text{ك} \end{matrix} = 3$  علمي  $\begin{matrix} 2 \\ \text{س} \end{matrix} - 1 = 1$

$$2 + \frac{2}{3} \times 4 \quad \text{علی} \quad 3 \times 4 + 10 = \frac{2}{3} \times 20 = \frac{2}{3} \times 80$$

$$1 + \frac{1}{2} = \frac{3}{2}, \quad 2 + \frac{1}{2} = \frac{5}{2}, \quad 3 + \frac{1}{2} = \frac{7}{2}, \dots$$

$$1 - \frac{r}{v} = \frac{v - r}{v}$$

$$1 + \frac{1}{2} - \frac{1}{2} + \frac{1}{2} - \frac{1}{2} = 1 \quad \text{and} \quad 1 - \frac{1}{2} = \frac{1}{2} = A(1)$$

٢ أوجد خارج قسمة كل من المقادير الآتية «علمًا بأن المقسوم عليه  $\neq$  الصفر» :

- (١)  $٥س + ٢س - ٧س + ٢$  على  $٢س + ٢$   
 (٢)  $٩س - ٢س - ٩س - ١٢$  على  $٤س - ٤$   
 (٣)  $٦س - ٥س - ١٤س + ١٢$  على  $٢س - ٢$   
 (٤)  $٩س + ٦س + ١٠س - ٥س$  على  $٢س + ٢$   
 (٥)  $١٥س - ٧س + ٣س - ٤س$  على  $٥س - ٤س$   
 (٦)  $٣س - ٤س + ١$  على  $١س - ١$   
 (٧)  $٢٧س - ٢٧$  على  $٢س - ٢$   
 (٨)  $٢٧س - ٢٧$  على  $٢س - ٢$   
 (٩)  $٤س + ٤٩س - ١٨س$  على  $٢س - ٧س + ٧س$   
 (١٠)  $٢٧س - ٤س - ٩س$  على  $٣س - ٢س - ٥س$

٤ أوجد خارج قسمة كل من المقادير الآتية «علمًا بأن المقسوم عليه  $\neq$  الصفر» :

- (١)  $١٢س + ٦س + ٢س$  على  $٢س + ٣س$   
 (٢)  $١٦س - ٢٤س - ١٥س$  على  $٢٤س - ٢٢س - ٥س$

٥ إذا كان  $٣س + ٢س$  أحد عاملي المقدار  $٢س + ٣س - ٩س$  فأوجد العامل الآخر.

٦ إذا كان  $٣س + ٢س$  أحد عاملي المقدار  $٢س - ٩س - ١٢س$

فأوجد العامل الآخر.

٧ أوجد ناتج جمع المقاديرين :  $٢س - ٥س + ٧س + ١$  ،  $٣س - ٧س + ٧$

ثم اقسم الناتج على  $٣س + ٢$

٨ أوجد خارج قسمة :  $٢س - ٢س - ٢س + ٦$  على  $٢س + ٢$

ثم أوجد القيمة العددية لخارج القسمة عندما  $١ = ١$

«١»

٩ أوجد قيمة  $م$  التي تجعل المقدار :  $٢س - ٧س + م$  يقبل القسمة على  $٢س - ٦$  «٦»

١٠ أوجد قيمة  $ل$  التي تجعل المقدار :  $٣س - ٢س - ٢٥س + ل$

يقبل القسمة على  $٣س + ٤س + ٣$  «٢١»

١١ أوجد قيمة  $ل$  التي تجعل المقدار :  $٦س - ١٢س - ١٣س + ل$

يقبل القسمة على  $٣س - ٥$  «٣٠»

١٢ ما المقدار الذي إذا ضرب في :  $٢س + ٣س + ٢س + ٢س$  كان الناتج :  $٢س + ٣س + ٢س + ٢س$  ؟

### تطبيقات هندسية

١٣ مستطيل مساحته  $(١٥س + ١١س - ١٤س)$  سم وعرضه  $(٣س - ٢س)$  سم

احسب طوله (حيث  $٢س < ٣س$ )

١٤ مستطيل مساحته  $(٢س + ٧س - ١٥س)$  وحدة مربعة فإذا كان طوله  $(٥س + ٥)$

وحدة طول فأوجد عرضه ثم احسب محيطه إذا كانت :  $٣ = ٣$  «٢٢ ، ٢»

### للمتفوقين

١٥ أوجد قيمة  $ل$  التي تجعل المقدار :  $٢س - ل$  على  $١٢س + ١٢$

يقبل القسمة على  $٤س - ٤$  «٧»

١٦ أوجد العدد الذي إذا أضيف إلى المقدار :  $٦س - ١١س - ١٧س$  لأصبح الناتج يقبل

القسمة على المقدار  $٢س - ٥$  «٧»

١٧  $٢س + ٧س + ٢س$  سم فإذا كان طول  $٢س$

يساوي  $(٢س + ١)$  سم أوجد طول العمود الساقط من  $٢س$  على  $٢س$



## التحليل بإخراج العامل المشترك الأعلى

### معنى التحليل :

• تحليل العدد يعني كتابته كحاصل ضرب عاملين أو أكثر.

فمثلاً : \* يمكن تحليل العدد ٢٤ كالتالي :

$$٢٤ = ١٢ \times ٢ ، ٢٤ = ٨ \times ٣ ، ٢٤ = ٣ \times ٢ \times ٢ \times ٢ ، \dots$$

\* وكذلك يمكن تحليل العدد ٣٦ كالتالي :

$$٣٦ = ١٢ \times ٣ ، ٣٦ = ٦ \times ٦ ، ٣٦ = ٢ \times ٢ \times ٢ \times ٣ ، \dots$$

• كذلك تحليل الحد الجبري يعني كتابته كحاصل ضرب عاملين أو أكثر.

فمثلاً : \* يمكن تحليل الحد الجبري ٤س كالتالي :

$$٤س = ٤ \times س ، ٤س = ٢ \times ٢س ، \dots$$

\* وكذلك يمكن تحليل الحد الجبري ٦س<sup>٢</sup> كالتالي :

$$٦س^٢ = ٦س \times س ، ٦س^٢ = ٢س \times ٣س ، \dots$$

### معنى العامل المشترك :

• العامل المشترك لعددين هو عدد يقسم كلا من العددين.

فمثلاً : ٣ عامل مشترك بين العددين ٢٤ ، ٣٦ لأنه يقسم كلا منهما  $\left( ٢٤ = \frac{٢٤}{٣} ، ٣٦ = \frac{٣٦}{٣} \right)$

، ١٢ عامل مشترك بين العددين ٢٤ ، ٣٦ لأنه يقسم كلا منهما  $\left( ٢٤ = \frac{٢٤}{١٢} ، ٣٦ = \frac{٣٦}{١٢} \right)$

• كذلك العامل المشترك لحدين جبريين هو حد جبري يقسم كلا من الحدين.

فمثلاً : ٢ عامل مشترك بين الحدين الجبريين ٤س ، ٦س<sup>٢</sup>  $\left( ٦س^٢ = \frac{٦س^٢}{٢} ، ٤س = \frac{٤س}{٢} \right)$

، ٢س عامل مشترك بين الحدين الجبريين ٤س ، ٦س<sup>٢</sup>

$$\left( ٦س^٢ = \frac{٦س^٢}{٢س} ، ٤س = \frac{٤س}{٢س} \right)$$

### معنى العامل المشترك الأعلى :

• العامل المشترك الأعلى لعددين هو أكبر عدد يقسم كلا من العددين ويُرمز له بالرمز ع.م. ١.

فمثلاً : ١٢ هو العامل المشترك الأعلى بين العددين ٢٤ ، ٣٦

• العامل المشترك الأعلى لحدين جبريين هو أكبر حد يقسم كلا من الحدين ويُرمز له أيضًا

بالرمز ع.م.أ

فمثلاً : ٢س هو العامل المشترك الأعلى بين الحدين ٤س ، ٦س<sup>٢</sup>

لإيجاد العامل المشترك (الأعلى ع.م.أ) لمجموعة من الحدود الجبرية :

١) نوجد العامل المشترك الأعلى للعوامل العددية في هذه الحدود.

٢) نأخذ كل رمز متكرر في جميع هذه الحدود بأصغر أس له.

فمثلاً : العامل المشترك الأعلى للحدود الجبرية :

٦س<sup>٢</sup>ص ، ٨س<sup>٢</sup>ص ، ٤س<sup>٢</sup>ص ع هو ٢س<sup>٢</sup>ص

طريقة التحليل بإخراج العامل المشترك (الأعلى ع.م.أ) :

١) نوجد ع.م.أ بين حدود المقدار الجبري.

٢) نضع ع.م.أ خارج قوسين.

٣) نقسم كل حد من حدود المقدار الجبري على ع.م.أ ونكتب خوارج القسمة داخل القوسين.

مثال ١

حلل كلاً مما يأتي بإخراج العامل المشترك الأعلى :

$$\begin{array}{l|l} ١ \quad ١٥ + ٢٥ \quad ١٠ \quad ٢ \quad ٨ \quad ٥ \quad ٤ & ١ \quad ١٥ + ٢٥ \quad ١٠ \quad ٢ \quad ٨ \quad ٥ \quad ٤ \\ ٢ \quad ٢١ \quad ٢٧ \quad ٢٣٥ & ٢ \quad ٢١ \quad ٢٧ \quad ٢٣٥ \end{array}$$

الحل

١ حيث إن : ع.م.أ = ٥

إذن :  $١٥ + ٢٥ = ٥(٣ + ٥)$

٢ حيث إن : ع.م.أ = ٢

إذن :  $١٠ \quad ٢ \quad ٨ \quad ٥ \quad ٤ = ٢(٥ \quad ١ \quad ٤ \quad ٢ \quad ٢)$

٣ حيث إن : ع.م.أ = ٤

إذن :  $١٢ \quad ٤ \quad ٤ \quad ٤ = ٤(٣ \quad ١ \quad ١ \quad ١)$

٤ حيث إن : ع.م.أ = ٢٧

إذن :  $٢١ \quad ٢٧ \quad ٢٣٥ \quad ٢٧ = ٢٧(١ \quad ١ \quad ١ \quad ١)$

ملاحظة

في بعض الأحيان يكون العامل المشترك الأعلى عبارة عن مقدار جبرى مُكون من أكثر من حد جبرى.

مثال ٢

حلل كلاً مما يأتي بإخراج العامل المشترك الأعلى :

$$\begin{array}{l} ١ \quad ٢(٣ + ٥) + ٢(٣ + ٥) \\ ٢ \quad (٣ - ٥) + (٣ - ٥) \\ ٣ \quad ٢٣(٣ - ٥) + ٢٣(٣ - ٥) \end{array}$$

الحل

١ حيث إن : ع.م.أ = (٣ + ٥)

إذن :  $٢(٣ + ٥) + ٢(٣ + ٥) = (٣ + ٥)(٢ + ٢)$

٢ حيث إن : ع.م.أ = (٣ - ٥)

إذن :  $(٣ - ٥) + (٣ - ٥) = (٣ - ٥)(١ + ١)$

$٢٣(٣ - ٥) + ٢٣(٣ - ٥) = (٣ - ٥)(٢٣ + ٢٣)$

$٢ = (٣ + ٥)(٣ - ٥)$

٣ حيث إن : ع.م.أ = (٣ - ٥)

إذن :  $٢٣(٣ - ٥) + ٢٣(٣ - ٥) = (٣ - ٥)(٢٣ + ٢٣)$

، حيث إن : ع.م.أ = (٣ - ٥)

إذن :  $٢٣(٣ - ٥) + ٢٣(٣ - ٥) = (٣ - ٥)(٢٣ + ٢٣)$

حاول بنفسك

حلل كلاً مما يأتي بإخراج العامل المشترك الأعلى :

$$\begin{array}{l|l} ١ \quad ٢١ + ٢١ \quad ٢١ \quad ٢١ & ١ \quad ٢١ + ٢١ \quad ٢١ \quad ٢١ \\ ٢ \quad ٢١ + ٢١ \quad ٢١ \quad ٢١ & ٢ \quad ٢١ + ٢١ \quad ٢١ \quad ٢١ \\ ٣ \quad ٢١ + ٢١ \quad ٢١ \quad ٢١ & ٣ \quad ٢١ + ٢١ \quad ٢١ \quad ٢١ \\ ٤ \quad ٢١ + ٢١ \quad ٢١ \quad ٢١ & ٤ \quad ٢١ + ٢١ \quad ٢١ \quad ٢١ \\ ٥ \quad ٢١ + ٢١ \quad ٢١ \quad ٢١ & ٥ \quad ٢١ + ٢١ \quad ٢١ \quad ٢١ \end{array}$$

مثال ٣

استخدم التحليل بإخراج العامل المشترك الأعلى لإيجاد ناتج كل مما يلي :

$$\begin{array}{l|l} ١ \quad ٣٣ \times ٥٧ - ٤٣ \times ٥٧ & ٢ \quad ١٥٣ - ١٥٣ \times ٥٣ \\ ٣ \quad ١٠ \times ٢٨ - ١٠ \times ٢٤ + ١٠ & ٤ \quad ١٠ \times ٢٨ - ١٠ \times ٢٤ + ١٠ \end{array}$$

١. حيث إن : ع.م.أ = ٥٧

$$\text{إذن : } ٥٧ = ٣٣ \times ٥٧ - ٤٣ \times ٥٧ = ٣٣ - ٤٣ = ١٠ \times ٥٧ = ٥٧٠$$

٢. حيث إن : ع.م.أ = ١٥٣

$$\text{إذن : } ١٥٣ = ٥٣ \times ١٥٣ - ٢(١٥٣) = ٥٣ - ٢ = ٥١ \times ١٥٣ = ١٥٣٠٠$$

٣. حيث إن : ع.م.أ = ١٠ × ٤

$$\text{إذن : } ٤ = ١٠ \times ٢٨ - ١٠ \times ٢٤ + ٢(١٠) = ١٠ \times ٤ = ١٠ \times ٢٨ - ١٠ \times ٢٤ + ٢(١٠) = ٣٦٠$$

حاول بنفسك

استخدم التحليل بإخراج العامل المشترك الأعلى لإيجاد ناتج كل مما يأتي :

$$١ \quad ١٥ \times ٧٦ + ١٥ \times ٢٣ - ١٥ \times ٤٧ \quad ٢ \quad ٧٥ \times ١٢ + ٧٥ \times ١٣ + ٧٥(٧٥)$$

مثال ٤

إذا كان : م - ٢ = ١٠ فأوجد باستخدام التحليل بإخراج العامل المشترك الأعلى القيمة

العددية للمقدار : ٣ م (م - ٢) - ٦ م (م - ٢)

الحل

حيث إن : ع.م.أ = ٣ (م - ٢)

$$\text{إذن : } ٣ م (م - ٢) - ٦ م (م - ٢) = ٣ (م - ٢) (م - ٢) = ٣ (م - ٢) = ٣٠٠$$

$$٣٠٠ = ١٠ \times ١٠ \times ٣ =$$

طل أكثر : حيث إن : م - ٢ = ١٠

$$\text{إذن : } ٣ م (م - ٢) - ٦ م (م - ٢) = ٣ (م - ٢) (م - ٢) = ٣ (م - ٢) = ٣٠٠$$

$$٣٠٠ = ١٠ \times ٣٠ = ٣٠ (م - ٢) =$$

# تمارين 14

أسئلة كتاب الوزارة

على التحليل بإخراج العامل المشترك الأعلى

١. حلل كلاً مما يأتي بإخراج العامل المشترك الأعلى :

- |                 |                  |
|-----------------|------------------|
| (١) ٢٥ + ٥      | (٢) ٢ - ٢ - ٢    |
| (٣) ١٠ - ٥      | (٤) ٨ - ٢ - ٤    |
| (٥) ٧ - ٧ + ٧   | (٦) ١٥ - ١٥ - ١٥ |
| (٧) ٣ - ٦ + ٦   | (٨) ١٠ + ٢٥      |
| (٩) ٢٦ - ٢٤ - ٢ | (١٠) ٧ - ٢ - ٢   |
| (١١) ٣٥ - ٣ + ٥ | (١٢) ٢٥ - ٢٥ - ٢ |

٢. حلل كلاً مما يأتي بإخراج العامل المشترك الأعلى :

- |                   |                     |
|-------------------|---------------------|
| (١) ٩٥ - ٥ - ٥    | (٢) ١٠ + ٨ + ٦      |
| (٣) ٢ - ٢ + ٥     | (٤) ٢٦ + ٢٤ - ٢٨    |
| (٥) ٢ - ٢ + ٦ - ٢ | (٦) ٩ - ٦ - ٢ + ١٢  |
| (٧) ٢ - ٢ + ٤ - ٢ | (٨) ٢٢ - ٢ + ١٦ - ٢ |
| (٩) ١٨ - ٢٦ - ٢٠  | (١٠) ٢٣ - ٢٦ - ٢    |

٣. حلل كلاً مما يأتي بإخراج العامل المشترك الأعلى :

- |                |                 |
|----------------|-----------------|
| (١) ٣ - ٢ + ٧  | (٢) ٣ + ٢ + ٢   |
| (٣) ٤ - ٢ + ٤  | (٤) ٢١ - ٢١ - ٢ |
| (٥) ٢٦ - ٢ - ٢ | (٦) ٢١ - ٢ - ٢  |

(٧) إذا كان:  $٣ = ١ + ٢$  فإن:  $١٥ + ٥ = \dots\dots\dots$

(٨) إذا كان : ٧ ص - ٧ ص = ٢١ فإن : س - ص = .....

$$(9) \quad 20s + \frac{15s^2}{3} = 0 \text{ س } (\dots\dots\dots + \dots\dots\dots) , (s \neq 0 \text{ صفر})$$

(١٠) إذا كانت:  $ص + ح = ٥$  فإن:  $س (س + ح) + ص (ص + س) = \dots\dots\dots$

**٦ اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة :**

$$\dots\dots\dots = ۲۹ - ۳ (۱)$$


(i) ۱۲ س (ب) ۶- س (ج) ۶- س<sup>۲</sup> (د) ۲ س (۱-۳ س)

(.....)  $V = ۱۴ ص + ۷ س$  (۲)

(ا) س<sup>۲</sup> + ص<sup>۲</sup> (ب) س<sup>۲</sup> + ۲ ص<sup>۲</sup> (ج) ۷ س<sup>۲</sup> + ص<sup>۲</sup> (د) س + ۲ ص

(۳)  $\text{ع} - \text{ص} - \text{ع} + \text{ص} = \text{ع} - \text{ص} - \text{ع} + \text{ص}$  ..... (۲ - ص + ص - ع)

(ا) ۴ ص (ب) ۲ ص (ج) ۲ ص (د) ۲ ص

(٤)  تحليل المقدار الجبري :

٦ ص<sup>٢</sup> - ٤ ص بإخراج العامل المشترك الأعلى هو .....

(ب) ۲ س ۳ ص (۲ ص - ۲)

(ج) ۲ ص (۳-۲) (د) ۲ ص (۳-۲)

$$\dots\dots\dots = \gamma_0 \times V_0 + \gamma(V_0)(0)$$
$$V_{0 \dots (j)} \quad V_{0 \dots (\dot{j})} \quad V_{0 \dots (\ddot{j})} \quad V_0(i)$$
$$\dots \times \Lambda = \gamma \Lambda + \Lambda \quad (7)$$

٩٠. (ج)      ٨٠. (ج)      ٩ (ب)      ٨ (ا)

$$(1 + s)^2 - (1 + s) = s^2 + s$$
$$(p-2) \cdot \frac{1}{2} p \cdot 36 - (2-p) \cdot \frac{1}{2} p \cdot 24 \quad (v)$$
$$(V - S) \cdot 0 + (V - S) \cdot S \cdot 2 + (V - S) \cdot S^2 \cdot 3 \quad (8)$$

(٩)  $\boxed{\text{م}}^2 (٢ + \text{س} + \text{ص}) - ٣ \text{م} (٢ + \text{س} + \text{ص}) - ٧ (٢ + \text{س} + \text{ص})$

$$(Y + U + P) \sim Y \wedge - (Y + U + P) \sim Y \vee 17 (1.)$$

٤) استخدم التحليل بإخراج العامل المشترك لتسهيل إيجاد ناتج كل مما يأتي :

$$02 \times 22 - 22 \times 02 (r) \qquad 00 \times 2A + 20 \times 2A (1)$$
$$3. \times 10 - 13 \times 10 + 14 \times 10 \quad (z) \quad 18 \times 5 - 30 \times 5 + 122 \times 5 \quad (r)$$
$$30 \times 0 - 30 \times 12 + 30 (7) \qquad 12 + 2 \times 12 + 0 \times 12 (0)$$
$$\frac{27 \times 0.1}{1.1} + 11 \times \frac{0}{1.1} \text{ (V)}$$
$$10 \times 1 - 10 \times 11 + {}^r(10) \times 7 \quad (10) \quad 107 \times 207 - {}^r(207) \quad (9)$$
$$\circ \varepsilon \times \mathfrak{r}1 - \mathfrak{r}3 \times \mathfrak{r}1 + \mathfrak{r}(\mathfrak{r}1) \text{ (1r)} \quad \varepsilon \lambda \times \circ \mathfrak{r} + \varepsilon \lambda \times \mathfrak{v} + \mathfrak{r}(\varepsilon \lambda) \circ \text{ (1v)}$$
$$(29 \times 49 + 21 \times 49) + (33 \times 01 + 17 \times 01) \text{ (12)}$$
$$0. + {}^r(0.) + \varepsilon q + {}^r(\varepsilon q) \quad (1\varepsilon)$$

**٥** أكمل ما يأتي :

$$(\dots\dots\dots + \dots\dots\dots) 92 = 912 + 97 \text{ ①}$$
$$(C + P) \dots\dots\dots = P^2 C + C^2 P \quad (r)$$

(۳) ۱۲ ص ۲ - ۱۶ ص ۲ = ..... (۳ ص - .....)

$$(١ + ٢) (\dots\dots\dots + \dots\dots\dots) = (١ + ٢) \text{ ص} + (١ + ٢) \text{ س} (٤)$$
$$(1-p) \dots\dots\dots = (1-p) \varepsilon - (1-p) r(0)$$
$$(1 - \dots) (1 + i) = (1 + i) \text{ ص} - (1 + i) \text{ ح} \quad (6)$$

(٧) العامل المشترك الأعلى للمقدار :  $١٢س^٢ص^٢ + ٨س^٢ص^٢$  هو .....

(أ)  $٢س^٢ص^٢$  (ب)  $٤س^٢ص^٢$  (ج)  $٤س^٢ص^٢$  (د)  $١٢س^٢ص^٢$

(٨)  $٢٢س - ٢٢ص = ٢(١١س - ١١ص)$  فإن :  $|٢| =$  .....

(أ) صفر (ب) ١ (ج) -١ (د) ٢

٧ إذا كان :  $٢ = س + ٢٢$  فأوجد باستخدام التحليل بإخراج العامل المشترك الأعلى القيمة

العديدية للمقدار :  $٢٢(س + ٢٢) + (س + ٢٢)$  «٩»

٨ إذا كان :  $٢ = ح + ٢٢$  فأوجد باستخدام التحليل بإخراج العامل المشترك الأعلى القيمة

المطلقة للمقدار :  $٢٢(ح + ٢٢) + ٢(ح + ٢٢)$  «١٨»

٩ إذا كان :  $س + ٢ = ٢٢$  ،  $٢ = ٢ - س$  فأوجد

القيمة العديدية للمقدار :  $٢(س + ٢) - (س + ٢)$  «١٢»

١٠ استخدم التحليل بإخراج العامل المشترك الأعلى لتسهيل إيجاد ناتج كل مما يأتي :

$$(١) \frac{١٩ + ١٩ \times ٢ - ٢(١٩)}{٩} \quad (٢) \frac{٩ - ٩ \times ١١ + ٢(٩)}{٤٥}$$

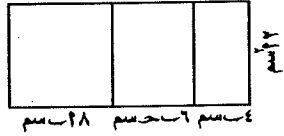
$$(٣) \left| \frac{٢(٣٦) \times ٣ - ٥ \times ٢(٣٦)}{٢(٣٦) \times ٢} \right|$$

١١ إذا كان :  $٢٢٣س$  هو أحد عاملي المقدار :

$١٢س^٢ - ٢٢٣س + ٢٢٩س$  أوجد العامل الآخر.

### تطبيق هندسي

١٢ في الشكل المقابل :



اكتب بطريقتين مختلفتين المقدار الجبري الذي يعبر عن مساحة الشكل كله.

### للمتفوقين

١٣ إذا كان :  $٨ = س + ٢$  فأوجد قيمة :  $س(١ - س) + س(٢ - س) - س(٣ - س)$  «٨»

١٤ إذا كان :  $٢ = س + ٢$  وكان :  $٢ = ٤س + ٦ص$  فأوجد قيمة :  $٢(٢ + ٢ص) + ٢(٢ + ٢ص)$  «١٦»

أوجد قيمة :  $س + ٢$

١٥ إذا كان :  $١٢ = س + ٢$  ،  $٨ = س + ٢$  فأوجد

القيمة العديدية للمقدار :  $٢(س + ٢) + ٢(س + ٢) - ٢(س + ٢)$  «٨»



أكمل ما يأتي :

(١) الحد الجبري  $3x^2$  من الدرجة ..... ومعامله يساوي .....

(٢)  $7x$  من ترتيب عن  $10x$  بمقدار .....

(٣) إذا كان :  $23x = 12x$  فإن :  $2x =$  .....

(٤)  $4x + 2x = 42$  ، ..... ،  $4x \neq 0$

(٥) ..... (  $3x +$  ..... )  $= 9x^2 + 10x$  من ص

(٦)  $4x^2 + 8x = 4x(..... + .....)$

(٧) محيط المستطيل الذي بُعده  $(2x + 1)$  ،  $(2x - 2)$  يساوي ..... وحدة طول.

(٨)  $(1 + 50)(1 - 50) = 2500 -$  .....

(٩)  $4(x + 1) - (x + 1) = (x + 1) \times$  .....

(١٠) إذا كان :  $4x + 3 = 7$  ،  $x = 3$  فإن قيمة المقدار :  $2x + 4 =$  .....

(١١) إذا كان :  $x + 5 =$  فإن القيمة العددية للمقدار :  $2x^2 + 2x + 5 =$  .....

اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة :

(١) المقدار الجبري :  $3x^2 - 3x + 4$  من الدرجة .....

(١) الأولى. (ب) الثانية. (ج) الثالثة. (د) الرابعة.

(٢)  $3x - 5x \times 5 =$  .....

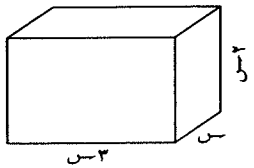
(١)  $5x - 10x$  (ب)  $8x$  (ج)  $8x - 10x$  (د)  $10x - 5x$

(٣)  $2x + 3$  من أكبر من  $2x - 3$  بمقدار .....

(١)  $6x$  (ب)  $4x - 3$  (ج)  $4x$  (د)  $6x$

(٤)  $\frac{3x}{5} - \frac{x}{5} =$  .....

(١)  $\frac{2x}{5}$  (ب)  $\frac{x}{5}$  (ج)  $\frac{2x}{5}$  (د)  $2x$



(٥) في الشكل المقابل :

حجم متوازي المستطيلات

يساوي .....

(١)  $6x$  (ب)  $6x^2$

(ج)  $5x^2$  (د)  $6x^2$

(٦) إذا كان :  $(4x + 3) = (3x - 2) + 12 - m$  فإن :  $m =$  .....

(١)  $7x$  (ب)  $x - 3$  (ج)  $x$  (د)  $7x$

(٧)  $(x + 5) - (x - 5) =$  .....

(١) صفر (ب)  $2x - 3x$  (ج)  $3x$  (د)  $4x$

(٨) إذا كان :  $4x = 25$  ،  $3x = 9$  ،  $4x = 15$  فإن :  $(4x - 3) =$  .....

(١)  $4 -$  (ب)  $4$  (ج)  $8$  (د)  $12$

(٩) إذا كان :  $4 =$  صفر ،  $5 = x$  ،  $2 =$  فإن القيمة العددية للمقدار :  $4x + 3 =$  .....

تساوي .....

(١) صفر (ب)  $2$  (ج)  $7$  (د)  $10$

(١٠) إذا كان :  $(x + 5) = 15$  ،  $3x + 5 = 9$  فإن :  $x =$  .....

(١)  $1$  (ب)  $2$  (ج)  $3$  (د)  $4$

(١١) محيط المستطيل الذي طوله ٦ ل وعرضه ٣ م يساوى .....

- (١) ٩ ل م (ب) ١٨ ل م (ج) ٣ (٢ ل م) (د) ٦ (٢ ل م)

### ثالثاً الأسئلة المقالية

١ اختصر لأبسط صورة :

$$(١) ٥ س + ١٠ ص + ٦ س - ٣ ص + ٧ ص - ٤ س$$

$$(٢) (٢ س - ٣ ص) (٢ س + ٣ ص) (٣) (٢ س - ٣ ص) (٣ س + ٧ ص)$$

$$(٤) \frac{٦ س^٢ ص + ٩ ص^٢ س}{٣ س ص} ، س ص \neq ٠ (٥) (١ + س) (١ - س) (١ + س)$$

٢ حل بإخراج العامل المشترك الأعلى :

$$(١) ٢٧ س - ٤ س - ١٨ س$$

$$(٢) ٢٣ (٢ س + ٤ ص) - ٢ (٢ س + ٤ ص)$$

٣ أوجد خارج قسمة :  $٤ س - ٦ س + ٢ س$  على  $٢ س - ٤ س + ٦ س$  ،  $٢ س \neq ٠$

٤ ما زيادة المقدار الجبرى :  $٣ س - ٥ س + ٢$  عن مجموع المقدارين الجبريين :

$$١ + ٥ س - ٢ س ، ٢ س - ٤ س - ٢ س ؟$$

٥ ما نقص :  $٢٢ - ٨ - ٣$  عن مجموع  $٢٣ - ٣ - ٨$  ،  $٢٢ - ٤ - ٨$  ؟

٦ اختصر إلى أبسط صورة :  $٤ س (٥ + س) + (٦ - س)$

ثم أوجد القيمة العددية للمقدار عندما :  $١ = س$



### تمرين عام

٧ إذا كان :  $٣ = س$  ،  $٢ + س = ب$  ،  $٢ = ح - س$  ،

احسب القيمة العددية للمقدار :  $٤ ب - ح$  عندما  $س = ٠$

٨ اختصر إلى أبسط صورة :  $\frac{١٧ + ١٧ \times ٢ - ٢(١٧)}{١٧}$

٩ أوجد ناتج كل مما يأتي بإخراج العامل المشترك الأعلى :

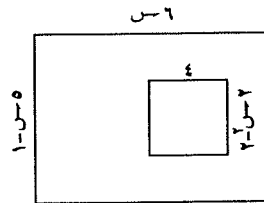
$$(١) ١٥ \times ١٩ - ٨ \times ١٩ + ١٧ \times ١٩$$

$$(٢) ٤٨ \times ٥٣ + ٤٨ \times ٧ + ٢(٤٨)$$

١٠ أوجد ناتج المقدار :  $١٩٩ \times ٢٠١$  مستخدماً الفرق بين مربعين.

١١ أوجد المقدار الجبرى الذى يعبر عن

مساحة الجزء المظلل من الشكل المقابل.

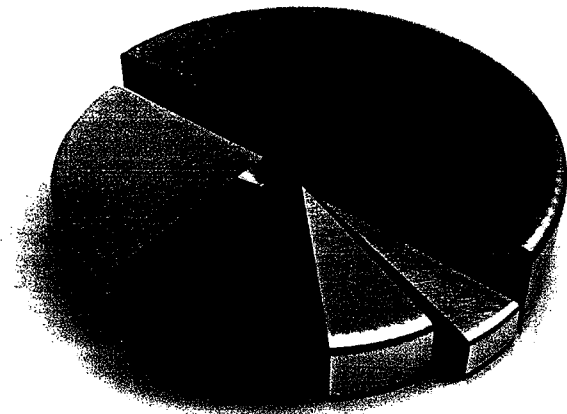


### قريباً بالمكتبات

المحاصر

فى الرياضيات  
و اللغة الإنجليزية

المراجعة النهائية  
ونماذج الامتحانات



# الدرس 1

## قراءة البيانات وتمثيلها بيانياً

• يُسهم علم الإحصاء في دراسة الظواهر المختلفة من خلال تنظيم البيانات المتجمعة حول هذه الظاهرة وعرضها. مما يساعد على قراءة هذه البيانات وتفسيرها واستخلاص الحقائق والمعلومات المتعلقة بهذه الظاهرة. ويتم عرض هذه البيانات عن طريق :

- ١ العرض الجدولي : وهو تصنيف البيانات في صورة جداول تسهل استخراج المعلومات وتحليلها.
  - ٢ العرض البياني : وفيه تستخدم الرسوم لعرض البيانات بما يعطى فكرة سريعة عن الظاهرة التي ندرسها.
- ومن طرق العرض البياني التي سندرسها : الأعمدة البيانية ، الخط المنكسر ، القطاعات الدائرية.

### أولاً الأعمدة البيانية

#### مثال ١

عدد الممارسين للأنشطة				العام
٢٠١٤	٢٠١٣	٢٠١٢	٢٠١١	التشاطر
٩٥٠	٨٠٠	٦٠٠	٥٠٠	كرة قدم
٨٠٠	٥٥٠	٥٠٠	٤٥٠	كرة يد
٧٥٠	٧٠٠	٤٠٠	٣٠٠	كرة سلة
٧٠٠	٦٠٠	٣٠٠	٤٠٠	كرة طائرة

- ١ العام الذي شهد أكبر عدد من ممارسي كرة القدم.
- ٢ العام الذي شهد أقل عدد من ممارسي الكرة الطائرة.
- ٣ الفرق بين عدد ممارسي كرة اليد وكرة السلة عام ٢٠١٣

## الإحصاء

- قراءة البيانات وتمثيلها بيانياً.
- الأعمدة البيانية.
  - الخط البياني المنكسر.
  - القطاعات الدائرية.

### الدرس الأول

#### المذوال.

### الدرس الثاني

#### الوسيط.

### الدرس الثالث

#### الوسط الحسابي.

### الدرس الرابع

تمارين عام  
من الكتاب المدرسي  
في نهاية الوحدة



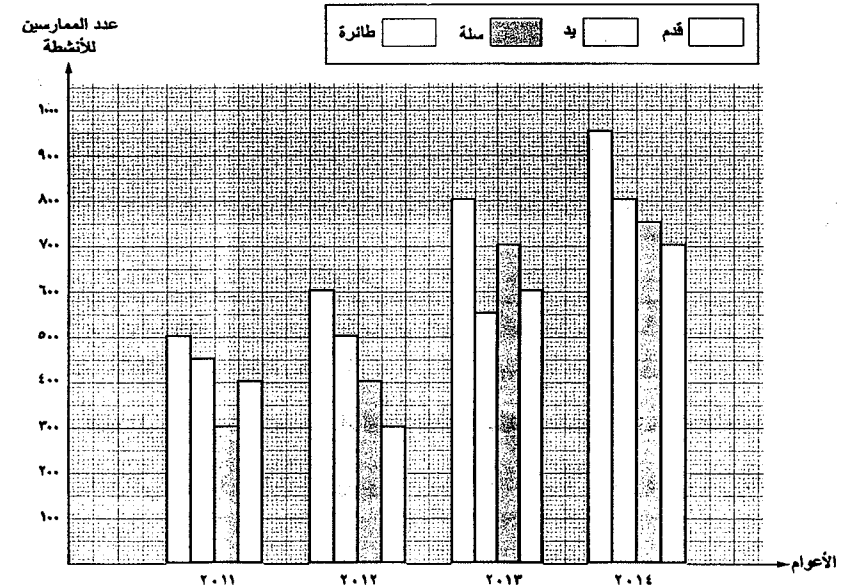
فريدريك جاوس  
(١٨٥٥ / ١٧٧٧ م)

### فريدريك جاوس :

عالم ألماني من أهم العلماء الذين طوروا أساليب ونظريات وتطبيقات علم الإحصاء.

الحل

لتمثيل هذه البيانات بالأعمدة البيانية فإننا نرسم محورين متعامدين : الأفقى يمثل الأعوام والرأسى يمثل عدد الممارسين للأنشطة، وكل نوع من أنواع الأنشطة يمثل بعمود ويكون له مفتاح لقراءته ، الشكل التالى يوضح ذلك :



• من خلال الرسم البيانى نجد أن :

- ١ العام الذى شهد أكبر عدد من ممارسى كرة القدم هو ٢٠١٤
- ٢ العام الذى شهد أقل عدد من ممارسى الكرة الطائرة هو ٢٠١٢
- ٣ الفرق بين عدد ممارسى كرة اليد وكرة السلة عام ٢٠١٣ = ٧٠ - ٥٥ = ١٥

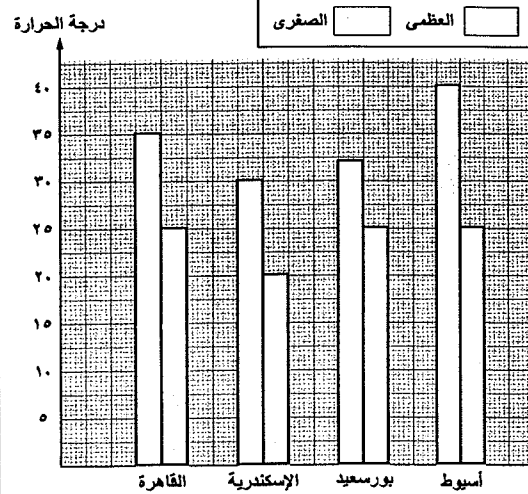
• لاحظ أنه يمكن استنتاج العديد من المعلومات الأخرى منها :

- تزايد عدد ممارسى كرة القدم على مدار الأعوام الأربعة.
- تزايد عدد الممارسين للأنشطة الرياضية بصفة عامة.

نشاط

يمكنك استخدام برنامج Excel فى رسم الأعمدة البيانية  
(انظر أنشطة الحاسب الآلى فى نهاية الكتاب)

حاول بنفسك



الشكل المقابل يوضح درجات الحرارة العظمى والصغرى فى بعض محافظات مصر فى أحد الأيام.

بالاستعانة بالشكل أكمل ما يأتى :

١ أكبر درجة حرارة عظمى

هى .....

فى محافظة .....

٢ أصغر درجة حرارة صغرى

هى .....

فى محافظة .....

٣ الفرق بين درجتى الحرارة العظمى فى القاهرة والإسكندرية .....

٤ الفرق بين درجتى الحرارة العظمى والصغرى فى محافظة أسيوط .....

٥ درجة الحرارة الصغرى متساوية فى كل من ..... ، ..... ، .....

ثانيًا الخط البيانى المنكسر

مثال ٢

الجدول التالى يمثل أرباح إحدى الشركات بالآلاف جنيه فى خمسة أعوام من ٢٠١١ حتى ٢٠١٥ :

العام	٢٠١١	٢٠١٢	٢٠١٣	٢٠١٤	٢٠١٥
الأرباح بالآلاف جنيه	٤١٥٠	٤٤٠٠	٤٢٥٠	٤٣٠٠	٤٦٠٠

أولاً : مثل هذه البيانات باستخدام الخط البيانى المنكسر.

ثانيًا : أكمل كلاً مما يأتى باستخدام (تزايدت أ، تناقصت) :

١ الأرباح ..... من عام ٢٠١١ حتى عام ٢٠١٢

٢ الأرباح ..... من عام ٢٠١٢ حتى عام ٢٠١٣

٣ الأرباح ..... من عام ٢٠١٤ حتى عام ٢٠١٥

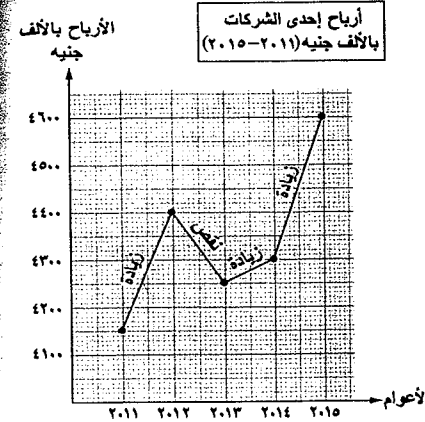
الحل

أولاً: الشكل المقابل يوضح التمثيل البياني بالخط المنكسر حيث المحور الأفقي يمثل الأعوام والمحور الرأسى يمثل الأرباح بالآلاف جنيه (مع ملاحظة أنه ليس ضرورياً أن يبدأ مقياس المحور الرأسى من الصفر).

ثانياً: ١- تزايدت.

٢- تناقصت.

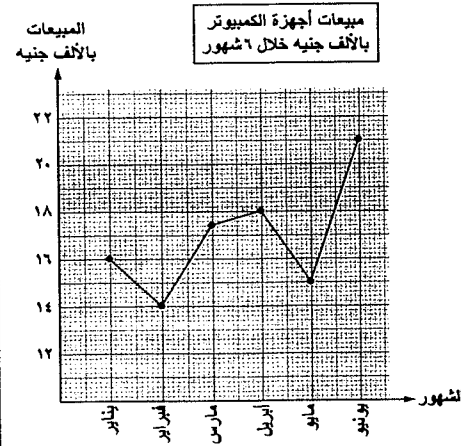
٣- تزايدت.



حاول بنفسك

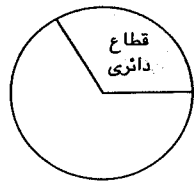
الشكل المقابل يمثل مبيعات أجهزة الكمبيوتر فى إحدى الشركات خلال ٦ شهور متتالية بالآلاف جنيه.

باستخدام الشكل ضع علامة (✓) أمام العبارة الصحيحة، وعلامة (X) أمام العبارة غير الصحيحة :



- ١- كانت أقل المبيعات فى شهر مايو. ( )
- ٢- تناقصت المبيعات من شهر يناير إلى شهر فبراير. ( )
- ٣- تزايدت المبيعات من شهر مارس إلى شهر أبريل. ( )
- ٤- تناقصت المبيعات من شهر يناير حتى شهر يونيو. ( )

ثالثاً القطاعات الدائرية



• القطاع الدائرى هو جزء من سطح دائرة محصور بين نصفى قطرين وقوس فيها ، والقطاعات الدائرية إحدى وسائل تمثيل البيانات ومقارنتها .

• لتمثيل البيانات بالقطاعات الدائرية ، نحتاج لحساب قياس الزاوية

المركزية لكل قطاع دائرى وذلك بضرب نسبة التكرار بالنسبة للعدد الكلى فى ٣٦٠° كما بالمثال التالى :

مثال ٣

عند سؤال تلاميذ أحد الفصول عن أنواع البرامج التليفزيونية المحببة إليهم حصلنا على النتائج المقابلة.

نوع البرنامج	ثقافى	رياضى	موسيقى	إخبارى
عدد التلاميذ	٢٧	١٥	١٢	٦

مثل البيانات السابقة بالقطاعات الدائرية.

الحل

أولاً: نوجد عدد تلاميذ الفصل فنجد أنه = ٦٠ تلميذاً

ثانياً: نوجد قياس الزاوية المركزية للقطاع الدائرى كالتالى :

$$\text{قياس الزاوية المركزية للقطاع الدائرى} = \frac{\text{عدد التلاميذ الذين يفضلون نوع البرنامج}}{\text{العدد الكلى للتلاميذ}} \times 360^\circ$$

وعلى هذا فإن : قياس الزاوية المركزية للقطاع

$$\text{الدائرى الثقافى} = 360^\circ \times \frac{27}{60} = 162^\circ$$

، الرياضى = ٩٠° ، الموسيقى = ٧٢° ، الإخبارى = ٣٦°

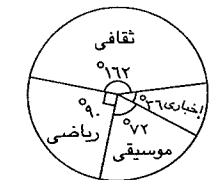
ثالثاً: طريقة الرسم :

• نرسم دائرة بطول نصف قطر مناسب.

• نرسم نصف قطر فى الدائرة ثم نرسم الزوايا المركزية

التي حصلنا عليها فى الجدول السابق.

• نضع البيانات على الرسم ، مع وضع عنوان مناسب للشكل.



البرامج التليفزيونية المحببة لدى تلاميذ أحد الفصول

# تمارين 15

أسئلة كتاب الوزارة

على قراءة البيانات وتمثيلها بيانياً

مثال ٤

أسرة إيرادها الشهري ١٢٠٠ جنيه ، تنفق منها ٤٠٪ في المسكن ، ٢٥٪ في الماكل ، ٢٠٪ في متطلبات أخرى وتوفر الباقي. مثل هذه البيانات بالقطاعات الدائرية. وأوجد قيمة ما توفره هذه الأسرة شهرياً.

الحل

• النسبة المئوية لما توفره الأسرة

$$100\% - [40\% + 25\% + 20\%] = 15\%$$

• والجدول التالي يوضح النسب المئوية السابقة.

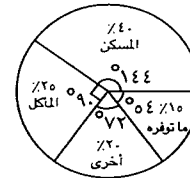
النسبة المئوية	المسكن	الماكل	متطلبات أخرى	ما توفره
	٤٠٪	٢٥٪	٢٠٪	١٥٪

• نحسب قياس الزاوية المركزية لكل قطاع بضرب كل نسبة  $\times 360^\circ$

\* قياس الزاوية المركزية للقطاع الدائري للمسكن

$$= \frac{40}{100} \times 360 = 144^\circ \text{ وهكذا :}$$

\* الماكل =  $90^\circ$  ، متطلبات أخرى =  $72^\circ$  ، ما توفره =  $54^\circ$



توزيع الإيراد الشهري لأسرة

• وما توفره الأسرة =  $\frac{15}{100} \times 1200 = 180$  جنيهاً

حاول بنفسك

الجدول المقابل يبين توزيع تلاميذ إحدى المدارس

الإعدادية تبعاً للصفوف الدراسية الثلاثة.

مثل تلك البيانات بالقطاعات الدائرية.

الصف	الأول	الثاني	الثالث
عدد التلاميذ	٤٥	٤٠	٣٥

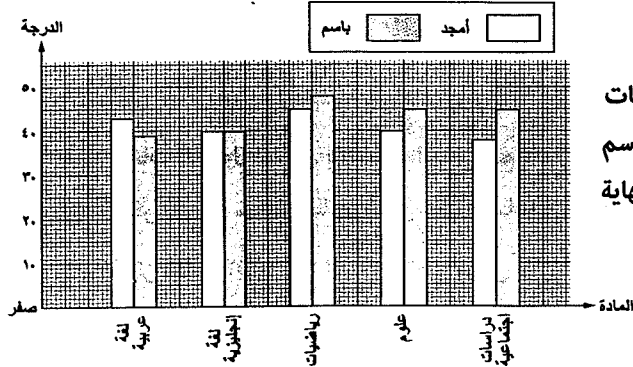
أولاً الأعمدة البيانية

١ الشكل المقابل يوضح الدرجات

التي حصل عليها أمجد وباسم في بعض المواد المختلفة في نهاية العام.

بالاستعانة بالشكل

أكمل ما يأتي :



(١) حصل أمجد على أكبر درجة في مادة ..... ، وباسم في مادة .....

(٢) حصل الاثنان على نفس الدرجة في مادة .....

(٣) يتفوق أمجد على باسم في مادة .....

(٤) الفرق بين درجتى أمجد وباسم في العلوم .....

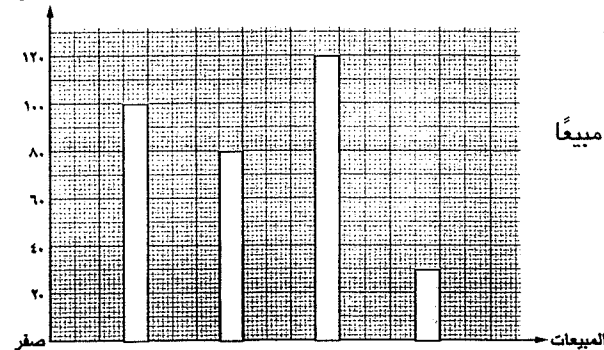
(٥) حصل باسم على أكثر من ٤٠ درجة في كل من ..... ، ..... ، .....

٢ الشكل البياني يوضح أعداد أقلام الحبر ، أقلام الرصاص ، المساطر ، المحايات المبيعة في إحدى

المكتبات في أسبوع. الأسماء غير موضحة على الرسم. أقلام الحبر هي الأكثر مبيعاً ، المحايات

هي الأقل مبيعاً ، عدد أقلام الرصاص أكثر من عدد المساطر المبيعة.

مبيعات المكتبة في أسبوع



(١) كم عدد أقلام الرصاص

المبيعة ؟

(٢) رتب المبيعات من الأقل مبيعاً

إلى الأكثر مبيعاً.

٣ الجدول التالي يوضح عدد ساعات المذاكرة لكل من سامح وماجد خلال ٦ أيام :

الاسم \ الأيام	السبت	الأحد	الاثنين	الثلاثاء	الأربعاء	الخميس
سامح	٧	٤	٥	٦	٧	٣
ماجد	٦	٥	٥	٧	٦	٤

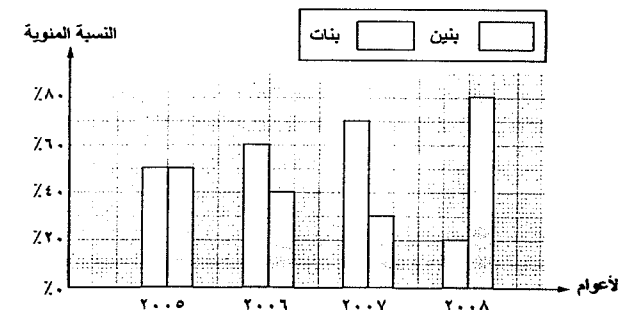
مثّل بيانات الجدول السابق بالأعمدة البيانية ثم أكمل ما يأتي :

- (١) ذاكر كل من سامح وماجد نفس عدد الساعات في يوم .....
- (٢) ذاكر سامح نفس عدد الساعات في يومى ..... ، .....
- (٣) أقل عدد ساعات ذاكرها ماجد في يوم .....
- (٤) الفرق بين عدد ساعات مذاكرة سامح وماجد يوم الأحد هو .....
- (٥) الأيام التى فيها عدد ساعات مذاكرة ماجد أقل من ٦ هى ..... ، ..... ، .....

٤ الأعمدة البيانية التالية تمثل النسبة المئوية لالتحاق البنين في مقابل النسبة المئوية لالتحاق

البنات في منظمة قومية للشباب ، الجدول يمثل الأعداد الإجمالية للملتحقين في السنوات الأخيرة فكم عدد البنات اللاتي التحقن بمنظمة الشباب في عام ٢٠٠٧ ؟

السنوات	٢٠٠٥	٢٠٠٦	٢٠٠٧	٢٠٠٨
العدد الكلى	٥٠٠	١٠٠٠	٢٠٠٠	٤٠٠٠



٥ يوضح الجدول المقابل النسبة المئوية

لدرجات أحمد في امتحان نهاية العام في خمس مواد دراسية من عام ٢٠٠٤ حتى ٢٠٠٧

أولاً : ارسم الأعمدة البيانية التي توضح درجات أحمد في الامتحان موضحاً عليها :

(١) محوراً أفقياً لأربع مجموعات بخمسة ألوان مختلفة للأعمدة التي عرض كل منها ٠,٥ سم

(ب) محوراً رأسياً بمقياس رسم ١ سم = ١٠٪

(ج) عنواناً معبراً عن الرسم.

النسبة المئوية (%) لامتحانات العام	المواد	٢٠٠٤	٢٠٠٥	٢٠٠٦	٢٠٠٧
٦٤	رياضيات	٦٦	٤٦	٦٦	٧٢
٧٤	كيمياء	٦٥	٦٥	٥٩	٦٤
٥٨	فيزياء	٦١	٦١	٤٨	٦٥
٥٩	أحياء	٥٨	٥٨	٦٧	٦٦
٦٧	لغة إنجليزية	٦٥	٦٥	٧٣	٧١

ثانياً : ضع المسطرة أفقياً على الرسم البياني عند خط ٥٥٪ وسجل أى المواد الدراسية وفي أى عام كانت درجات أحمد أقل من ٥٥٪

ثالثاً : استعن بالرسم البياني واكتب جملتين صحيحتين وجملّة واحدة غير صحيحة.

ثانياً الخط البياني المنكسر

٦ الشكل المقابل يوضح ما وفره أيمن بالجنيه

خلال خمسة شهور.

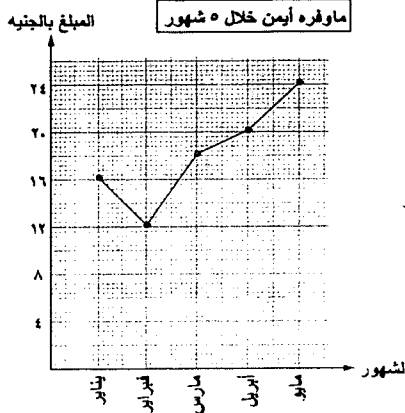
بالاستعانة بالشكل المقابل أكمل ما يأتي :

(١) تناقص ما وفره أيمن خلال الفترة من شهر ..... إلى شهر .....

(٢) أقل مبلغ وفره أيمن بلغ ..... جنيهاً في شهر .....

(٣) الفرق بين أكبر مبلغ وفره أيمن وأقل مبلغ وفره بلغ ..... جنيهاً.

(٤) مجموع ما وفره أيمن في الشهور الخمسة ..... جنيهاً.



٧ الجدول التالي يبين درجات أمل في امتحان الرياضيات في خمسة شهور :

الشهر	سبتمبر	أكتوبر	نوفمبر	ديسمبر	يناير
الدرجة	٣٠	٤٠	٣٥	٤٢	٥٠

ارسم ما سبق بالخط البياني المنكسر موضحاً عليه عنواناً مناسباً ثم أكمل ما يأتي :

- (١) أقل درجات أمل كانت في شهر .....
- (٢) انخفض مستوى أمل في شهر ..... عنه في شهر .....
- (٣) حصلت أمل على أعلى درجاتها في شهر .....
- (٤) الفرق بين درجة أمل في شهر ديسمبر وأكتوبر .....

٨ البيانات في الجدول الآتي تبين جملة أعداد الدجاج مقدرة بالآلاف التي أصيبت بمرض إنفلونزا

الطيور في إحدى مزارع الدواجن خلال خمسة شهور متتالية :

الشهر	يناير	فبراير	مارس	أبريل	مايو
عدد الطيور المصابة مقدرة بالآلاف	١٥	١٣	١٢	١٠	٣

مثّل بيانياً بخط منكسر بيانات الجدول السابق.

ماذا تستنتج من الشكل ؟

٩ الجدول التالي يبين عدد ساعات المذاكرة لكل من سامي وسمير خلال أسبوع :

اليوم	السبت	الأحد	الاثنين	الثلاثاء	الأربعاء	الخميس	الجمعة
سامي	٤	٥	٦	٣	٢	٤	١
سمير	٣	٥	٤	٥	٥	٦	٣

مثّل هذه البيانات بالخط المنكسر.

١٠ يوضح الجدول المقابل

المساحات المزروعة محاصيل  
نيلية من عام ٢٠٠٢ إلى عام  
٢٠٠٦ بالآلاف فدان.

احسب جملة المساحات المزروعة  
محاصيل نيلية وارسم خطأً بيانياً  
منكسراً موضحاً عليه عنواناً مناسباً  
ثم أكمل باستخدام (تزايدت أو  
تناقصت) للتعبير عن المحاصيل  
النيلية :

النوع	العام	٢٠٠٢	٢٠٠٣	٢٠٠٤	٢٠٠٥	٢٠٠٦
أرز	=	=	=	=	=	=
ذرة رفيعة	٧	٨	٨	٨	٩	٤
ذرة شامية	٢٨١	٣٠٧	٣٠٧	٣٠٧	٢٧٧	٢٤٦
بطاطس	٤٨	٤٥	٦٠	٤٦	٣٩	٣٩
خُضَر (١)	١٧٩	١٨٣	١٦٧	١٦٤	١٧٨	١٧٨
أخرى (٢)	٩١	٨٧	٩٨	١٠٩	١١٩	١١٩
الجملة						

(=) أقل من ألف فدان  
(١) تشمل بصل (٢) تشمل الذرة الصفراء

- (١) المساحة المزروعة ..... من عام ٢٠٠٢ إلى عام ٢٠٠٣
- (٢) المساحة المزروعة ..... من عام ٢٠٠٣ إلى عام ٢٠٠٤
- (٣) المساحة المزروعة ..... من عام ٢٠٠٤ إلى عام ٢٠٠٥
- (٤) المساحة المزروعة ..... من عام ٢٠٠٥ إلى عام ٢٠٠٦

ثالثاً القطاعات الدائرية

١١ الشكل المقابل يمثل النسبة المئوية للمواد المفضلة لتلاميذ الصف الأول بإحدى المدارس

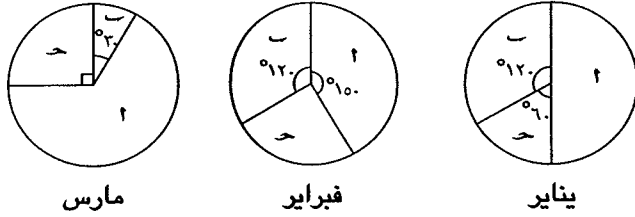
الإعدادية. بالاستعانة بالشكل أجب عما يأتي :



- (١) ما نسبة التلاميذ الذين يفضلون اللغة الإنجليزية ؟
- (٢) ما نسبة التلاميذ الذين يفضلون الرياضيات ؟
- (٣) ما المادة التي يفضلها أكبر عدد من التلاميذ ؟
- (٤) ما قياس الزاوية المركزية للقطاع الذي يمثل من يفضلون اللغة العربية ؟



١٧ يُنتج أحد مصانع السيارات ١٢٠٠ سيارة شهرياً من ثلاث طرازات مختلفة ١، ٢، ٣، ح، القطاعات الدائرية التالية تمثل إنتاجه في ثلاثة شهور مختلفة :



(١) ارسم الأعمدة البيانية التي توضح عدد السيارات المنتجة من كل طراز.

واذكر الطراز الأكثر إنتاجاً خلال الثلاثة شهور.

(٢) ارسم خطأً بيانياً منكسراً بثلاثة ألوان مختلفة يوضح أعداد السيارات المنتجة من كل طراز شهرياً.

١٢ الجدول التالي يوضح النسبة المئوية للأنشطة الرياضية المفضلة لتلاميذ إحدى المدارس :

النشاط الرياضي	كرة قدم	كرة يد	كرة سلة	سباحة
النسبة المئوية	٤٠٪	٢٠٪	١٠٪	٣٠٪

(١) مثل تلك البيانات بالقطاعات الدائرية.

(٢) إذا كان عدد تلاميذ المدرسة ٩٠٠ تلميذ. فكم عدد التلاميذ الذين يفضلون كرة السلة ؟ « ٩٠ »

١٣ أسرة إيرادها الشهري ٨٠٠ جنيه، تنفق منها ٣٠٪ في المسكن، ٣٥٪ في المأكل، ١٥٪ في متطلبات أخرى وتوفر الباقي. مثل هذه البيانات بالقطاعات الدائرية. ثم أوجد المبلغ الذي توفره الأسرة.

١٤ الجدول التالي يوضح عدد ساعات المذاكرة الأسبوعية لسامي في المواد المختلفة :

المادة	لغة عربية	لغة إنجليزية	رياضيات	علوم	دراسات اجتماعية
عدد ساعات المذاكرة	١٠	٧	٩	٨	٦

مثل هذه البيانات بالقطاعات الدائرية.

١٥ الجدول التالي يوضح عدد السائحين الذين زاروا إحدى البلاد بالآلاف خلال عام :

الجنسية	أمريكيون	عرب	أوروبيون	جنسيات أخرى
عدد السائحين بالآلاف	٢٩٨	١٧٠٣	٦١٢٠	٤٨٧

مثل هذه البيانات بالقطاعات الدائرية.

١٦ الشكل البياني المقابل يمثل

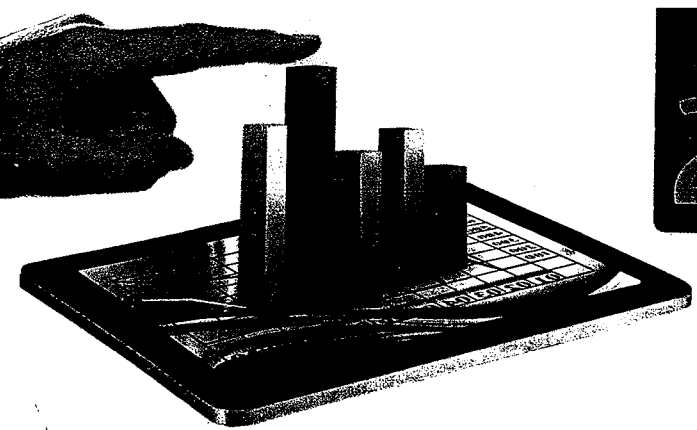
مبيعات السيارات لإحدى

الشركات خلال أربعة شهور :

مثل هذه البيانات بالقطاعات

الدائرية.





## المنوال

### مقدمة

سوف نتعرض في الدروس القادمة من هذه الوحدة إلى نوع مهم من المقاييس الإحصائية وهو ما يُسمى بمقاييس النزعة المركزية (المتوسطات) ، وكل مقياس منها هو قيمة عددية تتمركز حولها مجموعة البيانات وهي تعطى وصفاً مختصراً للظاهرة موضوع الدراسة ، وفي الدروس القادمة سنتناول ثلاثة من هذه المقاييس وهي :

١ المنوال ٢ الوسيط ٣ الوسط الحسابي.

### المنوال

#### تعريف

المنوال لمجموعة من القيم هو القيمة الأكثر شيوعاً في هذه القيم أو هو القيمة التي تتكرر أكثر من غيرها.

#### مثال ١

أوجد المنوال لكل مما يأتي :

١ ٥ ، ٨ ، ٧ ، ٥ ، ٦ ، ٨ ، ٥

٢ ٢٢ ، ٢ ، ٧ ، ٧ ، ٢٢ ، ٧

#### الحل

١ القيمة الأكثر شيوعاً (تكراراً) هي ٥ : إذن المنوال = ٥

٢ القيمة الأكثر شيوعاً (تكراراً) هي ٧ : إذن المنوال = ٧

#### مثال ٢

الجدول التالي يوضح درجات ٣٠ تلميذاً في أحد الاختبارات :

الدرجة	٥	٦	٧	٨	٩	١٠
عدد التلاميذ (التكرار)	٣	٥	٧	٩	٤	٢

١ مثل البيانات السابقة بالأعمدة البيانية. ٢ أوجد المنوال للدرجات.

#### الحل

• من الرسم نجد أن المنوال = ٨ وهي

الدرجة التي حصل عليها أكبر عدد من التلاميذ.

• لاحظ أنه يمكن إيجاد المنوال من الجدول

مباشرة فبالنظر للجدول نجد أن أكبر عدد

من التلاميذ حصلوا على إحدى الدرجات

عندهم ٩ تلاميذ وحصلوا على الدرجة ٨

فيكون المنوال للدرجات هو ٨

#### مثال ٣

أمامك جدول يمثل متوسط درجات الحرارة خلال

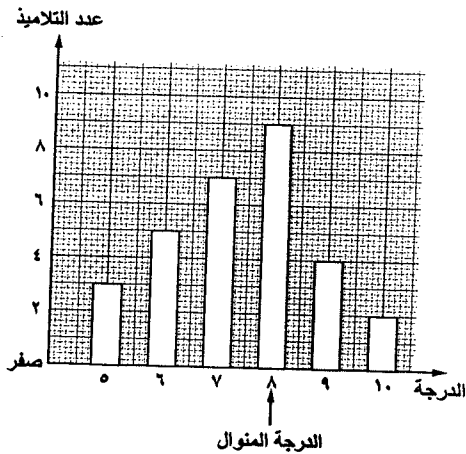
شهر سبتمبر (٣٠ يوماً) في إحدى محافظات مصر.

باستخدام هذا الجدول وبالعلامات الإحصائية كوّن

جدولاً تكرارياً ، وأوجد منه المنوال للدرجات.

٢٤	٢٨	٢٩	٢٨	٢٧	٢٦
٢٦	٢٨	٢٩	٢٧	٢٦	٢٥
٢٧	٢٨	٢٧	٢٧	٢٧	٢٧
٢٣	٢٤	٢٧	٢٨	٢٧	٢٦
٢٥	٢٦	٢٧	٢٩	٢٦	٢٤

الجدول المقابل يسمى جدولاً تكرارياً بسيطاً



## تمارين 16

أسئلة كتاب الوزارة

على المنوال

الحل

١ أكمل كلاً مما يأتي :

(١) المنوال لمجموعة من القيم هو .....

(٢) المنوال للقيم : ٦ ، ٥ ، ٧ ، ٦ هو .....

(٣) المنوال للقيم : ٢ ، ٣ ، ٨ ، ٢ ، ٩ هو .....

(٤) المنوال للقيم : ٣ ، ٦ ، ١٠ ، ١٣ ، ١٩ ، ١٩ ، ٢١ هو .....

(٥) المنوال للقيم : ٥ ، ٣٣ ، ٥ ، ٣٣ ، ٣ ، ٥ هو .....

(٦) المنوال للقيم : ٨ ، ١١ ، ٥ ، ٨ ، ٤ ، ٥ ، ٤ ، ١١ ، ٤ هو .....

(٧) إذا كان المنوال للقيم : ٤ ، ٤ ، ٣ ، ٥ ، ٣ ، ٣ فإن : ٤ = .....

(٨) إذا كان المنوال للأعداد :  $\frac{1}{3}$  ،  $\frac{1}{5}$  ،  $\frac{1}{7}$  هو  $\frac{1}{s}$  فإن :  $s =$  .....(٩) إذا كان المنوال للقيم : ١٢ ، ٧ ، ٧ ، ١ ، ١٢ ، ٧ فإن :  $s =$  .....

(١٠) إذا كان المنوال للقيم : ٤ ، ٢ ، ٤ ، ١ ، ٤ ، ٣ ، ٤ ، ٢ ، ٤ ، ١٢ فإن : ٤ = .....

٢ فيما يلي الجدول التكراري لدرجات ٤٠ تلميذاً في أحد الاختبارات :

الدرجة	١٥	١٦	١٧	١٨	١٩	٢٠
عدد التلاميذ (التكرار)	٤	٥	٨	١٢	٧	٤

أوجد المنوال للدرجات.

٣ الجدول التكراري التالي يبين عدد ساعات المذاكرة لعدد ٣٠ تلميذاً خلال أسبوع :

عدد ساعات المذاكرة	٢٥	٢٦	٢٧	٢٨	٢٩	٣٠
عدد التلاميذ	٣	٥	١٢	٦	٣	١

أوجد المنوال لعدد ساعات المذاكرة.

درجة الحرارة	٢٣	٢٤	٢٥	٢٦	٢٧	٢٨	٢٩
العلامة الإحصائية	/	///	///	///	///	///	///
عدد الأيام (التكرار)	١	٣	٢	٦	١٠	٥	٣

من الجدول : المنوال للدرجات = ٢٧ « التي سجلت في أكبر عدد من الأيام ».

ملاحظتان

• المنوال لمجموعة من القيم قد لا يكون موجوداً.

فمثلاً : المنوال للقيم : ٢٥ ، ١٩ ، ٢٦ ، ٧ ، ١٠ ، ٣٢ ، ١٥ غير موجود

لأنه لا توجد قيمة بين هذه القيم تتكرر أكثر من غيرها.

• المنوال لمجموعة من القيم قد لا يكون وحيداً.

فمثلاً : لمجموعة القيم : ١٥ ، ١٠ ، ٢٤ ، ٧ ، ١٠ ، ٣١ ، ٧

توجد قيمتان تكررنا أكثر من غيرهما وهما : ١٠ ، ٧ (كل منهما تكررت مرتين)

حاول بنفسك

١ أكمل : المنوال للقيم ٦ ، ٨ ، ٨ ، ٥ ، ٦ ، ٨ هو .....

٢ فيما يلي الجدول التكراري لأعمار بعض الأصدقاء بالسنوات :

العمر	٩	١٠	١١	١٢	١٣
التكرار	٢	٣	٤	٣	١

أوجد المنوال.

٤ الجدول التكرارى التالى يوضح درجات الحرارة العظمى المسجلة في بعض العواصم العربية

في أحد الأيام :

درجة الحرارة	١٨	١٩	٢٠	٢١	٢٢	٢٣
عدد العواصم المسجلة فيها	٣	٢	٤	٦	٢	١

(١) مثل البيانات السابقة بالأعمدة البيانية. (٢) أوجد المنوال للدرجات.

٥ الجدول التكرارى التالى يوضح أوزان ٤٠ تلميذاً في المرحلة الابتدائية :

جدول أوزان تلاميذ المرحلة الابتدائية														التاريخ / / ٢٠٠٨				العينة ٤٠ تلميذاً								
الوزن بالكيلوجرام														٢٠	٢١	٢٢	٢٣	٢٤	٢٥	٢٦	٢٧	٢٨	٢٩	٣٠	٣١	٣٢
عدد التلاميذ														١	١	٢	٤	٤	٥	٨	٤	٤	٣	٢	١	١

(١) مثل البيانات السابقة بيانياً بالأعمدة.

(٢) وضع الوزن الأكثر تكراراً (المنوال) لتلاميذ المرحلة الابتدائية.

٦ بسؤال ٥٠ أسرة عن «عدد الأطفال في الأسرة» حصلنا على المعلومات التالية :

٤	٢	٣	١	٦	٠	٧	٦	٢	٦	٢	٠	١
٤	٢	٥	٠	١	٦	١	٤	٥	١	٨	٩	٣
٠	٧	٠	١	٥	٢	٤	٢	٤	١	٤	٣	٦
٤	٢	٤	٠	٨	٤	٣	٤	٣	٥	٣	٥	٦

(١) استخدم الجدول التالى والعلامات الإحصائية لإعداد جدول تكرارى لهذه البيانات.

عدد الأطفال فى الأسرة الواحدة التاريخ :    /    /    ٢٠٠٨ العينة ٥٠ أسرة										
عدد الأطفال	٠	١	٢	٣	٤	٥	٦	٧	٨	٩
العلامة الإحصائية										
التكرار										

(٢) أوجد المنوال لعدد الأطفال في الأسرة الواحدة.

٧ باستطلاع آراء ٤٠ تلميذاً عن عدد الكتب التى قرأوها خلال عام وجدنا ما يلى :

٦	٩	٦	٣	٤	١	٨	٣
٣	٤	٧	٦	٣	٣	٤	٢
٢	١٠	٥	٢	٤	٢	٥	٧
٤	٧	٤	٢	٥	٣	٤	٨
٣	٣	٤	٧	٤	٦	١	٤

باستخدام هذا الجدول وبالعلامات الإحصائية كون جدولاً تكرارياً، وأوجد منه المنوال لعدد الكتب.

للمتفوقين

٨ الجدول التالى يوضح درجات صف في اختبار للرياضيات من ١٠ درجات :

الدرجة	٥	٦	٧	٨	٩	١٠
التكرار	٤	٨	١٠	٦	٣	٢

(١) كم عدد التلاميذ الذين حصل كل منهم على درجة أكبر من المنوال ؟

(٢) كم عدد التلاميذ الذين حصل كل منهم على درجة أقل من المنوال ؟



١ اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة :

(١) الوسيط لمجموعة القيم : ٤ ، ٨ ، ٣ هو .....

(أ) ٨ (ب) ٤ (ج) ٥ (د) ٣

(٢) الوسيط للقيم : ٦ ، ٥ ، ٩ ، ٨ هو .....

(أ) ٥ (ب) ٦ (ج) ٧ (د)  $7\frac{1}{2}$

(٣) الوسيط للقيم : ٨ ، ١٧ ، ٤ ، ٦ ، ١٠ هو .....

(أ) ١١ (ب) ١٠ (ج) ٨ (د) ٦

(٤) الوسيط لمجموعة القيم : ٣ ، ٧ ، ٢ ، ٩ ، ٥ ، ١١ هو .....

(أ) ٥ (ب) ٦ (ج) ٧ (د) ١٢

(٥) الوسيط لمجموعة الدرجات : ٢٥ ، ٣٢ ، ٢٨ ، ٤٠ ، ٥٠ ، ٥٨ ، ٥٠ هو .....

(أ) ٤٠ (ب) ٤٥ (ج) ٥٠ (د) ٥٨

(٦) الوسيط للأعداد : ٢ ، ٥ ، ٥ ، ٦ ، ٧ ، ٩ ، ١١ ، ١٤ ، ١٦ ، ٢١ هو .....

(أ) ٧ (ب) ٨ (ج) ٩ (د) ١٦

(٧) ترتيب الوسيط للقيم : ٦ ، ٢ ، ٥ ، ٤ ، ١ هو .....

(أ) ١ (ب) ٢ (ج) ٣ (د) ٤

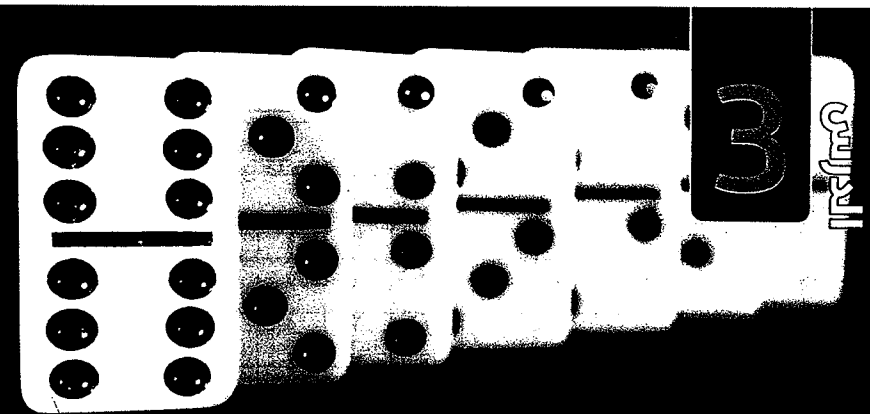
(٨) إذا كان ترتيب الوسيط لعدد من القيم المرتبة هو الثالث فإن عدد هذه القيم هو .....

(أ) ٣ (ب) ٤ (ج) ٥ (د) ٦

٢ (١) اكتب الأعداد التالية في ترتيب تصاعدي ثم أوجد الوسيط :

٢، ٩ ، ٢، ٣ ، ١، ٦ ، ٩، ١ ، ٢، ٨ ، ٠، ٧ ، ٨، ١ ، ٧، ٣ ، ٦، ٢ ،

٥، ٣ ، ١٢، ٢ ، ٤، ٣ ، ٨، ٥

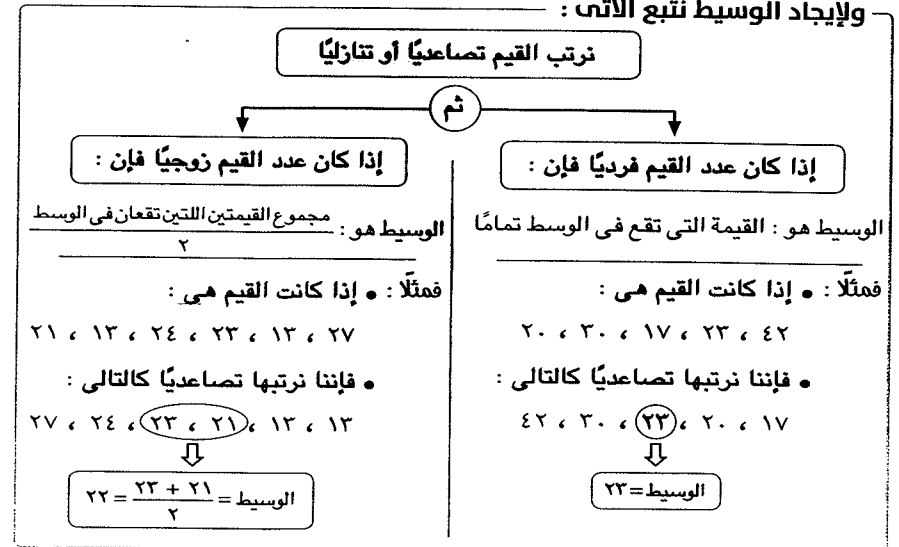


## الوسيط

### تعريف

الوسيط لمجموعة من القيم هو القيمة التي تقسم هذه المجموعة إلى قسمين متساويين من حيث العدد بحيث يكون عدد القيم الأكبر من قيمة الوسيط مساويًا لعدد القيم الأصغر منها.

ولإيجاد الوسيط نتبع الآتي :



### حاول بنفسك

١ أوجد الوسيط للقيم : ٥ ، ١١ ، ٧ ، ١٤ ، ١٠

٢ أوجد الوسيط للقيم : ٢ ، ٦ ، ١ ، ٨ ، ٤ ، ١٠

(٢) اكتب الأعداد التالية في ترتيب تنازلي ثم أوجد الوسيط :

١٧,٩ ، ٧,٤ ، ٢٥,٧ ، ٨,٩ ، ١٦,٦ ، ٣,٨ ، ١٠,٣ ، ٣٢,٣ ،  
١٦,٣ ، ٢٠,٣ ، ٠,٥ ، ١٣,٧

(٣) يوضح الجدول درجات ٤ طلاب في مواد الرياضيات والكيمياء والفيزياء والأحياء والتاريخ :

	الرياضيات	الكيمياء	الفيزياء	الأحياء	التاريخ
أحمد	١٥	٦	٣	٨	١١
هنا	٨	٧	٥	٩	١٣
محمود	١٢	١٣	٩	١٠	٧
ثرثيا	١٠	٨	٩	١٢	١٤

(١) رتب درجات كل طالب على حدة.

(٢) اكتب الدرجة الوسيط لكل طالب.

(٤) الجدول التالي يوضح عدد ساعات المذاكرة اليومية لصديقتين في الصف الأول الإعدادي

خلال أسبوع :

سالي	٢	٢	٤,٥	٧	٣,٥	٥	٤
بسمة	٤	٣	٦	٢	٥	٣	٤,٥

أوجد عدد ساعات المذاكرة الوسيط لكل منهما على حدة.

(٥) يوضح الجدول التالي عدد ساعات التدريب الشهرية لبطلين رياضيين في ألعاب القوى

خلال هذا العام :

جمال	٧٥	٧٢	٦٨	٤٦	٥٧	٦٦	٦٣	٧٠	٥٨	٣٠	٤٨	٥٣
بيومي	٦٢	٦٤	٥٤	٥٢	٦٣	٦٨	٥٦	٦٥	٧٠	٥٠	٤٩	٥٧

حدد عدد الساعات الوسيط لتدريب كل منهما.

(٦) الجدول المقابل يوضح أطوال

مجموعة من ٢٠ تلميذاً

بالصف الأول الإعدادي بالسنتيمتر :

أوجد الطول الوسيط.

١٢٠	١١٦	١٢١	١٢٨
١٣١	١٢٣	١٢٤	١٢٢
١٢٦	١٢٧	١١٨	١٢٥
١٣٥	١٢٨	١٣٣	١٢٠
١١٧	١٣٣	١٣٥	١٣٤

(٧) جدول التوزيع التكراري يوضح عدد الأهداف التي سجلت في عدة مباريات لكرة القدم

ف نجد أن : في مباراتين سجلت ٥ أهداف في كل منهما.

في ٧ مباريات سجلت ٦ أهداف في كل منها.

في ٦ مباريات سجلت ٧ أهداف في كل منها.

الأهداف	٥	٦	٧	٨	٩	١٠	١١	١٢
التكرار	٢	٧	٦	٤	٤	٣	٢	١

إذا كان عدد المباريات ٢٩ :

(١) اكتب عدد الأهداف الوسيط.

(٢) اكتب عدد الأهداف المنوال.

للمتفوقين

(٨) أكمل ما يأتي :

(١) إذا كان : ٢ ، ٢ س ، ٧ ثلاث قيم بحيث : ٢ > ٢ س > ٧

وكان الوسيط لهذه القيم = ٤ فإن : س = .....

(٢) إذا كان : ٥ ، س ، ٩ ، ١٠ أربع قيم بحيث : ٥ > س > ٩ > ١٠

وكان الوسيط لهذه القيم يساوي ٨ فإن : س = .....

(٣) إذا كان الوسيط للقيم : س + ٥ ، س + ٣ ، س + ٨ هو ٨ فإن : س = .....

(٤) إذا كان الوسيط للقيم : ١ - ٢ ، ١ + ٢ ، ٢ - ٢ ، ٢ + ٢ ، ٢ - ٢ ، ٢ + ٢ هو ٦

فإن : ٢ = .....



### مثال ٣

إذا كان الوسط الحسابي للقيم: ١٢، ٢، ١١، ٢، ١١، ٢، ١٢ هو ١٣  
فأوجد قيمة ٢

### الحل

بما أن الوسط الحسابي =  $\frac{\text{مجموع القيم}}{\text{عدد هذه القيم}}$

$$\text{إذن: } ١٣ = \frac{١٢ + (٢ - ١١) + (٢ - ١٢) + (٢ + ١) + (١٢)}{٥}$$

$$\text{إذن: } ١٣ = \frac{١٥ + ٢٥}{٥} \quad \text{إذن: } ١٣ = \frac{(٢ + ١) \cdot ٥}{٥}$$

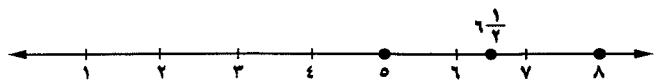
$$\text{إذن: } ١٣ = ٢ + ١ \quad \text{ومنها } ١٠ = ٢$$

### مثال ٤

أوجد الوسط الحسابي للعددين ٥، ٨ ومثل الثلاثة أعداد على خط الأعداد. ماذا تلاحظ ؟

### الحل

$$\text{الوسط الحسابي} = \frac{٨ + ٥}{٢} = ٦\frac{١}{٢}$$



نلاحظ أن: العدد  $٦\frac{١}{٢}$  يقع في منتصف المسافة بين ٥، ٨

### وصفة عامة :

العدد الذي يقع في منتصف المسافة بين عددين هو العدد الذي يمثل الوسط الحسابي لهذين العددين.

### حاول بنفسك

١ أوجد الوسط الحسابي للقيم: ٣، ٨، ١١، ٤، ٩

٢ إذا كان الوسط الحسابي للقيم: ٢، ٣، ٥، ٧، ٤ فأوجد قيمة ٤

## الوسط الحسابي

### تعريف

الوسط الحسابي لمجموعة من القيم =  $\frac{\text{مجموع هذه القيم}}{\text{عدد هذه القيم}}$

### مثال ١

إذا كانت درجات ستة طلاب في أحد الاختبارات هي: ٢٥، ١٦، ٤٧، ٢٨، ٤٥، ٤٩  
فاحسب الوسط الحسابي لهذه الدرجات.

### الحل

$$\text{الوسط الحسابي} = \frac{\text{مجموع الدرجات}}{\text{عدد الطلاب}} = \frac{٢٥ + ١٦ + ٤٧ + ٢٨ + ٤٥ + ٤٩}{٦} = \frac{٢١٠}{٦} = ٣٥ \text{ درجة.}$$

ونلاحظ أنه :

إذا حصل كل طالب على ٣٥ درجة فإن مجموع هذه الدرجات هو نفس مجموع درجاتهم الأصلية.

### مثال ٢

إذا كان الوسط الحسابي للقيم: ٥، ٧، ٩، ٦ فأوجد قيمة ٩

### الحل

$$\text{بما أن الوسط الحسابي} = \frac{\text{مجموع القيم}}{\text{عدد هذه القيم}} \quad \text{إذن: } ٦ = \frac{٩ + ٧ + ٥ + ٩}{٤}$$

$$\text{إذن: } ٦ = \frac{٢١ + ٩}{٤} \quad \text{أي أن: } ٢ = ٩$$

## ١ اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة :

(١) الوسط الحسابي للقيم : ٥ ، ١٢ ، ٦ ، ١٧ هو .....

(أ) ٤ (ب) ٥ (ج) ٦ (د) ١٠

(٢) الوسط الحسابي للأعداد : ٢ ، ٥ ، ٨ ، ٩ ، ١٤ ، ٢٨ هو .....

(أ) ٦ (ب) ٨ (ج) ٩ (د) ١١

(٣) الوسط الحسابي للقيم : ٣ ، صفر ، ٤ ، ٦ ، ٧ هو .....

(أ) ٤ (ب) ٥ (ج) ٦ (د) ٧

(٤) الوسط الحسابي لمجموعة القيم : ٢ - ٩ ، ٤ ، ١ ، ٥ ، ٣ + ٩ هو .....

(أ) ١ (ب) ٢ (ج) ٣ (د) ١٥

(٥) الوسط الحسابي للقيم : س + ص ، ٩ - ص ، - س هو .....

(أ) ٣ (ب) ٩ (ج) ٢ (د) صفر

(٦) الوسط الحسابي للقيم : س ، س - ص ، ص - س هو .....

(أ) س - ص (ب)  $\frac{ص}{٢}$  (ج)  $\frac{س}{٢}$  (د)  $\frac{س}{٣}$

(٧) إذا كان الوسط الحسابي للأعداد : ٩ ، ٤ ، ٥ ، س هو ٥ فإن : س = .....

(أ) ٢ (ب) ٣ (ج) ٤ (د) ٥

(٨) إذا كان الوسط الحسابي للقيم : ٣ ، ٤ ، ٨ ، ٩ ، ٢ + ٩ هو ١٥ فإن : ٩ = .....

(أ) ٢٩ (ب) ٥٨ (ج) ٧٥ (د) ١٧

(٩) إذا كان الوسط الحسابي للقيم : س - ١ ، س ، س + ١ هو ٦ فإن : س = .....

(أ) ١٨ (ب) ٩ (ج) ١٥ (د) ٦

(١٠) إذا كان الوسط الحسابي لدرجات خمسة طلاب هو ٢٠

فإن مجموع درجاتهم يساوي ..... درجة.

(أ) ٤ (ب) ١٥ (ج) ٢٥ (د) ١٠٠

(١١) إذا كان الوسط الحسابي لعمرى حنان وسمام ٧ سنوات ، وكان عمر حنان ٨ سنوات فإن عمر وسمام ..... سنوات.

(أ) ٦ (ب) ٧ (ج) ٨ (د) ١٥

(١٢) إذا كان الوسط الحسابي لأطوال أضلاع مثلث يساوي ٨ فإن محيط المثلث = .....

(أ) ٨ سم (ب) ١٨ سم (ج) ٢٤ سم (د) ١٥ سم

(١٣) إذا كانت أطوال خمسة تلاميذ بالصف الأول الإعدادي بالسنتيمتر هي :

١٢٤ ، ١٣٠ ، ١٢٢ ، ١٢٦ ، ١٢٨ احسب الوسط الحسابي لهذه الأطوال.

(١٤) إذا كان عدد الأهداف التي سجلها الزمالك في ٦ مباريات هو :

٣ ، ٢ ، صفر ، ٦ ، ١ ، ٦ احسب الوسط الحسابي لعدد هذه الأهداف.

(١٥) يوضح الجدول التالي عدد ساعات التدريب الشهرية لبطلين رياضيين في ألعاب القوى خلال هذا العام :

جمال	٧٥	٧٢	٦٨	٤٦	٥٧	٦٦	٦٣	٧٠	٥٨	٣٠	٤٨	٥٣
بيومي	٦٢	٦٤	٥٤	٥٢	٦٣	٦٨	٥٦	٦٥	٧٠	٥٠	٤٩	٥٧

(١) احسب الوسط الحسابي لعدد ساعات تدريب جمال.

(٢) احسب الوسط الحسابي لعدد ساعات تدريب بيومي.

(١٦) يوضح الجدول درجات ٤ طلاب في مواد الرياضيات والكيمياء والفيزياء والأحياء والتاريخ :

	الرياضيات	الكيمياء	الفيزياء	الأحياء	التاريخ
أحمد	١٥	٦	٣	٨	١١
هناء	٨	٧	٥	٩	١٣
أشرف	١٢	١٣	٩	١٠	٧
فاتن	١٠	٨	٩	١٢	١٤

(١) احسب الوسط الحسابي لدرجات كل طالب.

(٢) احسب الوسط الحسابي لدرجات الرياضيات.

(٣) ما المادة صاحبة أعلى وسط حسابي للدرجات ؟

(١٧) أوجد العدد النسبي الذي يقع في منتصف المسافة بين العددين في كل مما يأتي :

(١)  $\frac{٢}{٣}$  ،  $\frac{١}{٣}$  (٢)  $\frac{٢}{٥}$  - ،  $\frac{١}{٥}$  - (٣)  $\frac{١}{٣}$  ، ٢



على الوحدة الثالثة من الكتاب المدرسي



أولاً أسئلة الإكمال

أكمل كلاً مما يأتي :

(١) المتوال لمجموعة القيم : ١٤ ، ١١ ، ١٢ ، ١١ ، ١٤ ، ١٥ ، ١١ هو .....

(٢) إذا كان المتوال للقيم : ١٥ ، ٩ ، س + ١ ، ٩ ، ١٥ هو ٩ فإن : س = .....

(٣) الوسط الحسابي للقيم : ١٨ ، ٣٥ ، ٢٤ ، ٦ يساوي .....

(٤) إذا كان الوسط الحسابي للأعداد : ٣ ، ٣ ، س يساوي ٤ فإن : س = .....

(٥) إذا كان الوسط الحسابي للقيم : ٩ ، ٦ ، ٥ ، ١٤ ، ل هو ٧ فإن : ل = .....

(٦) إذا كان مجموع خمسة أعداد يساوي ٣٠ فإن الوسط الحسابي لهذه الأعداد هو .....

ثانياً أسئلة الاختيار من متعدد

اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة :

(١) الوسط الحسابي لمجموعة القيم : ١٩ ، ٣٢ ، ٢٧ ، ٦ ، ٦ هو .....

(١) ٩٠ (ب) ٣٢ (ج) ١٨ (د) ٦

(٢) الوسيط لمجموعة القيم : ١٥ ، ٢٢ ، ٩ ، ١١ ، ٢٢ هو .....

(١) ٩ (ب) ١٥ (ج) ١٨ (د) ٩٠

(٣) الوسيط لمجموعة القيم : ٣٤ ، ٢٣ ، ٢٥ ، ٤٠ ، ٢٢ ، ٤ هو .....

(١) ٢٢ (ب) ٢٣ (ج) ٢٤ (د) ٢٥

(٤) إذا كان الوسط الحسابي لستة قيم هو ١٢ فإن مجموع هذه القيم يساوي .....

(١) ٢ (ب) ٦ (ج) ١٨ (د) ٧٢

(٥) إذا كان الوسط الحسابي للقيم : ٢٧ ، ٨ ، ١٦ ، ٢٤ ، ٦ ، ل هو ١٤ فإن : ل = .....

(١) ٢ (ب) ٦ (ج) ٢٧ (د) ٨٤

٧ سجل أشرف عدد الدقائق التي استغرقتها الحافلة في الذهاب إلى المدرسة لمدة ٣ أسابيع :

١٥ ١٧ ١٦ ١٧ ١٥ ١٣ ٢٢ ١٤ ٢٥ ١٧ ١٦ ١٨ ١٥ ١٩

(١) أوجد عدد الدقائق الوسيط.

(٢) أوجد عدد الدقائق المتوال.

(٣) أوجد الوسط الحسابي لعدد الدقائق.

٨ الجدول التالي يوضح عدد ساعات المذاكرة اليومية لكل من محمود ومحمد خلال أسبوع :

محمود	٧	٥	٨	٩	٨	٦	٤
محمد	٨	٩	٧	٩	٩	٥	٥

(١) أوجد الوسط الحسابي لعدد ساعات المذاكرة لكل من محمود ومحمد.

(٢) عيّن عدد الساعات الوسيط لكل منهما.

(٣) عيّن المتوال لعدد ساعات المذاكرة لمحمد.

للمتفوقين

٩ إذا كان الوسط الحسابي لدرجات يوسف في ٣ اختبارات لمادة ما هو ١٦ درجة ، والوسط

الحسابي لدرجتي اختبارين تالين في نفس المادة هو ١٨ درجة فما هو الوسط الحسابي

لدرجاته في الاختبارات الخمسة ؟ «١٦,٨ درجة»

١٠ إذا كان الوسط الحسابي لدرجات مجدى خلال ٤ اختبارات هو ١٦ درجة فما هي الدرجة

التي يجب على مجدى الحصول عليها في الاختبار الخامس ليكون متوسطه عن الاختبارات

كلها ١٨ درجة ؟ «٢٦ درجة»

١١ الجدول الآتي يبين توزيع درجات ٣٠ طالباً بأحد الاختبارات :

الدرجة	٦	٩	١٢	١٥	١٧	المجموع
عدد الطلاب	٤	٧	٨	٥	٦	٣٠

أوجد الوسط الحسابي لهذه الدرجات.

«١٢ درجة»



٢ الجدول التالي يبين أعداد التليفزيونات الملونة المنتجة بأحد المصانع من عام ٢٠٠٨ إلى عام ٢٠١١ :

الاعوام	٢٠٠٨	٢٠٠٩	٢٠١٠	٢٠١١
تليفزيون ١٤ بوصة	٢٠٠٠	٢٥٠٠	٢٢٠٠	٢٠٠٠
تليفزيون ٢١ بوصة	٢٠٠٠	٢٠٠٠	٢٠٠٠	٢٠٠٠
تليفزيون ٢٩ بوصة	١٢٠٠	١٢٥٠	١٤٠٠	١٥٠٠
تليفزيون ٣٢ بوصة	١٠٠٠	٨٠٠	١٠٠٠	١٢٠٠

أكمل ما يأتي :

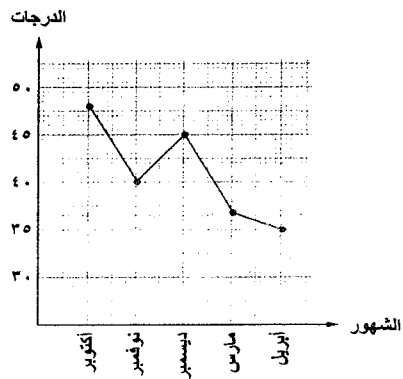
(١) المنتج الذي تتزايد أعداداه كل سنة عن السنة السابقة لها هو .....

(٢) المنتج الذي تتناقص أعداداه كل سنة عن السنة السابقة لها هو .....

(٣) المنتج الذي أعداداه ثابتة خلال السنوات الأربعة هو .....

(٤) النسبة المئوية للزيادة في عدد تليفزيونات ٣٢ بوصة من عام ٢٠١٠ إلى عام ٢٠١١

تساوي % .....



٣ الشكل المقابل يمثل درجات أحد التلاميذ في امتحان مادة الرياضيات خلال خمسة شهور دراسية.

(١) أوجد الفرق بين أكبر درجة وأقل

درجة حصل عليها هذا التلميذ.

(٢) إذا كانت النهاية العظمى للامتحان

هي ٥٠ درجة فأوجد النسبة المئوية

لهذا التلميذ في شهر مارس.

(٦) إذا كان ترتيب الوسيط لمجموعة قيم مرتبة هو الرابع فإن عدد هذه القيم يساوي .....

(١) ٢ (ب) ٥ (ج) ٧ (د) ٩

(٧) إذا كان ترتيب الوسيط لمجموعة من القيم المرتبة هو الخامس فإن عدد هذه القيم يساوي .....

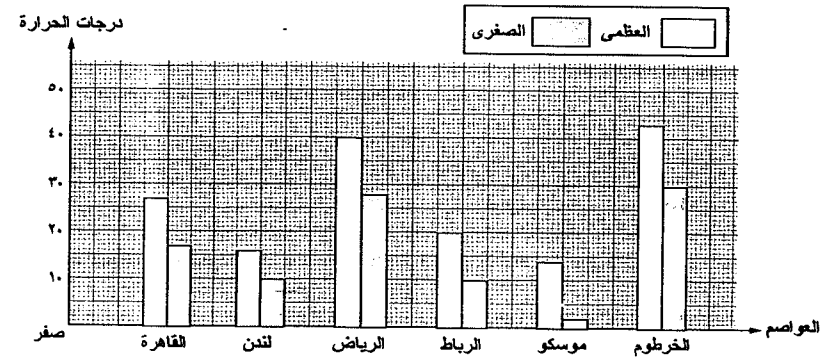
(١) ٥ (ب) ٦ (ج) ٩ (د) ١٠

(٨) إذا كان الوسيط لمجموعة القيم : ٢٧ ، ٤٥ ، ١٩ ، ٢٤ ، ٢٨ هو س فإن س = .....

(١) ٢٤ (ب) ٢٧ (ج) ٢٨ (د) ٤٥

### ثالثاً الأسئلة المقالية

١ إذا كانت درجات الحرارة العظمى والصغرى في نهاية شهر أبريل لبعض العواصم العربية والعالمية موضحة كما في الشكل البياني التالي :



أكمل ما يأتي :

(١) أكبر درجة حرارة عظمى هي ..... في العاصمة .....

(٢) الفرق بين درجتى الحرارة العظمى والصغرى في الخرطوم يساوي .....

(٣) الفرق بين درجتى الحرارة العظمى في الرياض وموسكو يساوي .....

(٤) درجة الحرارة الصغرى متساوية في كل من ..... ، .....

(٥) متوسط درجتى الحرارة العظمى في الخرطوم والقاهرة يساوي .....

٤

الجدول التالي يبين المساحات المزروعة محاصيل نيلية من عام ٢٠٠١ إلى عام ٢٠٠٥

بالألف فدان :

الأعوام	٢٠٠١	٢٠٠٢	٢٠٠٣	٢٠٠٤	٢٠٠٥
المساحة المزروعة	٦٨٠٠	٦٤٠٠	٧٠٠٠	٦٩٠٠	٧٢٠٠

أولاً : مثل هذه البيانات باستخدام الخط المنكسر.

ثانياً : أكمل باستخدام (تزايدت أو تناقصت) للتعبير عن المحاصيل النيلية :

(١) المساحة المزروعة ..... من عام ٢٠٠١ إلى عام ٢٠٠٢

(٢) المساحة المزروعة ..... من عام ٢٠٠٢ إلى عام ٢٠٠٣

(٣) المساحة المزروعة ..... من عام ٢٠٠٣ إلى عام ٢٠٠٤

(٤) المساحة المزروعة ..... من عام ٢٠٠٤ إلى عام ٢٠٠٥

٥

الشكل المقابل يمثل النسبة المئوية لتوزيع الأنشطة الرياضية

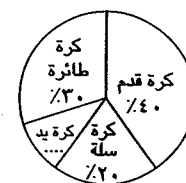
لتلاميذ إحدى المدارس البالغ عددهم ٩٦٠ تلميذاً.

أكمل ما يأتي :

(١) النسبة المئوية للتلاميذ المشتركين في كرة اليد = ..... %

(٢) عدد التلاميذ المشتركين في كرة القدم = ..... تلميذاً.

(٣) قياس الزاوية المركزية للتلاميذ المشتركين في الكرة الطائرة = ..... °



٦

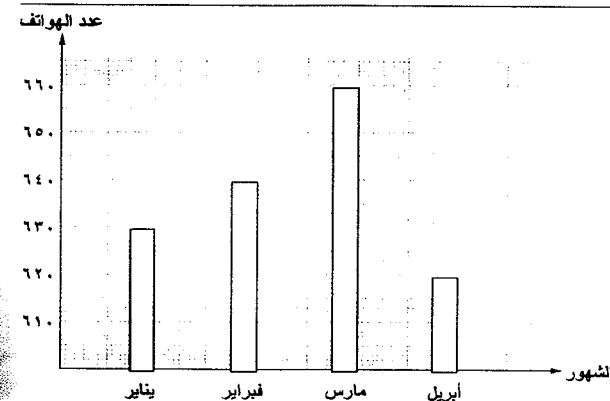
الشكل المقابل يمثل مبيعات

أجهزة الهواتف المحمولة

خلال أربعة شهور.

مثل هذه البيانات

بالقطاعات الدائرية.



٧ الجدول التالي يوضح عدد ساعات التدريب الشهرية لبطلين رياضيين في ألعاب القوى خلال هذا العام :

كمال	٦٣	٧٠	٥٨	٣٠	٤٨	٥٣	٧٥	٧٢	٦٨	٤٦	٥٧	٦٦
عامر	٦٨	٥٦	٦٥	٧٠	٥٠	٤٩	٥٧	٦٢	٦٤	٥٤	٥٢	٦٣

حدد عدد الساعات الوسيط لتدريب كل منهما.

٨

الجدول التالي يبين درجات أحد التلاميذ في مادة الرياضيات خلال عام دراسي :

الشهر	أكتوبر	نوفمبر	ديسمبر	مارس	أبريل	مايو
الدرجة	٣٠	٣٤	٤٢	٣٦	٣٨	٥٠

(١) أوجد الوسط الحسابي لدرجات هذا التلميذ.

(٢) أوجد الفرق بين أكبر وأقل درجة حصل عليها التلميذ.

٩

الجدول التالي يبين عدد ساعات النوم لكل من أحمد وعمرو خلال أسبوع :

الاسم / اليوم	السبت	الأحد	الاثنين	الثلاثاء	الأربعاء	الخميس	الجمعة
أحمد	٥	٧	٦	٩	٨	٦	٨
عمرو	٩	٨	٩	٨	٦	٩	٧

(١) مثل هذه البيانات بالخط البياني المنكسر.

(٢) أوجد الوسط الحسابي لعدد ساعات نوم أحمد وكذلك عمرو.

١٠

سجل التلاميذ الوقت بالدقائق الذي يستغرقه الأتوبيس للذهاب إلى المدرسة في ٣ أسابيع فكان

على النحو التالي :

١٨ ، ١٤ ، ١٧ ، ١٨ ، ١٥ ، ١٩ ، ١٣ ، ١٥ ، ٢٢ ، ١٦ ، ٢١ ، ٢٠ ، ١٣ ، ١٨

احسب كلاً من الوسط الحسابي والوسيط والمنوال لهذه الأوقات.

١١

إذا كان الوسط الحسابي لدرجات أحد التلاميذ في ٥ شهور دراسية في إحدى المواد ٣٦ درجة،

فما هي الدرجة التي يجب أن يحصل عليها هذا التلميذ في الشهر السادس ليكون متوسط

درجاته في الشهور الستة ٣٨ درجة ؟

١٢

تقدم أحد التلاميذ للاختبار في مواد الرياضيات والعلوم والدراسات فكان متوسط درجاته في

الثلاثة اختبارات هو ٤٠ درجة، ثم تقدم للاختبار في مادتي اللغة العربية واللغة الإنجليزية

فكان متوسط درجاته فيهما ٤٢,٥ درجة. كم يكون متوسط درجاته في الاختبارات الخمسة ؟



## مفاهيم ومهارات أساسية تراكمية

(١١) إذا كان :  $\frac{1}{4}$  ،  $\frac{2}{3}$  ،  $\frac{3}{4}$  ،  $\frac{4}{5}$  ،  $\frac{5}{6}$  ، ... فإن الحد التالي في هذا النمط هو .....

، الحد الذي ترتيبه ٥٠ في هذا النمط هو .....

(١٢) ١ ، ١ ، ٢ ، ٣ ، ٥ ، ٨ ، ..... (بنفس النمط)

٢ اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة :

(١) قيمة الرقم ٣ في العدد ١٤٣٢٠ هي .....

(١)  $\frac{3}{10}$  (ب)  $\frac{3}{100}$  (ج)  $\frac{3}{1000}$  (د)  $\frac{3}{10000}$

(٢) هانى أطول من جمال ٨ سم ، حسن أقصر من هانى ١٢ سم فإذا كان طول جمال

١٢٥ سم ، فإن طول حسن ..... سم

(١) ١٠٥ (ب) ١١٣ (ج) ١٢١ (د) ١٢٩

(٣) يصنع أحد الأفران ٨ فطائر باستخدام ٢ كجم زبدة ، ٣ كجم سكر ، ٤ كجم دقيق.

فكم فطيرة من نفس النوع يمكن صنعها إذا كان لديه ١٤ كجم زبدة ، ١٥ كجم سكر

، ١٦ كجم دقيق ؟

(١) ٣٢ (ب) ٤٠ (ج) ٤٤ (د) ٥٦

(٤) في الشكل المقابل يكون مجموع الأعداد في

كل صف وكل عمود وكل قطر متساوى فعند اكتمال الشكل

فأى الأعداد التالية لم يستخدم ؟

١٣		
	١٠	
٩		٧

(١) ٦ (ب) ٨ (ج) ١٢ (د) ١٥

(٥) نصف العدد  $\frac{1}{4}$  هو ٩٩ .....

(١)  $\frac{1}{4}$  (ب)  $\frac{2}{4}$  (ج)  $\frac{1}{4}$  (د)  $\frac{3}{4}$

## مفاهيم ومهارات أساسية تراكمية

١ أكمل ما يأتي :

(١) إذا كان ثلاثة أمثال عدد ما هو ٦ فإن ربع هذا العدد .....

(٢) إذا كانت :  $s \supseteq -$  ،  $-2 > 2$  ،  $2 > 2$  فإن مجموعة الحل = .....

(٣) أصغر عدد عوامله الأولية : ٢ ، ٥ ، ٧ هو .....

(٤) ثلاثة أعداد طبيعية متتالية أصغرها  $s - ١$  فإن مجموع الثلاثة أعداد = .....

(٥) عدنان زوجيان متتاليان أكبرهما  $(s + ٣)$  فإن أصغرها يساوى .....

(٦) عدد إذا أُضيف إلى ضعفه كان الناتج ١٢ فإن العدد يساوى .....

(٧) إذا كانت النسبة بين طول مستطيل وعرضه هي ٢ : ١

فإن النسبة بين طوله ومحيطه هي : .....

(٨) إذا كان ١٥ % من عدد ما يساوى ٣٠ فإن العدد يساوى .....

(٩) يوجد ٥٤ كيلو جرام من التفاح في صندوقين ، إذا كان الصندوق الثانى يزن

١٢ كيلو جرام أكثر من الصندوق الأول فإن عدد الكيلو جرامات من التفاح في كل

صندوق يساوى .....

(١٠) قيمة  $s$  التى تجعل العددين :  $s$  ،  $s + ٤١$  عددين أوليين هي .....

(٦) أى مما يأتى هو الأقرب إلى  ${}^2(٩) + {}^2(١١)$  ؟

- (أ)  $٢٠ + ٢٠$  (ب)  $٨٠ + ٢٠$  (ج)  $٢٠ + ١٢٠$  (د)  $٨٠ + ١٢٠$

(٧) إذا كان :  $٤$  يمثل عدداً سالباً فأى من الآتى يمثل عدداً موجباً ؟

- (أ)  $٤$  (ب)  $٤$  (ج)  $٢$  (د)  $\frac{٤}{٢}$

(٨) إذا كان الصوت ينتقل فى الهواء بسرعة ٣٣٠ متر فى الثانية تقريباً.

استغرق صوت انفجار ٢٨ ثانية ليصل إلى شخص ما.

أى مما يأتى هو أقرب تقدير لبُعد ذلك الشخص عن مكان الانفجار ؟

- (أ) ١٢٠٠٠ م (ب) ٩٠٠٠ م (ج) ٨٠٠٠ م (د) ٦٠٠٠ م

(٩) ربع العدد  $٢٠٤$  يساوى .....

- (أ)  $٥٤$  (ب)  $١٠٤$  (ج)  $١٩٤$  (د)  $١٠٢$

(١٠) أصغر الكسور الآتية هو .....

- (أ)  $\frac{١}{٢}$  (ب)  $\frac{٢}{٤}$  (ج)  $\frac{٥}{٨}$  (د)  $\frac{٧}{١٦}$

(١١) أى القيم الآتية هو أفضل تقدير لنتاج عملية  $\frac{٢,٧ \times ٣٢}{١٤,٧}$  ؟

- (أ) ٠,٦ (ب) ٣ (ج) ٦ (د) ٦٠

(١٢) العدد التالى فى النمط :  $\frac{١}{١٠٠٠}$  ،  $\frac{١}{١٠٠}$  ،  $\frac{١}{١٠}$  ، ... هو .....

- (أ) صفر (ب) ١ (ج) ١٠ (د) ١٠٠

## ثانياً الهندسة

### الوحدة الرابعة الهندسة والقياس

مفاهيم ومهارات أساسية تراكمية فى نهاية فرع الهندسة.

## مفاهيم هندسية - العلاقات بين الزوايا

### مفاهيم هندسية

#### ١ القطعة المستقيمة

هي مجموعة من النقط المكونة من نقطتين مختلفتين وجميع النقط الواقعة بينهما عند توصيل النقطتين باستخدام المسطرة.

• القطعة المستقيمة لها نهايتان ، ونرمز للقطعة المستقيمة بالرمز — الذي يُكتب فوق نهايتيها. والشكل المقابل يمثل القطعة المستقيمة التي نهايتاها  $A$  ،  $B$  ويرمز لها بالرمز  $\overline{AB}$  أو  $\overline{BA}$

• القطعة المستقيمة لها طول وهو العدد الذي يعبر عن البُعد بين طرفيها. وإذا كان طول القطعة المستقيمة التي طرفاها  $A$  ،  $B$  هو  $4$  سم فإننا نكتب : طول  $\overline{AB} = 4$  سم أو نكتب :  $AB = 4$  سم ،  $BA = 4$  سم

#### ٢ الخط المستقيم

• الخط المستقيم ليس له نقطة بداية وليس له نقطة نهاية ، ونرمز للخط المستقيم بالرمز  $\longleftrightarrow$  الذي يُكتب فوق أي نقطتين عليه ، حيث يشير السهمان إلى امتداده من جهتيه بلا حدود. والشكل المقابل يمثل الخط المستقيم المار بالنقطتين  $A$  ،  $B$  ويرمز له بالرمز  $\overleftrightarrow{AB}$  أو  $\overleftrightarrow{BA}$

• الخط المستقيم ممتد من جهتيه بلا حدود وبالتالي لا يتحدد له طول.

• أي نقطتين مختلفتين يمر بهما مستقيم واحد.

## الهندسة والقياس

مفاهيم هندسية - العلاقات بين الزوايا.

تابع العلاقات بين الزوايا.

التطابق.

تطابق المثلثات.

التوازي.

إنشاءات هندسية.

الدرس الأول

الدرس الثاني

الدرس الثالث

الدرس الرابع

الدرس الخامس

الدرس السادس

تمارين عام  
من الكتاب المدرسي  
في نهاية الوحدة



إقليدس  
(٣٢٥ - ٢٦٥ ق.م)

#### إقليدس :

إقليدس عالم رياضى يونانى عاش فى مدينة الإسكندرية ويعتبر رائد علم الهندسة وله بعض المبادئ التى ذكرت على اسمه ومنها « ما قدم بدون دليل يمكن رفضه بدون دليل » ومن التعاريف التى وضعها ،

\* النقطة هى ما لا يكون لها جزء. \* المستقيم هو طول ليس له عرض. ومن مسلماته :

\* المستقيم يمكن أن يرسم من نقطة إلى نقطة أخرى.

\* القطعة المستقيمة المحدودة يمكن أن تمتد إلى خط مستقيم.

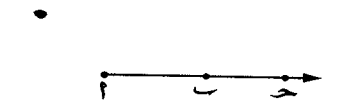
\* كل الزوايا القائمة يساوى بعضها بعضاً.



أنواع الزوايا

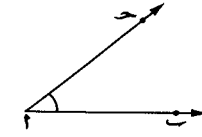
تنقسم الزوايا بحسب قياساتها إلى عدة أنواع هي :

① زاوية صفرية



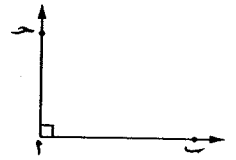
قياسها =  $0^\circ$  حيث ينطبق ضلعاها.

② زاوية حادة



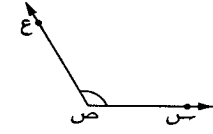
قياسها أكبر من  $0^\circ$  وأقل من  $90^\circ$   
(أى أن :  $0^\circ < \text{قياس الزاوية الحادة} < 90^\circ$ )

③ زاوية قائمة



قياسها =  $90^\circ$

④ زاوية منفرجة



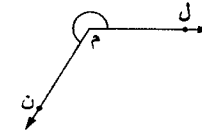
قياسها أكبر من  $90^\circ$  وأقل من  $180^\circ$   
(أى أن :  $90^\circ < \text{قياس الزاوية المنفرجة} < 180^\circ$ )

⑤ زاوية مستقيمة



قياسها =  $180^\circ$   
ويكون ضلعاها على استقامة واحدة.

⑥ زاوية منعكسة



قياسها أكبر من  $180^\circ$  وأقل من  $360^\circ$   
(أى أن :  $180^\circ < \text{قياس الزاوية المنعكسة} < 360^\circ$ )

ملاحظة

في الشكل المقابل :

$$\angle (د ا ح) + \angle (د ا ب) = \text{المنعكسة} = 360^\circ$$

$$\text{فمثلاً : إذا كان : } \angle (د ا ح) = 130^\circ$$

$$\text{فإن : } \angle (د ا ب) = \text{المنعكسة} = 360^\circ - 130^\circ$$

$$= 230^\circ$$

مثال ١

اذكر أنواع الزوايا التي قياس كل منها :

١ ٣٢	٢ ٩٠	٣ ١١٠	٤ ١٨٠
٥ ٢٥٠	٦ ١٧٩	٧ ١٨٠	٨ ١٥٩

الحل

١ حادة.	٢ قائمة.	٣ منفرجة.	٤ مستقيمة.
٥ منعكسة.	٦ مستقيمة.	٧ منعكسة.	٨ منفرجة.

حاول بنفسك

أكمل الجدولين التاليين :

١	٤٥	١٨٠	٢٠٠	١٥٠	٩٠	٩٤	١٩٦
نوعها	.....	.....	.....	.....	.....	.....	.....

٢	١٣٥	٥٨	٨٠	١٠٠	١١٠	٥٢	١٩٦
نوعها	.....	.....	.....	.....	.....	.....	.....



## بعض العلاقات والمصطلحات الخاصة بالزوايا

### الزاويتان المتجاورتان

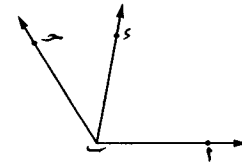
يُقال لزاويتين إنهما متجاورتان إذا اشتركتا في رأس و ضلع وكان الضلعان الآخران في جهتين مختلفتين من الضلع المشترك.

فمثلاً : في الشكل المقابل :

د أ ب ، د ب ح متجاورتان لأنهما مشتركتان في :

الرأس ب ، الضلع ب د

، الضلعان أ ب ، ب ح في اتجاهين مختلفين من الضلع المشترك ب د



### ملاحظتان

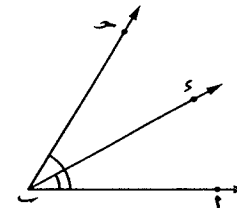
١ في الشكل المقابل :

د أ ب ، د ب ح

غير متجاورتين لأن الضلعين

ب د ، ب ح في نفس الجهة

من الضلع المشترك ب د



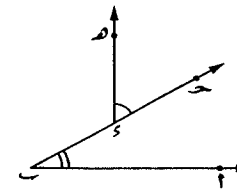
٢ في الشكل المقابل :

د أ ب ح ، د ح د

غير متجاورتين لأنهما غير مشتركتين

في الرأس وهما أيضاً غير مشتركتين

في ضلع.



### الزاويتان المتتامتان

هما زاويتان مجموع قياسيهما  $90^\circ$

فمثلاً : زاويتان قياسهما  $55^\circ$  ،  $35^\circ$  تسميان زاويتين متتامتين لأن :  $90^\circ = 35^\circ + 55^\circ$

### ملاحظتان

١ الزاويتان المتتامتان إما أن تكونا زاويتين حادتين أو إحداهما صفرية والأخرى قائمة.

٢ متمات الزاوية الواحدة (أو الزوايا المتساوية في القياس) تكون متساوية في القياس.

أي أنه : إذا كانت د ب تتمم د ب ، د ح تتمم د ب فإن :  $\angle (د ب) = \angle (د ح)$

### الزاويتان المتكاملتان

هما زاويتان مجموع قياسيهما  $180^\circ$

فمثلاً : زاويتان قياسهما  $143^\circ$  ،  $37^\circ$  تسميان زاويتين متكاملتين لأن :  $180^\circ = 37^\circ + 143^\circ$

### ملاحظتان

١ الزاويتان المتكاملتان إما أن تكون إحداهما منفرجة والأخرى حادة ، أو أن تكون كل

منهما قائمة أو أن تكون إحداهما صفرية والأخرى مستقيمة.

٢ مكملات الزاوية الواحدة (أو الزوايا المتساوية في القياس) تكون متساوية في القياس.

أي أنه : إذا كانت د ب تكمل د ب ، د ح تكمل د ب فإن :  $\angle (د ب) = \angle (د ح)$

### حاول بنفسك

أكمل الجدول التالي :

قياس الزاوية	$75^\circ$	.....	$90^\circ$	.....	صفر	.....
قياس متممتها	.....	$67^\circ$	.....	$32\frac{1}{2}^\circ$	.....	.....
قياس مكملتها	.....	$104^\circ$	.....	.....	.....	$110^\circ$

الزاويتان المتجاورتان المتكاملتان

الزاويتان المتجاورتان الحادثتان من تقاطع مستقيم وشعاع - نقطة بدايته تقع على هذا المستقيم - تكونان متكاملتين.

أى أنه : في الشكل المقابل :

إذا كان :  $\overleftrightarrow{AB} \cap \overleftrightarrow{CD} = \{H\}$

فإن :  $\angle (AHD) + \angle (DHB) = 180^\circ$  «زاوية مستقيمة»

فإذا كان :  $\angle (AHD) = 130^\circ$  فإن :  $\angle (DHB) = 180^\circ - 130^\circ = 50^\circ$

ملاحظة

إذا كانت :  $M \in \overleftrightarrow{AB}$

ورسم  $\overleftrightarrow{MC}$  ،  $\overleftrightarrow{MD}$  فى جهة واحدة من  $\overleftrightarrow{AB}$

فإن :  $\angle (AHD) + \angle (DHB) + \angle (BHM) + \angle (MDC) = 180^\circ$  المستقيمة

فمثلاً : في الشكل المقابل :

إذا كانت :  $M \in \overleftrightarrow{AB}$  ،  $\angle (AHD) = 30^\circ$

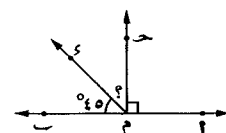
،  $\angle (BHM) = 100^\circ$

فإن :  $\angle (DHB) = 180^\circ - (100^\circ + 30^\circ) = 50^\circ$

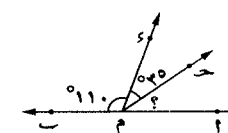
حاول بنفسك

فى كل من الأشكال التالية :

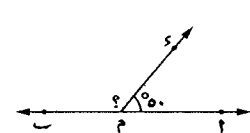
إذا كانت :  $M \in \overleftrightarrow{AB}$  فأوجد قياس الزاوية المشار إليها بالعلامة ( ؟ ) :



$\angle (DHB) = \dots\dots\dots^\circ$



$\angle (AHD) = \dots\dots\dots^\circ$



$\angle (DHB) = \dots\dots\dots^\circ$

الضلعان المتطرفان لزاويتين متجاورتين

إذا كانت الزاويتان المتجاورتان متكاملتين فإن ضلعيهما المتطرفين يكونان على استقامة واحدة.

فمثلاً : في الشكل المقابل :

إذا كان :  $\angle (AHD) = 50^\circ$  ،  $\angle (DHB) = 130^\circ$

فإن :  $\angle (AHD) + \angle (DHB) = 50^\circ + 130^\circ = 180^\circ$

$= 180^\circ$

إذن :  $M$  ح زاوية مستقيمة

إذن :  $\overleftrightarrow{AM}$  ،  $\overleftrightarrow{MB}$  على استقامة واحدة.

ملاحظتان

١ إذا كانت الزاويتان المتجاورتان غير متكاملتين فإن ضلعيهما المتطرفين لا يكونان على استقامة واحدة.

٢ فى الشكل المقابل :

إذا كان :  $\angle (AHD) = 30^\circ$  ،  $\angle (DHB) = 100^\circ$

فإن :  $\overleftrightarrow{AM}$  ،  $\overleftrightarrow{MB}$  على استقامة واحدة.

فمثلاً : في الشكل المقابل :

إذا كان :  $\angle (AHD) = 30^\circ$

،  $\angle (DHB) = 100^\circ$  ،  $\angle (BHM) = 40^\circ$

فإن :  $\angle (AHD) + \angle (DHB) + \angle (BHM) = 30^\circ + 100^\circ + 40^\circ = 170^\circ$

$= 180^\circ$

إذن :  $\overleftrightarrow{AM}$  ،  $\overleftrightarrow{MB}$  على استقامة واحدة.

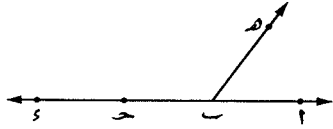
# تمارين 1

أسئلة كتاب الوزارة



## على المفاهيم الهندسية - العلاقات بين الزوايا

١ في الشكل المقابل :



النقط أ ، ب ، ح ، د تقع على مستقيم واحد

$$\{B\} = \overrightarrow{AB} \cap \overrightarrow{BC},$$

أكمل كلاً مما يأتي باستخدام أحد الرموز  $\exists$  ،  $\nexists$  ،  $\supset$  ،  $\not\supset$  :

$\overrightarrow{AB} \dots \overrightarrow{BC}$ (٣)	$\overrightarrow{AB} \dots \overrightarrow{CD}$ (٤)	$\overrightarrow{AB} \dots \overrightarrow{CD}$ (١)
$\overrightarrow{AB} \dots \overrightarrow{BC}$ (٦)	$\overrightarrow{AB} \dots \overrightarrow{CD}$ (٥)	$\overrightarrow{AB} \dots \overrightarrow{CD}$ (٤)
$\overrightarrow{AB} \dots \overrightarrow{CD}$ (٨)	$\overrightarrow{AB} \dots \overrightarrow{CD}$ (٧)	$\overrightarrow{AB} \dots \overrightarrow{CD}$ (٧)

٢ اذكر أنواع الزوايا التي قياس كل منها :

$200^\circ$ (٤)	$90^\circ$ (٣)	$117^\circ$ (٢)	$57^\circ$ (١)
$90 \frac{2}{5}$ (٨)	$179 \frac{6}{7}$ (٧)	$43 \frac{1}{4}$ (٦)	$180^\circ$ (٥)

٣ اكتب قياس الزاوية التي تتمم كلاً من الزوايا التي قياساتها كالتالي :

$22 \frac{1}{4}$ (٤)	$48$ (٣)	$60^\circ$ (٢)	$30^\circ$ (١)
$0^\circ$ (٨)	$25 \frac{4}{7}$ (٧)	$90^\circ$ (٦)	$53 \frac{1}{4}$ (٥)

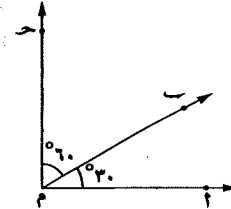
٤ اكتب قياس الزاوية التي تكمل كلاً من الزوايا التي قياساتها كالتالي :

$0^\circ$ (٤)	$102^\circ$ (٣)	$90^\circ$ (٢)	$20^\circ$ (١)
$141 \frac{2}{3}$ (٨)	$10$ (٧)	$180^\circ$ (٦)	$92 \frac{1}{4}$ (٥)

## ملاحظة

إذا كانت الزاويتان المتجاورتان متتامتين فإن ضلعيهما المتطرفين يكونان متعامدين.

فمثلاً : في الشكل المقابل :



إذا كان :  $\angle ABC = 30^\circ$  ،  $\angle CBD = 60^\circ$

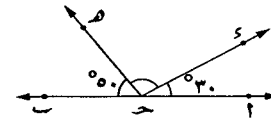
فإن :  $\angle ABC + \angle CBD = 30^\circ + 60^\circ = 90^\circ$

إذن :  $\angle ABC$  و  $\angle CBD$  زاوية قائمة

إذن :  $\overrightarrow{AB} \perp \overrightarrow{BC}$

## مثال ٢

في الشكل المقابل :



إذا كان :  $\angle ABC = 30^\circ$  ،  $\angle CBD = 50^\circ$

،  $\angle CDE = 2^\circ$  (د ح ح)

فانكر مع بيان السبب هل  $\overrightarrow{AB} \perp \overrightarrow{BC}$  ،  $\overrightarrow{BC} \perp \overrightarrow{CD}$  على استقامة واحدة أم لا.

## الحل

$\overrightarrow{AB} \perp \overrightarrow{BC}$  ،  $\overrightarrow{BC} \perp \overrightarrow{CD}$  على استقامة واحدة

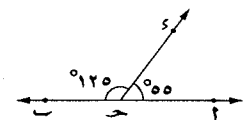
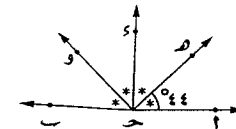
السبب :  $\angle ABC + \angle CBD = 30^\circ + 50^\circ = 80^\circ$  لأن :  $\angle ABC + \angle CBD = 2^\circ$  (د ح ح)

،  $\angle ABC + \angle CBD + \angle CDE = 30^\circ + 50^\circ + 2^\circ = 82^\circ$

## حاول بنفسك

في كل من الشكلين الآتيين :

انكر هل  $\overrightarrow{AB} \perp \overrightarrow{BC}$  ،  $\overrightarrow{BC} \perp \overrightarrow{CD}$  على استقامة واحدة أم لا ، ولماذا ؟



٥ أكمل الجدول التالي :

٥٠°	١٠٥°	١٧٩°	٤٦° ١١٥	.....
٣٣٠°	٢٣٧°	٣٥٠°	٢٠٠° ١٩٢	.....
.....	.....	.....	.....	.....

٦ أكمل ما يأتي :

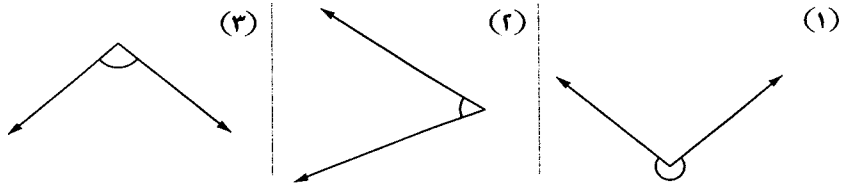
(١) الزاوية هي .....  
(٢) قياس الزاوية المستقيمة = ..... ، وقياس الزاوية الصفرية = .....  
(٣) قياس الزاوية القائمة = .....  
(٤) الزاوية الحادة هي الزاوية التي قياسها أصغر من ..... وأكبر من .....  
(٥) الزاويتان المتتامتان هما زاويتان مجموع قياسيهما .....  
(٦) الزاويتان المتكاملتان هما زاويتان مجموع قياسيهما .....  
(٧) الزاويتان المتجاورتان الحادتان من تقاطع مستقيم وشعاع نقطة بدايته على هذا المستقيم والشعاع .....  
(٨) الزاويتان المتجاورتان اللتان ضلعاهما المتطرفان متعامدان تكونان .....  
(٩) الزاويتان المتجاورتان اللتان ضلعاهما المتطرفان على استقامة واحدة تكونان .....  
(١٠) إذا كانت الزاويتان المتجاورتان متكاملتين فإن ضلعيهما المتطرفين يكونان .....  
(١١) إذا كان مجموع قياسى زاويتين متجاورتين لا يساوى ١٨٠° كان الضلعان المتطرفان لهاتين الزاويتين .....  
(١٢) قياس الزاوية التي تكافئ قائمتين = ..... وتسمى زاوية .....  
(١٣) الزاوية التي قياسها ٥٠° تتم زاوية قياسها ..... وتكمل زاوية قياسها .....  
(١٤) الزاوية التي قياسها ..... تتم زاوية قياسها ٣٠° وتكمل زاوية قياسها .....  
(١٥) الزاوية التي قياسها ..... تتم زاوية قياسها ..... وتكمل زاوية قياسها ١٥٠°

- (١٦) الزاوية الحادة تتممها زاوية ..... وتكملها زاوية .....  
(١٧) الزاوية الصفرية تتممها زاوية ..... وتكملها زاوية .....  
(١٨) الزاوية القائمة تتممها زاوية ..... وتكملها زاوية .....

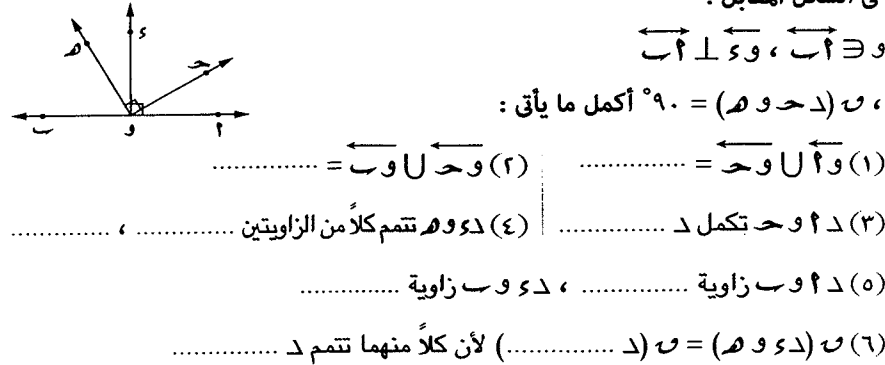
٧ ارسم الزوايا التي قياساتها كالتالى مبيّناً نوع كل منها :

- (١) ١١٥° (٢) ٨٠° (٣) ١٩٥° (٤) ٢٤٥° (٥) ١٨٠°

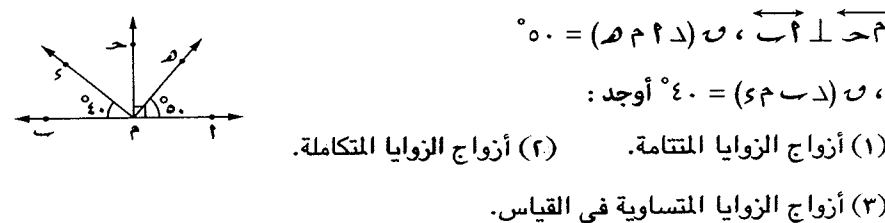
٨ اكتب على كل زاوية من الزوايا التالية أقرب قياس لها من بين القياسات التالية : ٢٤٠° ، ١٢٠° ، ٨٠°



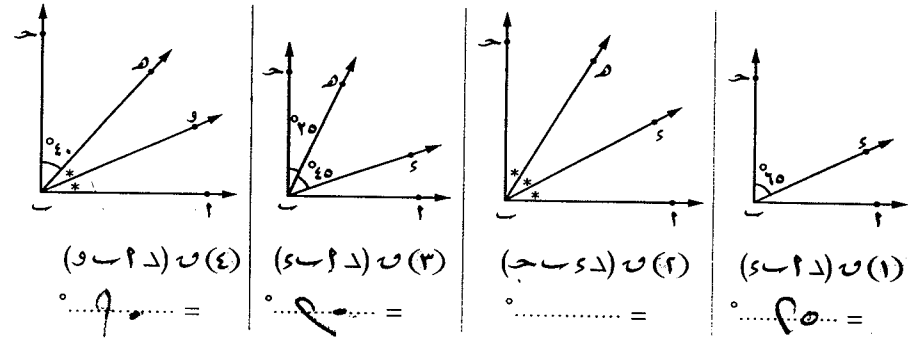
٩ فى الشكل المقابل :



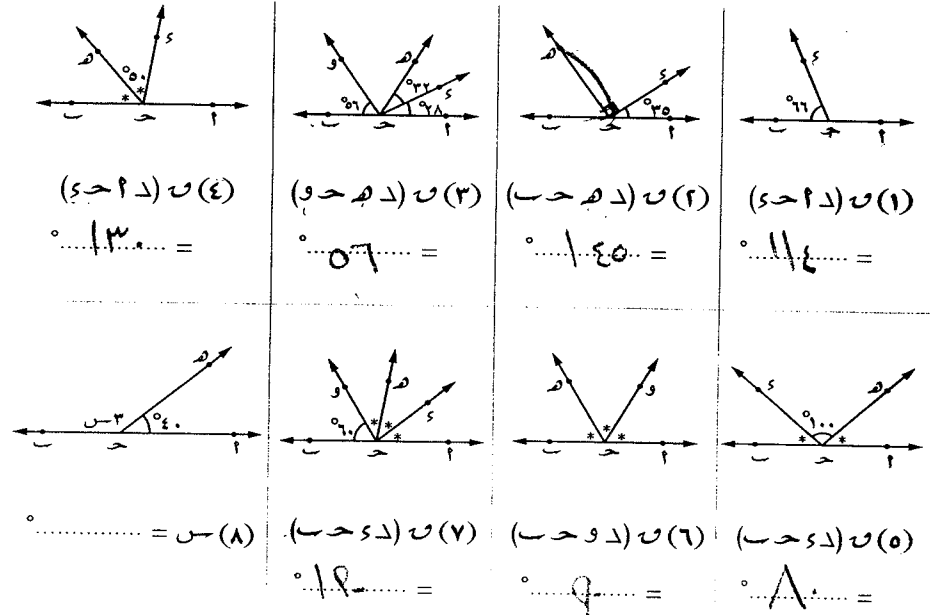
١٠ فى الشكل المقابل :



١١ في كل من الأشكال الآتية إذا كان  $\vec{a} \perp \vec{b}$  فأكمل ما يأتي :

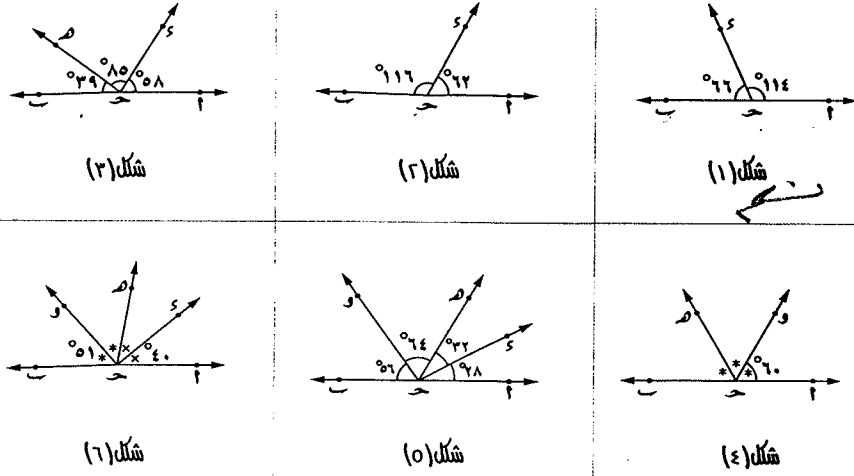


١٢ في كل من الأشكال الآتية إذا كانت  $\vec{a} \parallel \vec{b}$  فأكمل ما يأتي :



١٣ في كل من الأشكال الآتية :

اذكر هل  $\vec{a}$  ،  $\vec{b}$  على استقامة واحدة أم لا ، ولماذا ؟



١٤ اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة :

(١) الزاوية المنفرجة تكمل زاوية .....

(١) منفرجة. (ب) قائمة. (ج) حادة. (د) مستقيمة.

(٢) بين أي نقطتين مختلفتين يمكن رسم عدد ..... مستقيم يمر بهما.

(١) صفر (ب) ١ (ج) ٢ (د) ٣

(٣) إذا كان :  $\angle$  (د) +  $\angle$  (ب) =  $180^\circ$  فإن : د ، ب .....

(١) متساويتان في القياس. (ب) متتامتان.

(ج) متكاملتان. (د) متجاورتان.

(٤) إذا كان :  $\vec{a} \perp \vec{b}$  فإن :  $\angle$  (د) +  $\angle$  (ب) = .....

(١)  $40^\circ$  (ب)  $90^\circ$  (ج)  $180^\circ$  (د)  $360^\circ$

(٥) إذا كانت : د تكمل د ب ، د تكمل د ح فإن : د ب ، د ح .....

( أ ) متساويتان فى القياس. ( ب ) متتامتان.

( ج ) متكاملتان. ( د ) متجاورتان.

(٦) إذا كان : ح (دس) = ١٥° فإن الزاويتين اللتين قياساهما : ٢ ح (دس)

، ٤ ح (دس) تكونان .....

( أ ) متتامتين. ( ب ) متكاملتين.

( ج ) متساويتين فى القياس. ( د ) منفرجتين.

(٧) إذا كان : ح (د) = ٢ ح (د) ، د تكمل د ب فإن : ح (د) = .....

( أ ) ٣٠° ( ب ) ٦٠° ( ج ) ١٢٠° ( د ) ٩٠°

(٨)  $\overrightarrow{AB} \dots \overrightarrow{CD}$

( أ )  $\exists$  ( ب )  $\nexists$  ( ج )  $\supset$  ( د )  $\not\supset$

(٩) إذا كان : ح (دس) = ٢ ح (دص) وكانت دص منفرجة فإن : دس .....

( أ ) حادة. ( ب ) قائمة. ( ج ) منفرجة. ( د ) منعكسة.

١٥ أكمل ما يأتى :

(١) إذا كانت : دس تتمم دص ، د ع تتمم دص فإن : د ع ، دس تكونان .....

(٢) إذا كانت : دس تتمم دص ، ح (دس) = ح (دص)

فإن : ح (دس) = .....

(٣) إذا كانت : د ، د ب زاويتين متكاملتين وكان : ح (د) = ح (د ب)

فإن : ح (د) = .....

(٤) إذا كان : ح (دس) =  $\frac{1}{2}$  ح (دص) ، ح (دس) = ٣٠°

فإن : الزاويتين س ، ص تكونان .....

(٥) إذا كانت النسبة بين قياسى زاويتين متكاملتين ٢ : ٧

فإن قياس الزاوية الأكبر فى القياس يساوى .....

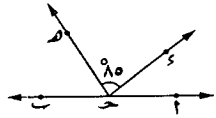
(٦) إذا كان : ح (د) =  $\frac{1}{2}$  ح (د ب) ، ح (د ب) =  $\frac{1}{3}$  ح (د) ، د تكمل د

فإن : ح (د) + ح (د ب) = .....

(٧) إذا كانت : د تتمم د ب ، د تكمل د ح ، ح (د) = ٣٢°

فإن : ح (د ب) = .....

(٨) فى الشكل المقابل :



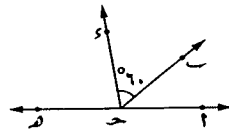
إذا كانت : ح  $\exists \overrightarrow{AB}$  ، ح (د ح هـ) = ٨٥°

، ح (د ح د) : ح (د ح ب) = ٢ : ٢

فإن : ح (د ح هـ) = .. ، ح (د ح ب) = ..

للمتفوقين

١٦ فى الشكل المقابل :



ح (د ح ب) = ٦٠°

، ح (د ح ب) : ح (د ح د) : ح (د ح هـ) = ٢ : ٣ : ٤

هل ح أ ، ح هـ على استقامة واحدة أم لا ؟ ولماذا ؟

الآن بالمكتبات

EL-MOASSER  
GUIDE

فى اللغة الإنجليزية  
للمرحلة الإعدادية



## تابع : العلاقات بين الزوايا

### الزاويتان المتقابلتان بالرأس

إذا تقاطع مستقيمان فإن كل زاويتين متقابلتين بالرأس تكونان متساويتين في القياس.

في الشكل المقابل :

إذا تقاطع  $\overleftrightarrow{AB}$  ،  $\overleftrightarrow{CD}$  في نقطة م

فإن :  $\angle AMC$  ،  $\angle BMD$  متقابلتان بالرأس

ويكون :  $\angle AMC = \angle BMD$

•  $\angle CMB$  ،  $\angle AMD$  متقابلتان بالرأس أيضاً

ويكون :  $\angle CMB = \angle AMD$

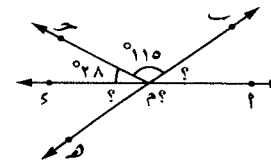
### مثال ١

في الشكل المقابل :

$\overleftrightarrow{AB}$  ،  $\overleftrightarrow{CD}$  متقاطعان في نقطة م

،  $\angle CMB = 28^\circ$  ،  $\angle AMD = 110^\circ$

أوجد : قياسات الزوايا المشار إليها بالعلامة ( ؟ )



### الحل

$$\angle AMC = 180^\circ - \angle CMB = 180^\circ - 28^\circ = 152^\circ$$

$$\text{لأن : } \angle AMC + \angle BMD = 180^\circ$$

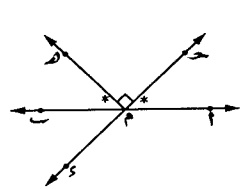
$$\angle BMD = 180^\circ - \angle AMC = 180^\circ - 152^\circ = 28^\circ$$

$$\angle CMB = 28^\circ \text{ لأن : } \angle CMB = \angle BMD \text{ بالتقابل بالرأس}$$

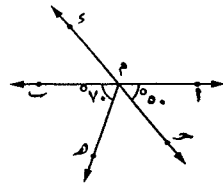
### حاول بنفسك

في كل من الأشكال الآتية :

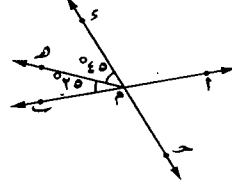
إذا كان :  $\angle A$  ،  $\angle B$  فأوجد قياس الزاوية المطلوبة أسفل كل شكل :



$$\angle B = \dots\dots\dots = \angle A$$



$$\angle B = \dots\dots\dots = \angle A$$



$$\angle B = \dots\dots\dots = \angle A$$

### الزوايا المتجمعة حول نقطة

مجموع قياسات الزوايا المتجمعة حول نقطة =  $360^\circ$

في الشكل المقابل :

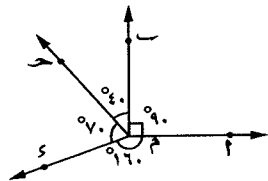
$\angle A$  ،  $\angle B$  ،  $\angle C$  ،  $\angle D$  أشعة لها نفس نقطة البداية م

تسمى الزوايا :  $\angle AOB$  ،  $\angle BOC$  ،  $\angle COD$  ،  $\angle DOA$

زوايا متجمعة حول النقطة م وبالتالي نجد أن :

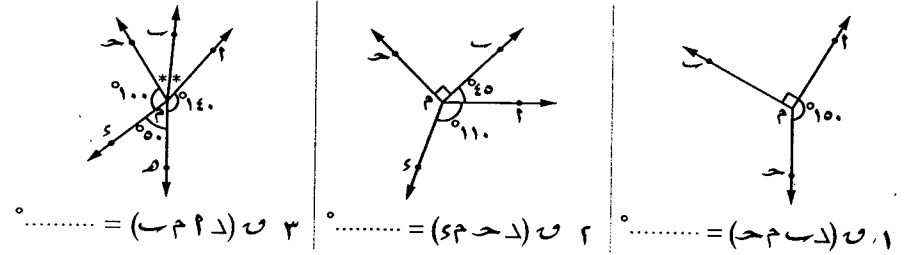
$$\angle AOB + \angle BOC + \angle COD + \angle DOA = 360^\circ$$

$$90^\circ + 40^\circ + 70^\circ + 160^\circ = 360^\circ$$



مثال ٢

في كل من الأشكال الآتية أوجد قياس الزاوية المطلوبة أسفل كل شكل :

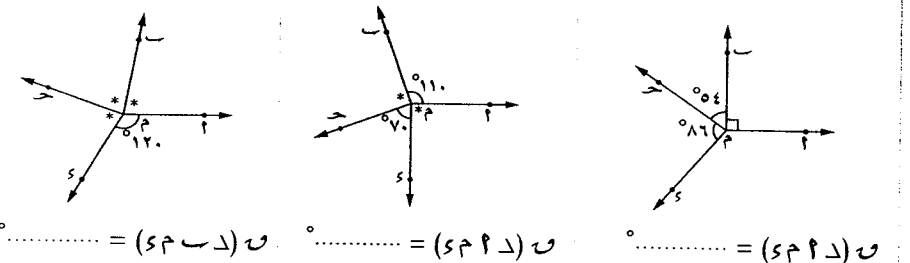


الحل

$$\begin{aligned} 1 & \text{ ..... } = (د م ح) = 360 - (90 + 140) = 130 \\ 2 & \text{ ..... } = (د ح م) = 360 - (45 + 90 + 110) = 115 \\ 3 & \text{ ..... } = (د م ح) = 360 - (100 + 50 + 70) = 140 \\ & \text{ ..... } = \frac{140}{2} = 70 \\ & \text{ ..... } = (د م ح) = (د ح م) = 70 \end{aligned}$$

حاول بنفسك

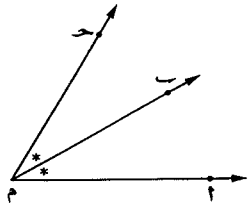
في كل من الأشكال الآتية أوجد قياس الزاوية المطلوبة أسفل كل شكل :



منصف الزاوية

هو الشعاع الذي يقسم الزاوية إلى زاويتين متساويتين في القياس.

ففي الشكل المقابل :

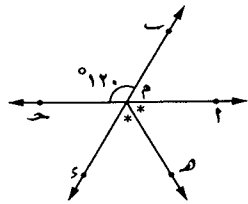


م ينصف د م ح

$$\begin{aligned} \text{أي أن : } \angle (د م ح) &= \angle (د م ح) = \frac{1}{2} \angle (د م ح) \\ \text{أ، } \angle (د م ح) &= \angle (د م ح) = 2 \angle (د م ح) \end{aligned}$$

مثال ٢

في الشكل المقابل :



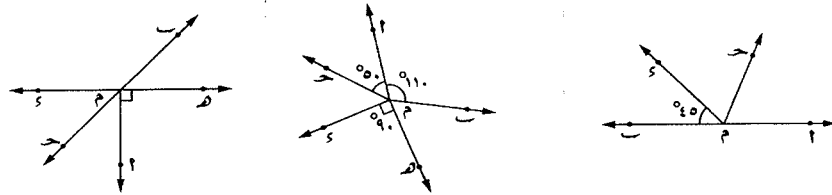
$$\begin{aligned} \text{أح } \angle (د م ح) &= \angle (د م ح) = 120 \\ \text{م ينصف د م ح} \\ \text{أوجد : } \angle (د م ح) \end{aligned}$$

الحل

$$\begin{aligned} \angle (د م ح) &= \angle (د م ح) = 120 \text{ لأن : } \angle (د م ح) = \angle (د م ح) \text{ بالتقابل بالرأس} \\ \angle (د م ح) &= 60 \text{ لأن : م ينصف د م ح} \\ \angle (د م ح) &= 120 - 180 = 60 \\ \text{ومن ذلك نجد أن : } \angle (د م ح) &= 60 + 60 = 120 \end{aligned}$$

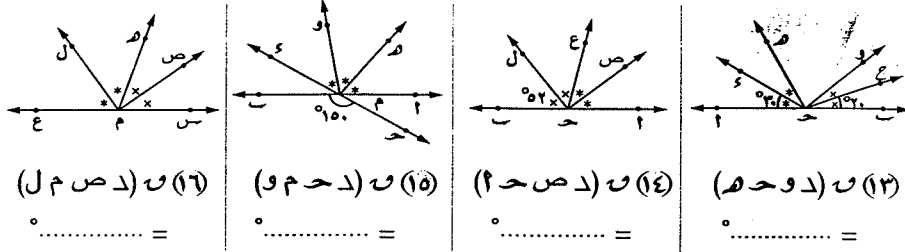
حاول بنفسك

في كل من الأشكال التالية إذا كان م ينصف د م ح فأوجد قياس الزاوية المطلوبة أسفل كل شكل :

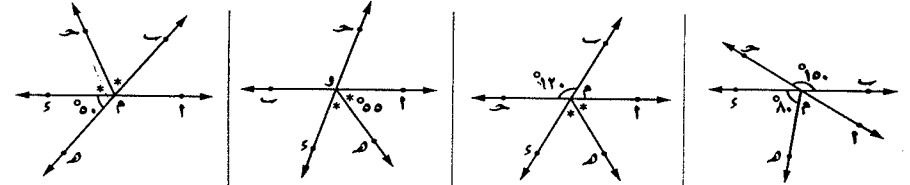


$$\begin{aligned} \text{إذا كانت } \angle (د م ح) &= \angle (د م ح) \text{ فإن : } \angle (د م ح) = \angle (د م ح) \\ \angle (د م ح) &= \angle (د م ح) \end{aligned}$$

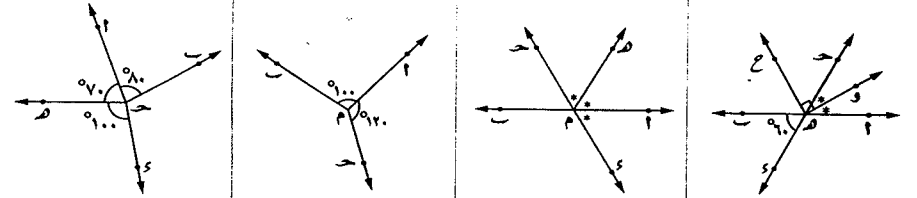




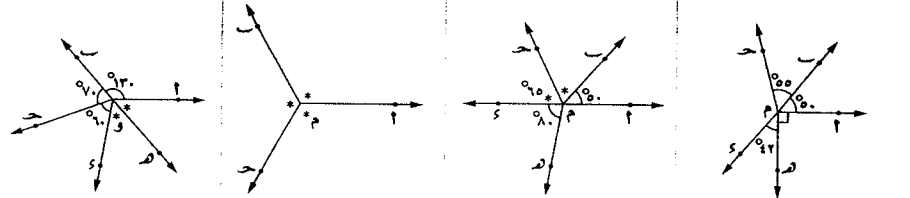
١ في كل من الأشكال الآتية أوجد قياس الزاوية المطلوبة أسفل كل شكل :



(1) (د ا م ه) (2) (د ه م س) (3) (د ح و ب) (4) (د ا م ح)  
° ..... = ° ..... = ° ..... = ° ..... =



(5) (د ح ه ب) (6) (د س م ب) (7) (د ب م ح) (8) (د ب ح س)  
° ..... = ° ..... = ° ..... = ° ..... =



(9) (د ح م س) (10) (د ا م ه) (11) (د ا م ح) (12) (د ه و س)  
° ..... = ° ..... = ° ..... = ° ..... =

٢ أكمل ما يأتي :

(١) إذا تقاطع مستقيمان فإن كل زاويتين متقابلتين بالرأس تكونان .....

(٢) مجموع قياسات الزوايا المتجمعة حول نقطة يساوي .....

(٣) في الشكل المقابل :

إذا كان :  $\overrightarrow{AB} \cap \overrightarrow{CD} = \{M\}$

فإن :  $\angle S =$  ° .....

(٤) في الشكل المقابل :

إذا كان :  $\overrightarrow{AM} \perp \overrightarrow{BM}$  ،  $\overrightarrow{CM}$  ينصف  $\angle AMB$  المنعكسة

فإن :  $\angle (د ا م ح) =$  ° .....

(٥) إذا كان :  $\overrightarrow{BD}$  ينصف  $\angle ABC$  ،  $\angle (د ا ب س) = 35^\circ$

فإن :  $\angle (د ا ب ح) =$  ° .....

(٦) في الشكل المقابل :

$\angle S =$  ° .....

٣ اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة :

(١) مجموع قياسات الزوايا المتجمعة حول نقطة يساوي قياس .....

(١) قائمتين. (ب) ٣ قوائم. (ج) ٤ قوائم. (د) ٥ قوائم.

$$\neq (\neq) \qquad < (<) \qquad > (>) \qquad = (=)$$

(ا) متعامدان. (ب) متوازیان.

إذا كان : ۲۰ ح مثلاً فيه :

حرف ينصف د ا ح ب ، و ( د ا ) = ٥٨ ←

$$^{\circ}6. = (41) 2,$$

فإن :  $u = (1, 2, 3) = \dots\dots\dots$

°۱۳۰ (ج)                      °۹۱ (ج)                      °۸۹ (ج)                      °۶۲ (۱)

إذا كان : ح و ينصف د ب ح و ←

$${}^{\circ}V_{\bullet} = (\mathcal{H} \circ \mathcal{I} \Delta) \mathcal{V} = (\mathcal{I} \Delta) \mathcal{V},$$

فإن :  $\psi(\Delta) = \dots\dots\dots$

°ξ. (J)                      °λ. (⚡)                      °ϣ. (U)                      °ν. (i)

ب و منصف ل ب ←

ما قياس د ح ؟

° 00 (J)                      ° 40 (J)                      ° 30 (J)                      ° 20 (i)

و (۹۱) = ۸۰°، و منصف د

، ح ۱ منصف ۱ ح

ما قياس د جواب؟

°۱۳. (د)      °۱۲. (ج)      °۱۰. (ب)      °۸. (ا)

إذا كانت  $\exists \vec{a}$ ،  $\vec{u} \in (L, \vec{a}) = 135^\circ$

، ب ا بنصف د و ب ه

فأوجد كلاً من:  $u(1, 2)$ ،  $u(2, 1)$ ،  $u(2, 2)$

إذا كان:  $\{م\} = \overleftrightarrow{ح} \cap \overleftrightarrow{أ}$

$\longleftrightarrow$      $\longleftarrow$

، ثم ينصف د م م

فأوجد قياسات الزوايا التالية:  $\angle م م ه$ ،  $\angle م م ح$ ،  $\angle م ح ه$

$$^{\circ}12. = (\text{م م د}) \text{و}, ^{\circ}6. = (\text{ب م د}) \text{و}$$

و (د ه م) = ۸۰°، م ح ينصف د ب م،

أوجد : (١)  $\cup$  (د ح م ع)      (٢)  $\cup$  (د م ح ع)

$$\{A\} = \overset{\longleftrightarrow}{S} \cap \overset{\longleftrightarrow}{A}$$

، م س ينصف د ا م ب ←

، (د ح م س) = ١٤٠° أوجد : (د س م س)

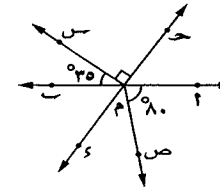
(٦) في الشكل المقابل :

ب و منصف ل ب ←

ما قياس د ح ؟

° 00 (J)                      ° 40 (J)                      ° 30 (J)                      ° 20 (i)

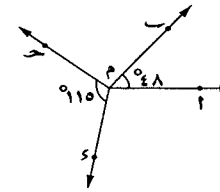
٨ في الشكل المقابل :



$\overleftrightarrow{AB} \cap \overleftrightarrow{CD} = \{M\}$  ،  $\angle (AMC) = 90^\circ$  ،  
 $\angle (BMS) = 30^\circ$  ،  
 $\angle (AMD) = 80^\circ$  أوجد :

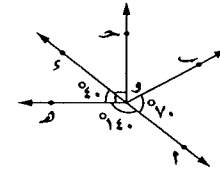
(١)  $\angle (AMD)$  (٢)  $\angle (BMS)$  (٣)  $\angle (BMS)$

٩ في الشكل المقابل :



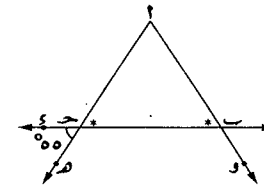
إذا كان :  $\angle (BMS) = 2^\circ$  ،  $\angle (AMD) = 110^\circ$  ،  
 $\angle (BMS) = 48^\circ$  ،  $\angle (AMD) = 110^\circ$  ،  
 فأوجد :  $\angle (AMD)$

١٠ في الشكل المقابل :



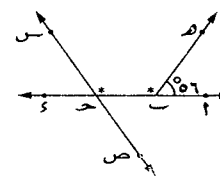
$\overleftrightarrow{AB} \perp \overleftrightarrow{CD}$  ،  
 هل  $\overleftrightarrow{AB}$  و  $\overleftrightarrow{CD}$  على استقامة واحدة أم لا ؟ ولماذا ؟  
 أوجد :  $\angle (BMS)$

١١ في الشكل المقابل :



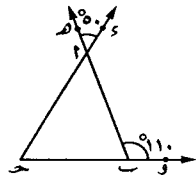
$\overleftrightarrow{AB} \cap \overleftrightarrow{CD} = \{M\}$  ،  $\overleftrightarrow{AM} \cap \overleftrightarrow{DM} = \{M\}$  ،  
 $\angle (BMS) = 50^\circ$  ،  
 $\angle (AMD) = 90^\circ$  ،  
 أوجد :  $\angle (BMS)$

١٢ في الشكل المقابل :



$\overleftrightarrow{AB}$  ،  $\overleftrightarrow{CD}$  ،  $\overleftrightarrow{EF}$  تقع على مستقيم واحد  
 $\overleftrightarrow{AB} \cap \overleftrightarrow{CD} = \{M\}$  ،  $\angle (BMS) = 56^\circ$  ،  
 $\angle (AMD) = 90^\circ$  ،  
 أوجد :  $\angle (BMS)$

١٣ في الشكل المقابل :

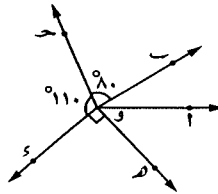


$\angle (A) = 50^\circ$  ،

$\angle (B) = 110^\circ$  ،

أوجد : قياسات زوايا المثلث  $ABC$

١٤ في الشكل المقابل :

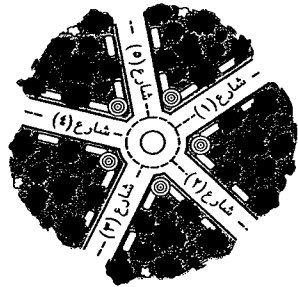


$\angle (BMS) = 80^\circ$  ،  $\angle (AMD) = 110^\circ$  ،

$\angle (BMS) = 90^\circ$  ،  $\angle (AMD) = 110^\circ$  ،

أوجد : قياس كل من الزاويتين  $AMB$  ،  $AMD$

### تطبيق حياتي



١٥ أراد أحد المهندسين تصميم ميدان يتفرع منه خمسة

شوارع بحيث يكون :

• قياس الزاوية بين شارع (١) ، شارع (٢) يساوي

قياس الزاوية بين شارع (٣) ، شارع (٤) يساوي  $80^\circ$

• قياس الزاوية بين شارع (٢) ، شارع (٣) يساوي  $70^\circ$

• قياس الزاوية بين شارع (١) ، شارع (٥) يساوي قياس الزاوية بين شارع (٤) ، (٥)

فما هو قياس الزاوية التي يصنعها هذا المهندس بين شارع (١) ، شارع (٥) ؟

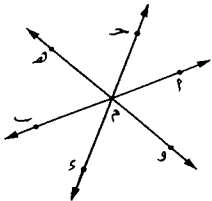
### للمتفوقين

١٦ في الشكل المقابل :  $\overleftrightarrow{AB} \cap \overleftrightarrow{CD} \cap \overleftrightarrow{EF} = \{M\}$

$\angle (BMS) = 140^\circ$  ،

$\angle (AMD) = 2^\circ$  ،

أوجد :  $\angle (BMS)$

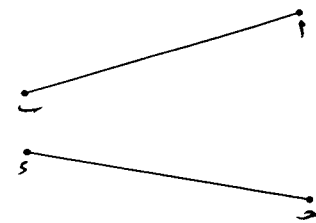




## التطابق

يُقال لشكلين هندسيين إنهما متطابقان إذا انطبقا على بعضهما تمام الانطباق. وللتعبير عن التطابق نستخدم الرمز  $\equiv$  ، وفيما يلي أمثلة لتطابق بعض الأشكال الهندسية :

### أولاً : تطابق قطعتين مستقيمتين



في الشكل المقابل :

القطعتان المستقيمتان  $\overline{AB}$  ،  $\overline{CD}$  متطابقتان

وبالقياس نجد أنهما متساويتان في الطول

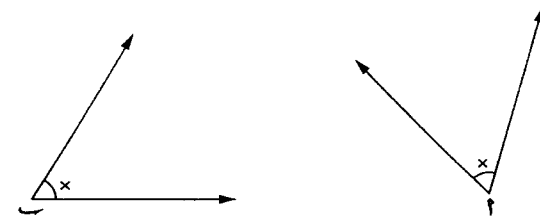
وطول كل منهما ٤ سم

وصفة عامة :

تتطابق القطعتان المستقيمتان إذا كانتا متساويتين في الطول.

فإذا كان : طول  $\overline{AB}$  = طول  $\overline{CD}$  فإن :  $\overline{AB} \equiv \overline{CD}$

### ثانياً : تطابق زاويتين



في الشكل المقابل :

الزاويتان  $\angle A$  ،  $\angle B$  متطابقتان

وبالقياس نجد أنهما متساويتان

في القياس ، وقياس كل منهما  $60^\circ$

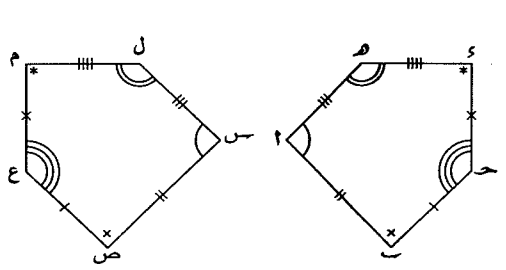
وصفة عامة :

تتطابق زاويتان إذا كانتا متساويتين في القياس.

فإذا كان :  $\angle A = \angle B$  فإن :  $\angle A \equiv \angle B$

### ثالثاً : تطابق مضلعين

يتطابق المضلعان إذا وجد تناظر بين رؤوسهما بحيث يطابق كل ضلع وكل زاوية في المضلع الأول نظيره في المضلع الآخر.



فمثلاً : المضلعان المقابلان متطابقان لأن :

كل ضلعين متناظرين متساويان في الطول

أي أن :  $AB = EF$  ،  $BC = FG$  ،  $CD = GH$  ،  $DA = HE$

،  $\angle A = \angle E$  ،  $\angle B = \angle F$  ،  $\angle C = \angle G$  ،  $\angle D = \angle H$

،  $\angle A = \angle E$  ،  $\angle B = \angle F$  ،  $\angle C = \angle G$  ،  $\angle D = \angle H$

وكل زاويتين متناظرتين متساويتان في القياس

أي أن :  $\angle A = \angle E$  ،  $\angle B = \angle F$  ،  $\angle C = \angle G$  ،  $\angle D = \angle H$

،  $\angle A = \angle E$  ،  $\angle B = \angle F$  ،  $\angle C = \angle G$  ،  $\angle D = \angle H$

ونكتب : المضلع  $ABCD \equiv$  المضلع  $EFGH$

### ملاحظة

من الأفضل كتابة المضلعين المتطابقين بنفس ترتيب رؤوسهما المتناظرة ، فمثلاً :

الرأس  $A \rightarrow$  الرأس  $E$  ، الرأس  $B \rightarrow$  الرأس  $F$  ، الرأس  $C \rightarrow$  الرأس  $G$  ، الرأس  $D \rightarrow$  الرأس  $H$

، الرأس  $A \rightarrow$  الرأس  $E$  ، الرأس  $B \rightarrow$  الرأس  $F$  ، الرأس  $C \rightarrow$  الرأس  $G$  ، الرأس  $D \rightarrow$  الرأس  $H$

، الرأس  $A \rightarrow$  الرأس  $E$  ، الرأس  $B \rightarrow$  الرأس  $F$  ، الرأس  $C \rightarrow$  الرأس  $G$  ، الرأس  $D \rightarrow$  الرأس  $H$

## الوحدة الرابعة

## ملاحظة

إذا كان مضعان متطابقين فإن كل ضلع وكل زاوية في أحدهما يطابق نظيره في المضع الآخر.

فمثلاً :

إذا كان الشكل ١ ب ح د  $\equiv$  الشكل ٢ ب ح د ص فإن :

۱۔ ب ح = ب س ، ا ی = ا ص ، ح ی = ح س

$$v(\Delta_s) = v(\Delta_v) \quad \blacksquare$$

$$(u \downarrow) v = (h \downarrow) v,$$

$$(\neg \varphi \vee \psi) \vee \chi = (\neg \varphi \vee \psi) \vee \chi,$$

$$(u - 1)u = (u - 2)u,$$

**مثال**

في الشكل المقابل :

إذا كان : المصلحة أ ب ح د م ل = المصلحة ل ع ص س م ل

وكان : أ = ح = ل = م = ن سم

، بح = ج = م = ص سم

١ اكتب ما تستنتج من تطابق المضلعين. ٢ أوجد محيط الشكل م-س-ص-ع-ل

## الحل

١ من تطابق المصلحة مع مصلحة الدولة ، لا يصح أن نستنتج أن :

• الأضلاع المتناظرة متساوية في الطول ، أى أن :

ل = ل = ل = ل سم ، ل = ع = ا = ب = ٦ سم ، ع = ص = ح = ٧ سم

، ص س = ح د = ٦ سم ، س م = م د = ٦ سم

• الزوايا المتناظرة متساوية في القياس ، أى أن :

$$(د)u = (دص)u \quad , \quad (ل)u = (لع)u \quad , \quad (ا)u = (ا' )u$$

$$(J \circ \mathcal{D})\psi = (J \circ \mathcal{S} \circ \mathcal{D})\psi, \quad (\mathcal{D})\psi = (\mathcal{S} \circ \mathcal{D})\psi,$$

$$(1\text{ م د})\psi = (2\text{ م د})\psi,$$

٢ محيط الشكل م ص ع ل = محيط الشكل م و ح ب ل

$$م + م + ح + ح + ب + ب + ا + ا + ل + ل =$$

$$38 \text{ سم} = 7 + 6 + 6 + 7 + 6 + 6 =$$

## حاول بنفسك

**في الشكل المقابل :**

إذا كانت  $m \ni \overleftrightarrow{AS}$ ، و  $(د س م ل) = 60^\circ$

،  $\overrightarrow{CS} \perp \overrightarrow{CS_1}$

، الشكل  $ص ل ه م \equiv$  الشكل  $أ ب ح م$  ،  $ص م = ٦$  سم

**أكمل ما يأتي :**

۱ جس ص ≡ ..... ۲ ص ل = .....

..... = م ٢

١٠ = ..... سم      ٦ = (د ص) = (د .....)

$$(\dots\dots\dots \Delta) v = (\sigma \Delta) v \wedge \quad (\dots\dots\dots \Delta) v = (\tau \Delta) v \vee$$

$$\textcircled{\circ} \dots\dots\dots = (٢٤) \text{ ص } \dots\dots\dots \quad \textcircled{\circ} \dots\dots\dots = (٢٥) \text{ ص } \dots\dots\dots$$

..... = (د ح م س) و ..... = (د ل م ح) و

١ أكمل ما يأتي :

(١) تتطابق القطعتان المستقيمتان إذا كانتا .....

(٢) تتطابق الزاويتان إذا كانتا .....

(٣) يتطابق المضلعان إذا وجد تقابل بين رؤوسهما بحيث يطابق كل ..... وكل .....

..... في المضلع الأول نظيره في .....

(٤) محور تماثل الشكل يقسمه إلى شكلين .....

(٥) إذا كانت :  $\overline{AB} \equiv \overline{CD}$  فإن :  $\overline{AB} = \overline{CD}$  .....

(٦) إذا كانت :  $\overline{AB} \equiv \overline{CD}$  فإن :  $\overline{AB} - \overline{CD} = \overline{AC}$  .....

(٧) إذا كانت :  $\overline{AB} \equiv \overline{CD}$  وكان :  $\angle A = 50^\circ$  فإن :  $\angle B = \dots^\circ$  .....

(٨) إذا كانت :  $\overline{AB} \equiv \overline{CD}$  ،  $\overline{AB} \equiv \overline{CD}$  فإن :  $\angle B = \dots^\circ$  .....

(٩) إذا كانت :  $\overline{AB} \equiv \overline{CD}$  ،  $\overline{AB} \equiv \overline{CD}$  فإن :  $\angle B = \dots^\circ$  .....

(١٠) إذا كانت :  $\overline{AB} \equiv \overline{CD}$  ،  $\overline{AB} \equiv \overline{CD}$  فإن :  $\overline{AB} \equiv \overline{CD}$  .....

(١١) إذا كان : المضلع  $ABCD \equiv$  المضلع  $EFGH$  فإن :  $\overline{AB} \equiv \overline{EF}$  .....

،  $\angle B = \angle F$  (د .....)

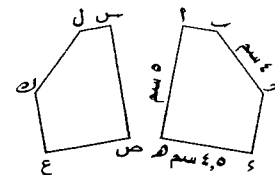
(١٢) يتطابق المربعان إذا تساوى ..... ، ويتطابق المستطيلان إذا تساوى .....

٢ في الشكل المقابل :

المضلعان متطابقان ، أكمل :

(١) الرأس  $B$  تناظر الرأس ..... :

(٢) المضلع  $ABCD \equiv$  المضلع  $EFGH$  ، يتطابق المضلع .....

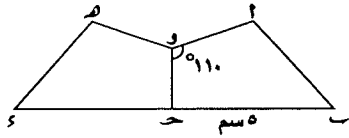


(٤)  $\angle A = \angle D$  (د .....)

(٣)  $\angle B = \angle E$  سم .....

(٦)  $\angle C = \angle F$  (د .....)

(٥)  $\angle D = \angle E$  .....



٣ في الشكل المقابل :

إذا كانت :  $\overline{AB} \equiv \overline{DE}$  ،  $\angle A = 110^\circ$  .....

،  $\angle B = 50^\circ$  سم ، المضلع  $ABCD \equiv$  المضلع  $EFGH$  ،

أكمل ما يأتي :

(١)  $\overline{AB} = \overline{DE}$  .....

(٢)  $\angle A = \angle D$  .....

(٣)  $\angle C = \angle F$  (د .....)

(٤)  $\angle B = \angle E$  (د .....)

(٥)  $\angle D = \angle E$  (د .....)

(٦)  $\angle C = \angle F$  (د .....)

(٧)  $\angle B = \angle E$  سم .....

(٨)  $\angle C = \angle F$  (د .....)

(٩)  $\angle D = \angle E$  (د .....)

(١٠) محور تماثل الشكل  $ABCD$  هو ..... :

٤ في الشكل المقابل :

إذا كان :  $\overline{AB} \perp \overline{CD}$  ،  $\angle A = 120^\circ$  ،  $\angle B = 60^\circ$  (د .....)

،  $\angle C = 80^\circ$  (د .....) ، المضلع  $ABCD \equiv$  المضلع  $EFGH$  ،

أكمل ما يأتي :

(١)  $\overline{AB} = \overline{DE}$  .....

(٢)  $\angle C = \angle F$  (د .....)

(٣)  $\angle D = \angle E$  .....

(٤)  $\angle B = \angle E$  (د .....)

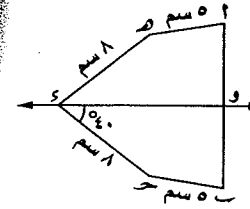
(٥)  $\angle C = \angle F$  (د .....)

(٦)  $\angle A = \angle D$  (د .....)

(٧)  $\angle D = \angle E$  (د .....)

(٨)  $\angle C = \angle F$  (د .....)

٥ في الشكل المقابل :



إذا كان :  $\angle (د) = \angle (ب)$  ،  $\angle (د) = \angle (ح)$  ،  $\angle (د) = \angle (هـ)$

،  $\overleftrightarrow{و} \perp \overleftrightarrow{د هـ}$  ،  $\overleftrightarrow{و}$  هو محور تماثل  $\overleftrightarrow{أ ب}$

،  $\angle ١ = \angle ٢ = \angle ٣ = \angle ٤$  ،  $\angle ٥ = \angle ٦ = \angle ٧ = \angle ٨$  سم

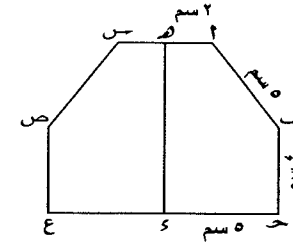
،  $\angle ٩ = \angle ١٠$  سم ،  $\angle (د ح و) = ٤٠^\circ$

أكمل ما يأتي :

(١)  $\angle (د و) = \dots\dots\dots^\circ$  | (٢)  $\angle (د ح و) = \dots\dots\dots^\circ$

(٣) طول  $\overline{ب و} = \dots\dots\dots$  سم | (٤) الشكلان  $\dots\dots\dots$  ،  $\dots\dots\dots$  متطابقان.

٦ في الشكل المقابل :



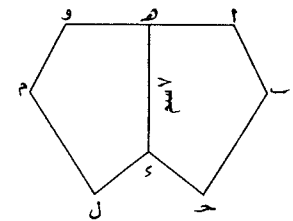
إذا كانت :  $\overleftrightarrow{د ح} \parallel \overleftrightarrow{ع و}$

وكان الشكل  $\triangle ب ح و \equiv \triangle د ح و$  الشكل  $\triangle س ح و$  ع و هـ

،  $\angle ١ = \angle ٢ = \angle ٣ = \angle ٤$  سم ،  $\angle ٥ = \angle ٦ = \angle ٧ = \angle ٨$  سم

فأوجد : محيط الشكل  $\triangle ب ح و$  ع و س

٧ في الشكل المقابل :



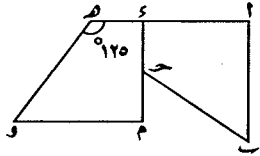
إذا كانت :  $\overleftrightarrow{أ ب} \parallel \overleftrightarrow{د هـ}$

، محيط الشكل  $\triangle ب ح و هـ = ٢٧$  سم

،  $\angle ١ = \angle ٢ = \angle ٣ = \angle ٤$  سم ، المضلع  $\triangle ب ح و هـ \equiv$  المضلع  $\triangle م ل و$

فأوجد : محيط الشكل  $\triangle ب ح و ل م و$

٨ في الشكل المقابل :



إذا كان الشكل  $\triangle ب ح و \equiv$  الشكل  $\triangle م و هـ$

،  $\angle ١ = \angle ٢ = \angle ٣ = \angle ٤$  سم ،  $\angle (د هـ) = ١٢٠^\circ$

أكمل ما يأتي :

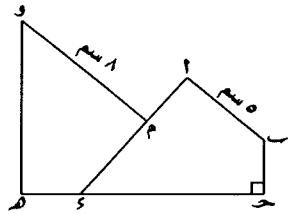
(١)  $\angle (د) = \angle (ب)$  | (٢)  $\angle (د ح و) = \angle (أ ح و)$

(٣)  $\angle (د) = \angle (ب)$  | (٤)  $\angle (د ح و) = \dots\dots\dots^\circ$

(٥)  $\angle (د ح م) = \dots\dots\dots^\circ$  | (٦)  $\angle ١ = \dots\dots\dots$  سم

للمتفوقين

٩ في الشكل المقابل :



إذا كانت :  $\overleftrightarrow{د ح} \perp \overleftrightarrow{ب ح}$  ،  $\overleftrightarrow{د ح} \parallel \overleftrightarrow{ع و}$

، الشكل  $\triangle ب ح و \equiv$  الشكل  $\triangle م و هـ$

أكمل ما يأتي :

(١)  $\angle (د) = \angle (ب)$  | (٢)  $\angle (د ح و) = \angle (أ ح و)$

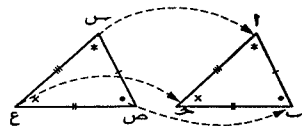
(٣)  $\angle (د هـ) = \dots\dots\dots^\circ$  | (٤)  $\angle ١ = \dots\dots\dots$  سم

(٥)  $\angle (د ب) + \angle (د و) = \dots\dots\dots^\circ$



### ملاحظتان

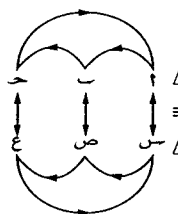
١ في المثلثين السابقين نلاحظ أن :



الرأس س ينظر ← الرأس أ  
، الرأس ص ← ينظر الرأس ب  
، الرأس ع ← ينظر الرأس ح

وعند كتابة المثلثين المتطابقين يفضل أن نكتبهما بنفس ترتيب رؤوسهما المتناظرة.

فنكتب  $\Delta أ ب ح \equiv \Delta س ص ع$  ،  $\Delta أ ب ح \equiv \Delta س ص ع$  ، .....



٢ إذا تطابق مثلثان فإن كل عنصر من العناصر الستة لأحد المثلثين

يطابق العنصر المناظر له من المثلث الآخر.

أى أنه : إذا كان :  $\Delta أ ب ح \equiv \Delta س ص ع$  فإننا نستنتج أن :

• أولاً :  $\overline{أ ب} \equiv \overline{س ص}$  ،  $\overline{ب ح} \equiv \overline{ص ع}$  ،  $\overline{أ ح} \equiv \overline{س ع}$

• ثانيًا :  $\angle أ د س \equiv \angle ب د ص$  ،  $\angle د ب ص \equiv \angle د ح ع$  ،  $\angle د ح ع \equiv \angle د ع س$

### حالات تطابق مثلثين

\* علمنا فيما سبق أن المثلثين يتطابقان إذا طابق كل عنصر من العناصر الستة لأحد المثلثين

نظيره في المثلث الآخر، وفيما يلي سندرس أنه عند إثبات تطابق مثلثين فإنه يكفي إثبات

تطابق ثلاثة عناصر فقط في أحدهما مع نظائرها في المثلث الآخر ، مما يترتب عليه تطابق

الثلاثة عناصر الأخرى بين المثلثين وفيما يلي الحالات المختلفة لتطابق المثلثين :

#### حالات تطابق المثلثين



### تطابق المثلثات

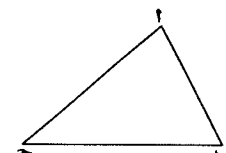
• نعلم أنه لأي مثلث ثلاثة أضلاع وثلاث زوايا ، هذه الثلاثة أضلاع والثلث زوايا

تُعرف بالعناصر الستة للمثلث.

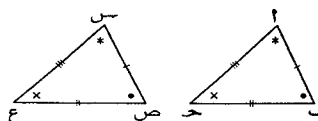
فمثلًا : العناصر الستة للمثلث أ ب ح هي :

الثلاثة أضلاع :  $\overline{أ ب}$  ،  $\overline{ب ح}$  ،  $\overline{أ ح}$

والثلاث زوايا :  $\angle أ د ب$  ،  $\angle د ب ح$  ،  $\angle د ح أ$



يتطابق المثلثان إذا طابق كل عنصر من العناصر الستة لأحد المثلثين العنصر المناظر له من المثلث الآخر.



فمثلًا : إذا كان أ ب ح ، س ص ع مثلثين فيهما :

١  $\overline{أ ب} = \overline{س ص}$  ،  $\overline{ب ح} = \overline{ص ع}$  ،  $\overline{أ ح} = \overline{س ع}$

٢  $\angle أ د ب = \angle س د ع$  ،  $\angle د ب ح = \angle د ع س$  ،  $\angle د ح أ = \angle د ح ع$

،  $\angle د ح ع = \angle د ع س$

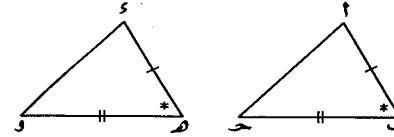
فإن :  $\Delta أ ب ح \equiv \Delta س ص ع$



الحالة الأولى «ضلعان والزاوية المحصورة بينهما»

يتطابق المثلثان إذا تطابق ضلعان والزاوية المحصورة بينهما في أحد المثلثين مع نظائرها في المثلث الآخر.

فمثلاً: إذا كان  $\angle A = \angle A'$  ،  $\angle B = \angle B'$  و مثلثين فيهما :



$$\left. \begin{array}{l} \overline{AB} \equiv \overline{A'B'} \\ \overline{AC} \equiv \overline{A'C'} \\ \angle A \equiv \angle A' \end{array} \right\}$$

فإن :  $\triangle ABC \equiv \triangle A'B'C'$  و ينتج من تطابقهما أن :

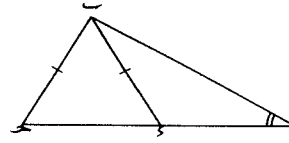
$$\left. \begin{array}{l} \overline{BC} \equiv \overline{B'C'} \\ \angle B \equiv \angle B' \\ \angle C \equiv \angle C' \end{array} \right\}$$

ملاحظة

في حالة تطابق مثلثين بضلعين وزاوية لابد أن تكون الزاوية محصورة بين الضلعين.

فمثلاً :

على الرغم من أن  $\triangle ABC$  ،  $\triangle A'B'C'$  فيهما :



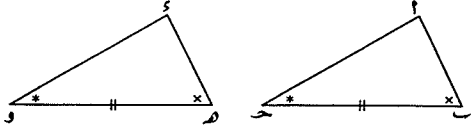
$$\left. \begin{array}{l} \overline{AB} = \overline{A'B'} \\ \overline{AC} = \overline{A'C'} \\ \angle A \text{ زاوية مشتركة} \end{array} \right\}$$

إلا أنه من الواضح أن :  $\triangle ABC$  لا يطابق  $\triangle A'B'C'$  والسبب أن :  $\angle A$  غير محصورة بين الضلعين في كلا المثلثين.

الحالة الثانية «زاويتان وضلع»

يتطابق المثلثان إذا تطابقت زاويتان والضلع المرسوم بين رأسيهما في أحد المثلثين مع نظائرها في المثلث الآخر.

فمثلاً: إذا كان  $\angle A = \angle A'$  ،  $\angle B = \angle B'$  و مثلثين فيهما :



$$\left. \begin{array}{l} \overline{AB} \equiv \overline{A'B'} \\ \angle A \equiv \angle A' \\ \angle B \equiv \angle B' \end{array} \right\}$$

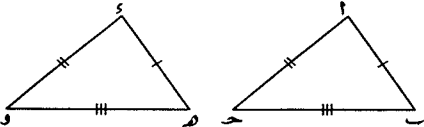
فإن :  $\triangle ABC \equiv \triangle A'B'C'$  و ينتج من تطابقهما أن :

$$\left. \begin{array}{l} \overline{BC} \equiv \overline{B'C'} \\ \overline{AC} \equiv \overline{A'C'} \\ \angle C \equiv \angle C' \end{array} \right\}$$

الحالة الثالثة «الأضلاع الثلاثة»

يتطابق المثلثان إذا تطابق كل ضلع في أحد المثلثين مع نظيره في المثلث الآخر.

فمثلاً: إذا كان  $\angle A = \angle A'$  ،  $\angle B = \angle B'$  و مثلثين فيهما :



$$\left. \begin{array}{l} \overline{AB} \equiv \overline{A'B'} \\ \overline{AC} \equiv \overline{A'C'} \\ \overline{BC} \equiv \overline{B'C'} \end{array} \right\}$$

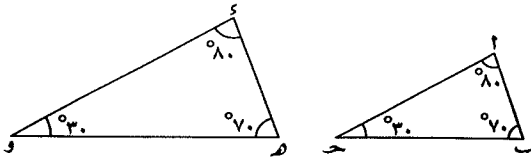
فإن :  $\triangle ABC \equiv \triangle A'B'C'$  و ينتج من تطابقهما أن :

$$\left. \begin{array}{l} \angle A \equiv \angle A' \\ \angle B \equiv \angle B' \\ \angle C \equiv \angle C' \end{array} \right\}$$

ملاحظة

إذا تطابقت كل زاوية في أحد المثلثين مع نظيرتها في المثلث الآخر فليس من الضروري أن يتطابق المثلثان.

فمثلاً :



على الرغم من أن  $\triangle ABC$  ،  $\triangle A'B'C'$  و متساويان في قياسات زواياهما المتناظرة إلا أنه من الواضح أنهما غير متطابقين.

الحالة الرابعة «وتر وضلع في المثلث القائم الزاوية»

يتطابق المثلثان القائم الزاوية إذا تطابق وتر وأحد ضلعي القائمة في أحد المثلثين مع نظيريهما في المثلث الآخر.

فمثلاً: إذا كان  $\Delta ABC$  و  $\Delta DEF$  مثلثين فيهما:

$$\left. \begin{array}{l} \overline{AC} \equiv \overline{DF} \\ \overline{BC} \equiv \overline{EF} \\ \angle C = \angle F = 90^\circ \end{array} \right\}$$

فإن:  $\Delta ABC \equiv \Delta DEF$  وينتج من تطابقهما أن:

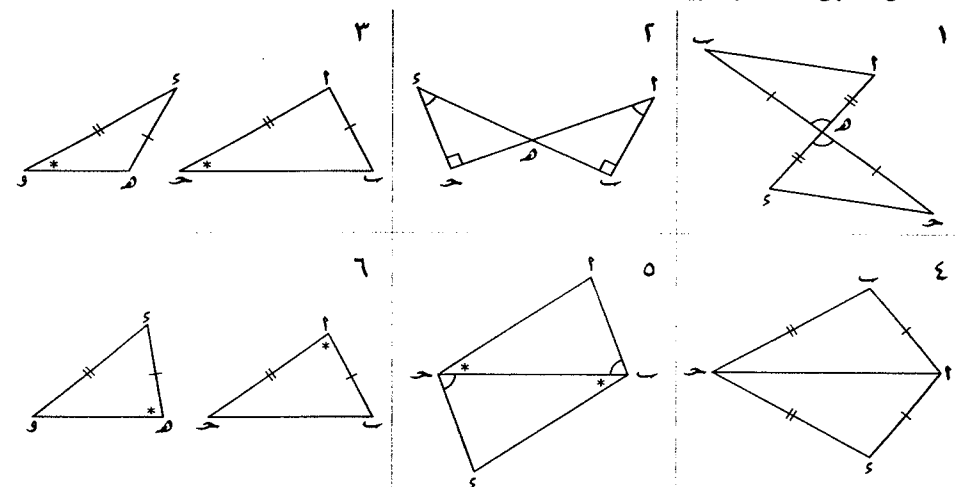
$$\left. \begin{array}{l} \overline{AB} \equiv \overline{DE} \\ \angle A \equiv \angle D \\ \angle B \equiv \angle E \end{array} \right\}$$

ملاحظة

يتطابق المثلثان القائم الزاوية إذا تطابق ضلعا القائمة في أحدهما مع نظيريهما في المثلث الآخر (هذه الحالة تكافئ الحالة الأولى من حالات تطابق مثلثين).

مثال ١

في كل من الأشكال الآتية يبين هل المثلثان متطابقان أم غير متطابقين، «علماً بأن العلامات المتشابهة تدل على تطابق العناصر المبينة عليها هذه العلامات».



الحل

١ المثلثان متطابقان «ضلعا والزاوية المحصورة بينهما».

٢ المعلومات المعطاة غير كافية لإثبات تطابق المثلثين.

٣ المثلثان غير متطابقين لأن الزاوية المعطاة غير محصورة بين الضلعين في كلا المثلثين.

٤ المثلثان متطابقان «ثلاثة أضلاع».

٥ المثلثان متطابقان «زاويتان وضلع».

٦ المثلثان غير متطابقين لأن الزاويتين المتطابقتين غير متناظرتين.

مثال ٢

في الشكل المقابل:

$$\angle B = \angle E, \angle C = \angle F, \angle D = \angle A$$

هل  $\Delta ABC \equiv \Delta DEF$ ؟

ثم بين لماذا ينصف  $\overline{AD}$  زاوية  $\angle A$

الحل

نعم  $\Delta ABC \equiv \Delta DEF$  «ضلعا وزاوية محصورة»

وينتج من التطابق أن:  $\angle C = \angle F, \angle D = \angle A$

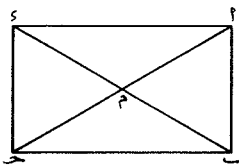
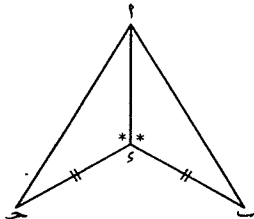
أي أن:  $\overline{AD}$  ينصف  $\angle A$

مثال ٣

في الشكل المقابل:

$\overline{AC}$  مستطيل تقاطع قطراه في  $M$

هل  $\Delta ABC \equiv \Delta DCB$ ؟ ولماذا؟



الحل

نعم  $\Delta \text{أ ب ح} \equiv \Delta \text{د ح ب}$  لأن :

$$\text{و} (\text{د أ ح ب}) = \text{و} (\text{د ح ب}) = 90^\circ$$

$$\text{و} \text{أ ب} = \text{د ح} \text{ (قطرا المستطيل)}$$

،  $\text{ب ح}$  ضلع مشترك

مثال ٤

في الشكل المقابل :

$$\text{ب أ} = \text{د ح} ، \text{ب ح} = \text{د ع}$$

$$\text{و} (\text{د أ ب}) = 40^\circ ، \text{و} (\text{د ب ع}) = 80^\circ$$

أوجد :  $\text{و} (\text{د أ ح})$  مع توضيح خطوات الحل.

الحل

في  $\Delta \text{أ ب د}$  حيث إن :  $\text{و} (\text{د أ ب}) = 40^\circ ، \text{و} (\text{د ب ع}) = 80^\circ$

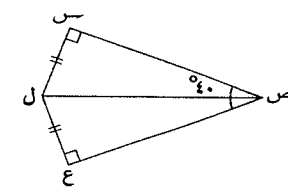
$$\text{فإن : } \text{و} (\text{د ب ع}) = 180^\circ - (40^\circ + 80^\circ) = 60^\circ$$

وحيث إن :  $\Delta \text{أ ب د} \equiv \Delta \text{د ح ب}$  «ثلاثة أضلاع».

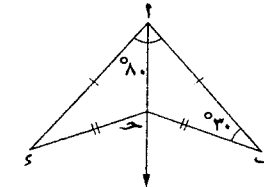
$$\text{فإن : } \text{و} (\text{د أ ب}) = \text{و} (\text{د ح ب}) = 60^\circ \text{ إذن : } \text{و} (\text{د أ ح}) = 60^\circ + 60^\circ = 120^\circ$$

حاول بنفسك

باستخدام المعلومات الموضحة على كل شكل أوجد المطلوب أسفل كل شكل :

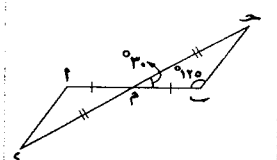


$$\text{و} (\text{د ب ل ص}) = \dots^\circ$$



$$\text{و} (\text{د ب}) = \dots^\circ$$

$$\text{و} (\text{د ب}) = \dots^\circ ، \text{و} (\text{د أ ح}) = \dots^\circ$$



$$\{م\} = \overline{\text{د ح}} \cap \overline{\text{ب أ}}$$

# تمارين 4

على تطابق المثلثات

أسئلة كتاب الوزارة

١ أكمل ما يأتي :

(١) يتطابق المثلثان إذا تساوى في أحدهما طولا ضلعين و .....

(٢) يتطابق المثلثان إذا تطابقت زاويتان و ..... في أحد المثلثين مع نظائرها في المثلث الآخر.

(٣) يتطابق المثلثان إذا تطابق كل ..... مع نظيره في المثلث الآخر.

(٤) يتطابق المثلثان القائمة الزاوية إذا .....

(٥) قطر المستطيل يقسم سطحه إلى مثلثين .....

(٦) إذا كان :  $\Delta \text{أ ب ح} \equiv \Delta \text{د ح ب}$  فإن :  $\text{ب أ} = \dots$

$$\text{و} (\text{د ع}) = \text{و} (\text{د .....})$$

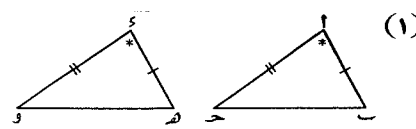
(٧) إذا كان :  $\text{أ ب} = \text{ل م} ، \text{ب ح} = \text{م ن} ، \text{و} (\text{د ب}) = \text{و} (\text{د م})$

فإن : المثلثين ..... ، ..... يتطابقان.

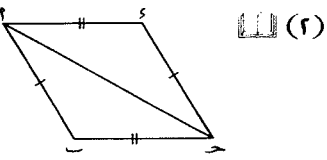
٢ في كل من الأشكال الآتية بين هل المثلثان متطابقان أم غير متطابقين

، وإذا كان المثلثان متطابقين اذكر حالة التطابق ، وإذا كان المثلثان غير متطابقين اذكر السبب.

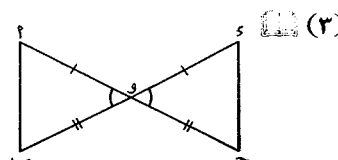
«علماً بأن العلامات المتشابهة تدل على تطابق العناصر المبيّنة عليها هذه العلامات».



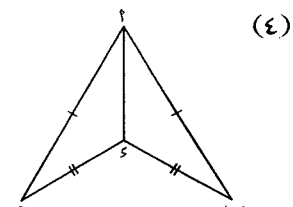
(١)



(٢)

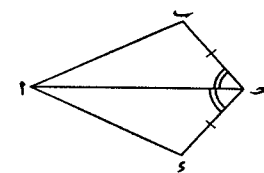


(٣)

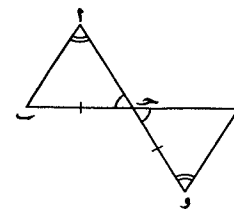


(٤)

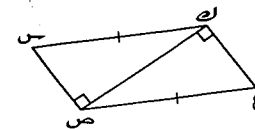
(٥)



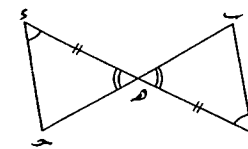
(٦)



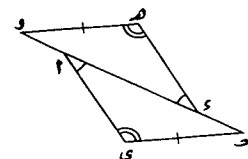
(٨)



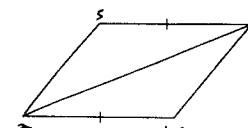
(١٠)



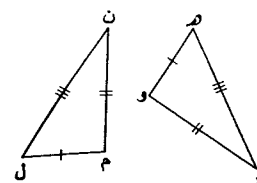
(١٢)



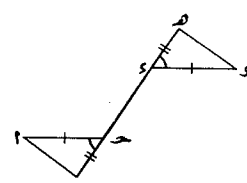
(١٤)



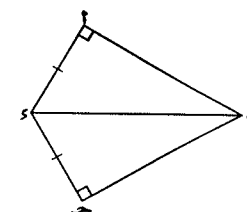
(١٦)



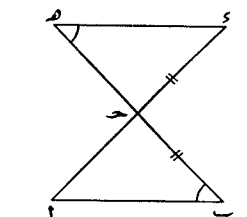
(١٥)



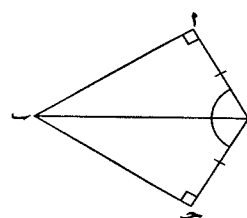
(٧)



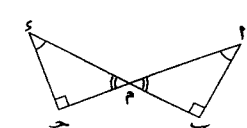
(٩)



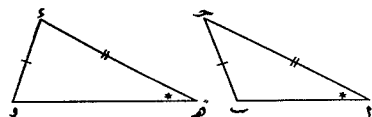
(١١)



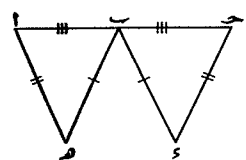
(١٣)



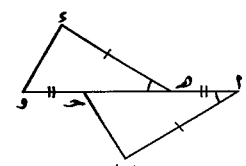
(١٧)



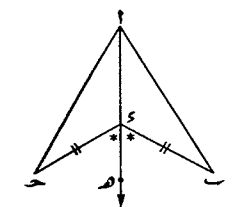
(١٩)



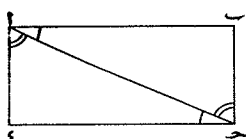
(٢١)



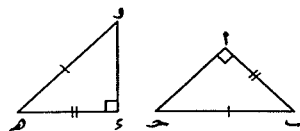
(٢٣)



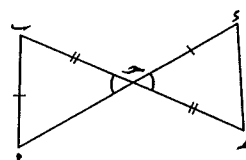
(٢٥)



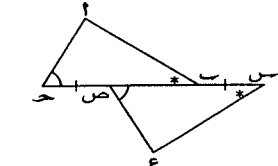
(١٨)



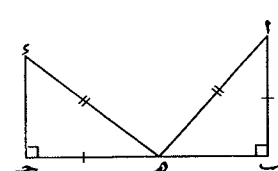
(٢٠)



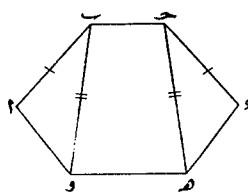
(٢٢)



(٢٤)



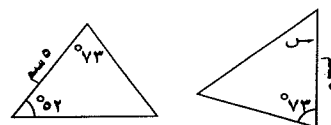
(٢٦)



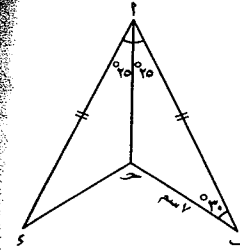
في الشكل المقابل :

إذا كان المثلثان متطابقين

فإن : س = .....°



٤ في الشكل المقابل :



إذا كان :  $\angle 1 = 40^\circ$  ،  $\angle 2 = 70^\circ$  سم

،  $\angle 3 = 30^\circ$  ،  $\angle 4 = 70^\circ$  ،  $\angle 5 = 70^\circ$

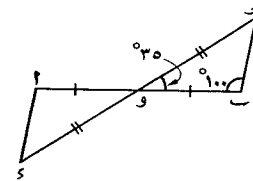
، فأكمل ما يأتي :

(١)  $\triangle 1 \cong \triangle 2$  .....  $\triangle 3 \cong \triangle 4$  .....

(٢)  $\angle 3 = \angle 4$  .....  $\angle 5 = \angle 6$  .....

(٣)  $\angle 5 = \angle 6$  سم .....  $\angle 7 = \angle 8$  .....  $\angle 9 = \angle 10$  .....

٥ في الشكل المقابل :

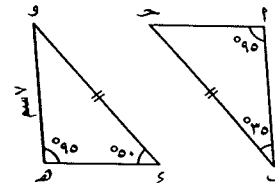


إذا كان :  $\angle 1 = 40^\circ$  ،  $\angle 2 = 70^\circ$  ،  $\angle 3 = 30^\circ$  ،  $\angle 4 = 70^\circ$  ،  $\angle 5 = 70^\circ$

،  $\angle 6 = 30^\circ$  ،  $\angle 7 = 70^\circ$  ،  $\angle 8 = 70^\circ$  ،  $\angle 9 = 70^\circ$  ،  $\angle 10 = 70^\circ$

فإن :  $\angle 5 = \angle 6$  .....  $\angle 7 = \angle 8$  .....

٦ في الشكل المقابل :



إذا كان :  $\angle 1 = 40^\circ$  ،  $\angle 2 = 70^\circ$  ،  $\angle 3 = 30^\circ$  ،  $\angle 4 = 70^\circ$  ،  $\angle 5 = 70^\circ$

،  $\angle 6 = 30^\circ$  ،  $\angle 7 = 70^\circ$  ،  $\angle 8 = 70^\circ$  ،  $\angle 9 = 70^\circ$  ،  $\angle 10 = 70^\circ$

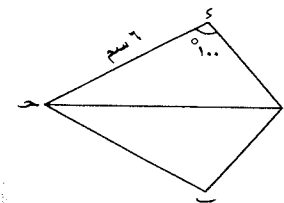
فأكمل ما يأتي :

(١)  $\angle 5 = \angle 6$  .....  $\angle 7 = \angle 8$  .....

(٢)  $\angle 7 = \angle 8$  .....  $\angle 9 = \angle 10$  .....

(٣)  $\triangle 1 \cong \triangle 2$  .....  $\triangle 3 \cong \triangle 4$  .....  $\triangle 5 \cong \triangle 6$  ..... سم

٧ في الشكل المقابل :



إذا كان :  $\angle 1 = 40^\circ$  ،  $\angle 2 = 70^\circ$  ،  $\angle 3 = 30^\circ$  ،  $\angle 4 = 70^\circ$  ،  $\angle 5 = 70^\circ$

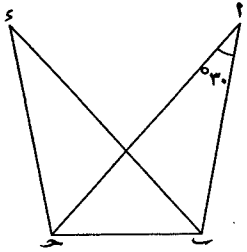
،  $\angle 6 = 30^\circ$  ،  $\angle 7 = 70^\circ$  ،  $\angle 8 = 70^\circ$  ،  $\angle 9 = 70^\circ$  ،  $\angle 10 = 70^\circ$

فأكمل ما يأتي :

(١)  $\triangle 1 \cong \triangle 2$  .....  $\triangle 3 \cong \triangle 4$  .....

(٢)  $\angle 5 = \angle 6$  .....  $\angle 7 = \angle 8$  ..... سم

٨ في الشكل المقابل :



إذا كان :  $\angle 1 = 40^\circ$  ،  $\angle 2 = 70^\circ$  ،  $\angle 3 = 30^\circ$  ،  $\angle 4 = 70^\circ$  ،  $\angle 5 = 70^\circ$

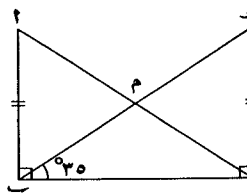
فأكمل ما يأتي :

(١)  $\triangle 1 \cong \triangle 2$  .....  $\triangle 3 \cong \triangle 4$  .....

(٢)  $\angle 3 = \angle 4$  .....  $\angle 5 = \angle 6$  .....

(٣)  $\angle 5 = \angle 6$  .....  $\angle 7 = \angle 8$  ..... سم

٩ في الشكل المقابل :



إذا كان :  $\angle 1 = 40^\circ$  ،  $\angle 2 = 70^\circ$  ،  $\angle 3 = 30^\circ$  ،  $\angle 4 = 70^\circ$  ،  $\angle 5 = 70^\circ$

،  $\angle 6 = 30^\circ$  ،  $\angle 7 = 70^\circ$  ،  $\angle 8 = 70^\circ$  ،  $\angle 9 = 70^\circ$  ،  $\angle 10 = 70^\circ$

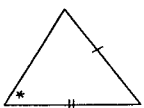
(١)  $\angle 5 = \angle 6$  .....  $\angle 7 = \angle 8$  .....

(٢)  $\angle 7 = \angle 8$  .....  $\angle 9 = \angle 10$  .....

(٣)  $\angle 9 = \angle 10$  .....  $\angle 11 = \angle 12$  ..... سم

١٠ اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة :

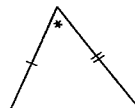
(١) المثلثات التالية متطابقة ما عدا .....



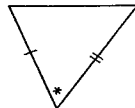
(د)



(ج)

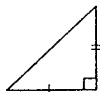


(ب)

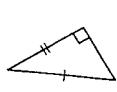


(أ)

(٢) المثلثات التالية متطابقة ما عدا .....



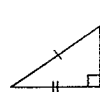
(د)



(ج)

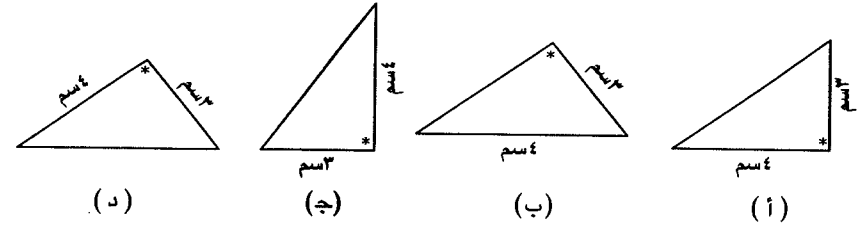


(ب)

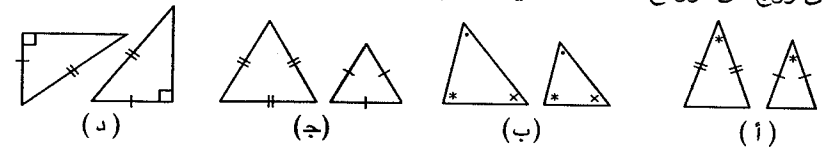


(أ)

(٣) المثلثات التالية متطابقة ما عدا .....



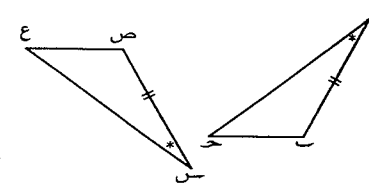
(٤) أى زوج من أزواج المثلثات الآتية متطابق ؟



(هـ) فى الشكل المقابل :

الشرط اللازم والكافى الذى يجعل المثلثين

أ ب ح ، س ص ع متطابقين هو .....



(ب) أ ب ح = س ص ع

(أ) ب ح = ص ع

(د) ب = د ، ب = د ، ب = د

(ج) ب = د ، ب = د ، ب = د

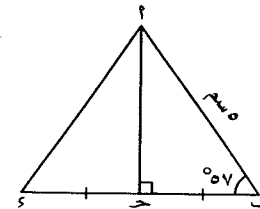
(١١) فى الشكل المقابل :

ح منتصف ب د ، أ ح ب د

أ ب ح = س ص ع ، ب = د ، ب = د

(٢) ب = د ، ب = د

أوجد : (١) طول ب د



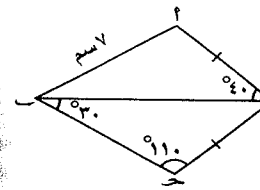
(١٢) فى الشكل المقابل :

أ ب ح = س ص ع ، ب = د ، ب = د

أ ب ح = س ص ع ، ب = د ، ب = د

(٢) ب = د ، ب = د

أوجد : (١) طول ب د

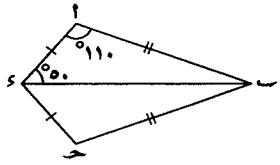


(١٣) فى الشكل المقابل :

أ ب ح = س ص ع ، ب = د ، ب = د

أ ب ح = س ص ع ، ب = د ، ب = د

أوجد : ب د

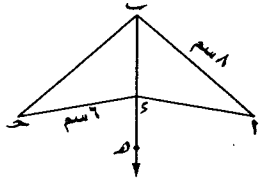


(١٤) فى الشكل المقابل :

أ ب ح = س ص ع ، ب = د ، ب = د

أ ب ح = س ص ع ، ب = د ، ب = د

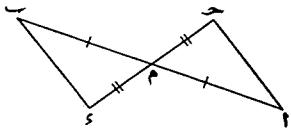
أوجد : (١) طول ب د ، (٢) طول س د



(١٥) فى الشكل المقابل :

أ ب ح = س ص ع ، ب = د ، ب = د

هل أ ب ح د = س ص ع ؟ ولماذا ؟

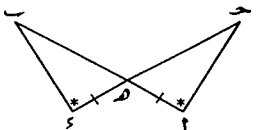


(١٦) فى الشكل المقابل :

أ ب ح = س ص ع ، ب = د ، ب = د

هل أ ب ح د = س ص ع ؟ ولماذا ؟

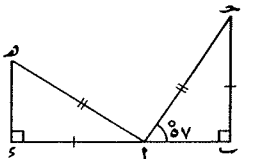
ثم استنتج أن : ح د = س د



(١٧) فى الشكل المقابل :

أ ب ح = س ص ع ، ب = د ، ب = د

أوجد : قياسات الزوايا المجهولة فى المثلث س د هـ

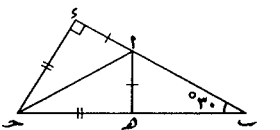


(١٨) فى الشكل المقابل :

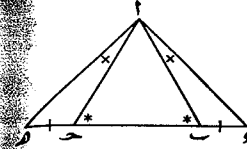
أ ب ح = س ص ع ، ب = د ، ب = د

أ ب ح = س ص ع ، ب = د ، ب = د

أوجد : ب د



١٩ في الشكل المقابل :



س = ح هـ ، و (د ا ح) = و (د ا ح ب)  
، و (د ا ع) = و (د ا هـ) هل ا هـ = ا هـ ؟ ولماذا ؟

٢٠ أكمل ما يأتي :

(١) إذا كان :  $\Delta ا ب ح \equiv \Delta س ص ع$  وكان : و (د ا) =  $50^\circ$  ، و (د ب) =  $90^\circ$

فإن : و (د ع) =  $^\circ$

(٢) إذا كان :  $\Delta ا ب ح \equiv \Delta ل م ن$  وكان : و (د ل) =  $40^\circ$  ، و (د ب) =  $90^\circ$

فإن : و (د ح) =  $^\circ$

(٣) إذا كان :  $\Delta ا ب ح \equiv \Delta س ص ع$  وكان : و (د ا) + و (د ب) =  $120^\circ$

فإن : و (د ع) =  $^\circ$

(٤) إذا كان :  $\Delta ا ب ح \equiv \Delta هـ و$  وكان : و (د ح) =  $90^\circ$

فإن : و (د ي) + و (د هـ) =  $^\circ$

(٥) إذا كان :  $\Delta ا ب ح \equiv \Delta س ص ع$  وكان محيط  $\Delta ا ب ح = 12$  سم

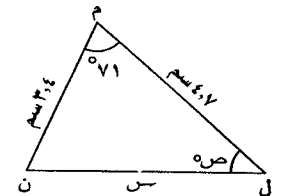
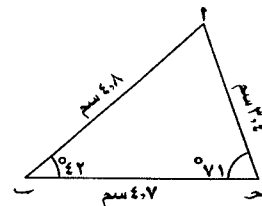
، س ص = ٤ سم ، ص ع = ٥ سم فإن : ا ح =  $^\circ$

٢١ (أ) ارسم المثلث الذي قياسات زواياه :  $50^\circ$  ،  $60^\circ$  ،  $70^\circ$

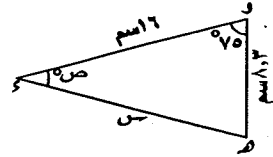
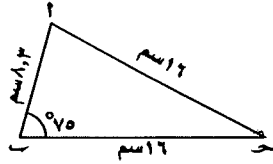
(ب) هل تستطيع رسم مثلث آخر قياسات زواياه هي :  $50^\circ$  ،  $60^\circ$  ،  $70^\circ$  لكن

لا يطابق المثلث المرسوم في (أ)

٢٢ ادرس الأشكال الآتية وأوجد قيمة كل من س ، ص في كل مما يأتي :

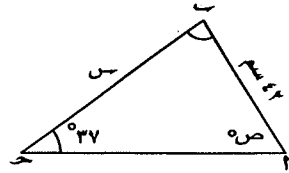
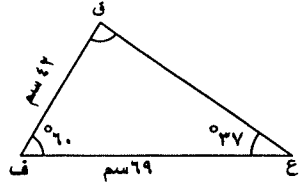


(١)

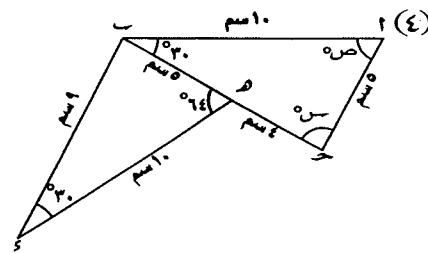
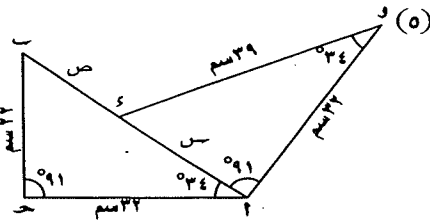


(٢)

[إرشاد : زاويتا القاعدة في المثلث المتساوي الساقين متساويتان في القياس]



(٣)



(٤)

٢٣ ادرس معطيات المثلثين ا ب ح ، س ص ع إذا كانت المعطيات كافية للتحقق من

تطابق المثلثين اكتب «تطابق المثلثين» ، وبيّن حالة التطابق ، وإذا كانت المعطيات غير كافية

للتحقق من تطابق المثلثين أذكر السبب.

(١) ا ب = ص ص ، ا ح = س ع ، ا د = د س

(٢) ا ب = ص ع ، ا ح = س ص ، ا د = د ع

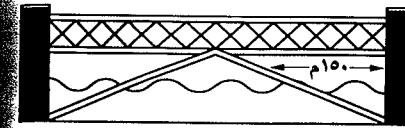
(٣) ا ب = ص ع ، ا ح = ص س ، ا د = ح س

(٤) ا ب = س ص ، ا ح = ع س ، ا د = د ص

(٥) ا ب = د ع ، ا ح = د س ، ا د = ح س

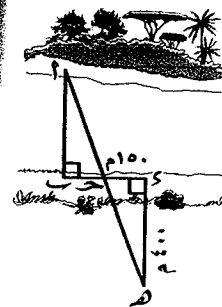
(٦) ا ب = د س ، ا ح = د ص ، ا د = ح ص

تطبيقات حياتية



٢٤ في الشكل المقابل :

كوبرى أفقى مقام فوق جزء من النهر على عمودين رأسيين متساويين فى الطول وحاملين مائلين متساويين فى الطول. بالاستعانة بالرسم أوجد طول الكوبرى مع توضيح خطوات الحل.



٢٥ لإيجاد عرض نهر أ ب نضع على الشاطئ نقطة ح ثم نقيس المسافة بين ب ، ح ونتحرك نفس المسافة حتى نقطة د ، ثم نسير عمودياً لنصل إلى نقطة ه بحيث تكون أ ، ح ، ه على استقامة واحدة ونقيس طول د ه بالاستعانة بالطريقة السابق ذكرها وبالبيانات على الرسم التوضيحي المقابل أوجد عرض النهر أ ب

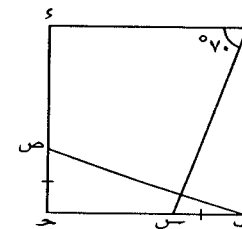
للمتفوقين

٢٦ في الشكل المقابل :

أ ب ح د مربع

ب س = ح ص ، و (د س أ) = ٧٠°

أوجد : و (د ص ب ح) مع ذكر خطوات الحل.



تنبيه !!  
فى نهاية هذا الدرس أجب عن نماذج  
اختبارات نصف الفصل الدراسى  
فى الهندسة

فى كراسة المعاصر للتقويم المستمر

الدرس 5

التوازي

الزوايا الناتجة من قطع مستقيم لمستقيمين

فى الشكل المقابل :

المستقيم ن يقطع كلاً من المستقيمين ل ، م ويُسمى المستقيم ن «القاطع».

وفى هذه الحالة ينتج ثمانى زوايا (أربع زوايا عند كل نقطة تقاطع)

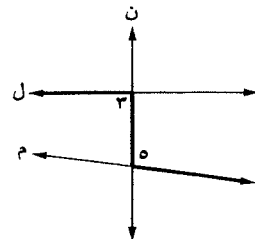
ويمكن تصنيف الثمانى زوايا الناتجة من التقاطع بالنسبة إلى موضعها

إلى أزواج من الزوايا كالتالى :

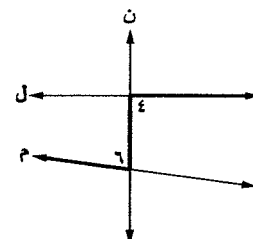
- زوايا متبادلة.
- زوايا متناظرة.
- زوايا داخلية وفى جهة واحدة من القاطع.

وفيما يلى نوضح كل زوج من أزواج الزوايا السابقة :

١ أزواج الزوايا المتبادلة :



٣ د ، ٥ د متبادلتان



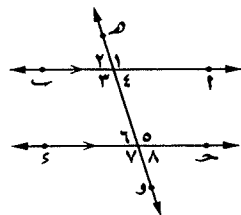
٤ د ، ٦ د متبادلتان





### العلاقة بين أزواج الزوايا الناتجة من قطع مستقيم لمستقيمين متوازيين

• إذا قطع مستقيم مستقيمين متوازيين فإن أى زاويتين ناتجتين من التقاطع إما أن تكونا متطابقتين أو متكاملتين.



• باستخدام الأدوات الهندسية أو الحاسب الآلى

ارسم المستقيمين  $أ$  و  $ب$  ، ح  $د$  بحيث :  $أ // ب$

وارسم المستقيم  $هـ$  وقاطع لهما بالقياس تجد أن :

$$١ \text{ د } = (٣ \text{ د}) ، \quad ١ \text{ د } = (٤ \text{ د}) ، \quad ١ \text{ د } = (٤ \text{ د}) ، \quad ١ \text{ د } = (٤ \text{ د})$$

وصفة عامة :

إذا قطع مستقيم مستقيمين متوازيين فإن كل زاويتين متبادلتين متساويتان فى القياس.

$$٢ \text{ د } = (١ \text{ د}) ، \quad ٢ \text{ د } = (٥ \text{ د}) ، \quad ٢ \text{ د } = (٥ \text{ د}) ، \quad ٢ \text{ د } = (٥ \text{ د})$$

$$٣ \text{ د } = (٣ \text{ د}) ، \quad ٣ \text{ د } = (٧ \text{ د}) ، \quad ٣ \text{ د } = (٧ \text{ د}) ، \quad ٣ \text{ د } = (٧ \text{ د})$$

وصفة عامة :

إذا قطع مستقيم مستقيمين متوازيين فإن كل زاويتين متناظرتين متساويتان فى القياس.

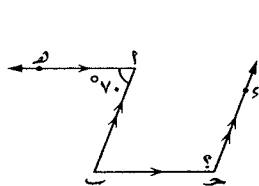
$$٣ \text{ د } = (٣ \text{ د}) + (٦ \text{ د}) = ١٨٠ ، \quad ٣ \text{ د } = (٤ \text{ د}) + (٥ \text{ د}) = ١٨٠$$

وصفة عامة :

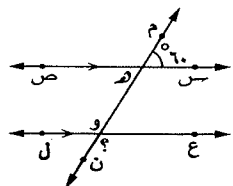
إذا قطع مستقيم مستقيمين متوازيين فإن كل زاويتين داخليتين وفى جهة واحدة من القاطع متكاملتان.

### مثال ١

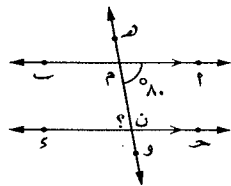
فى كل من الأشكال الآتية أوجد قياس الزاوية المشار إليها بالعلامة ( ؟ ) مع ذكر السبب :



شكل (٣)

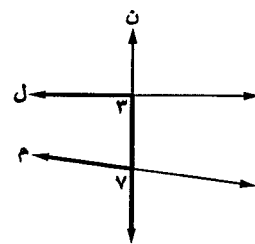


شكل (٢)

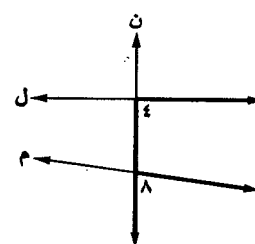


شكل (١)

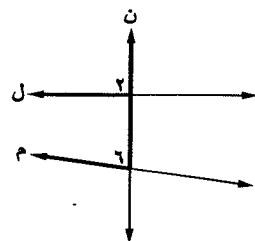
### ٢ أزواج الزوايا المتناظرة :



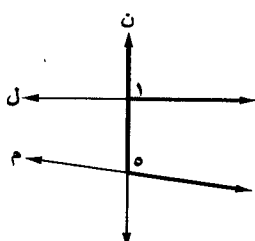
٣ د ، ٧ د متناظرتان



٤ د ، ٨ د متناظرتان

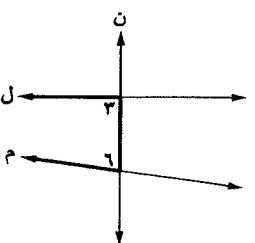


٢ د ، ٦ د متناظرتان

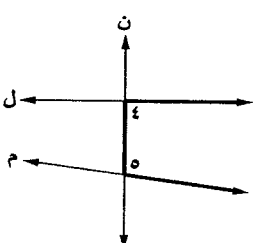


١ د ، ٥ د متناظرتان

### ٣ أزواج الزوايا الداخلة وفى جهة واحدة من القاطع :



٣ د ، ٦ د داخلتان وفى جهة واحدة من القاطع



٤ د ، ٥ د داخلتان وفى جهة واحدة من القاطع

الحل

شكل (١):  $\angle م ن ع = 80^\circ$  لأن:  $\angle م ن ع = \angle د م ن$  (بالتبادل)

شكل (٢):  $\angle د ع و = 120^\circ$  لأن:  $\angle د ع و = \angle د س م$  (بالتناظر)

فيكون:  $\angle د ع و = 120^\circ - 180^\circ = 60^\circ$

شكل (٣):  $\angle د ح ع = 110^\circ$  لأن:  $\angle د ح ع = \angle د ب$  (بالتبادل)

وحيث إن:  $\angle د ب$ ،  $\angle د ح ع$  داخلتان وفي جهة واحدة من القاطع

فيكون:  $\angle د ح ع = 110^\circ - 70^\circ = 40^\circ$

مثال ٢

في الشكل المقابل:

$\overline{م ح} \parallel \overline{ب ح}$ ،  $\angle ح = 70^\circ$

$\angle د ع م = 50^\circ$ ،  $\angle د ح ع = 70^\circ$

أوجد مع ذكر السبب:

١  $\angle د م ب$  ٢  $\angle د ح$  ٣  $\angle د م ح$

الحل

١  $\angle د م ب = 50^\circ$  لأن:  $\angle د م ب = \angle د ح$  (بالتبادل)

٢  $\angle د ح = 70^\circ$  لأن:  $\angle د ح = \angle د ح$  (بالتناظر)

٣  $\angle د م ح = 110^\circ$

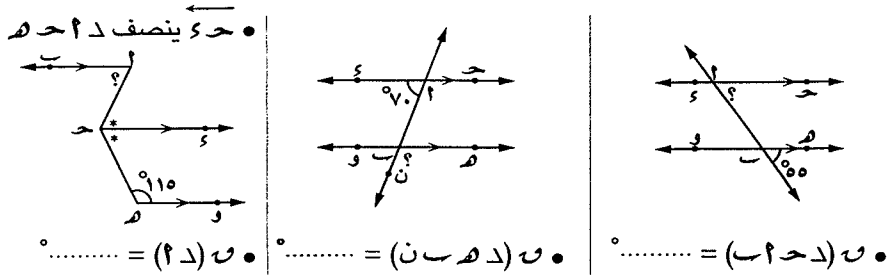
لأن:  $\angle د م ح$ ،  $\angle د ح$  داخلتان وفي جهة واحدة من القاطع  $\overline{م ح}$  فهما متكاملتان.

أو لأن:  $\angle د م ح = \angle د ح + \angle د م ب = 70^\circ + 40^\circ = 110^\circ$

إن:  $\angle د م ح = 110^\circ - 70^\circ = 40^\circ$

حاول بنفسك

في كل من الأشكال الآتية أوجد قياس الزاوية أسفل كل شكل:



كيف تثبت أن مستقيمين متوازيان؟

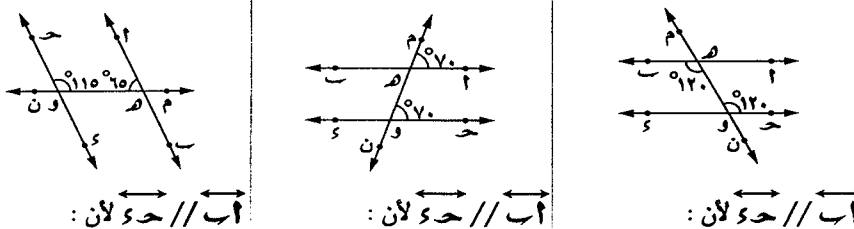
يتوازي المستقيمان إذا قطعهما مستقيم ثالث وحدثت إحدى الحالات الآتية:

١ زاويتان متبادلتان متساويتان في القياس.

أو ٢ زاويتان متناظرتان متساويتان في القياس.

أو ٣ زاويتان داخلتان وفي جهة واحدة من القاطع متكاملتان.

لاحظ كلاً من الأشكال التالية حيث:  $\overline{أ ب}$ ،  $\overline{ح د}$  مستقيمان،  $\overline{م ن}$  قاطع لهما:



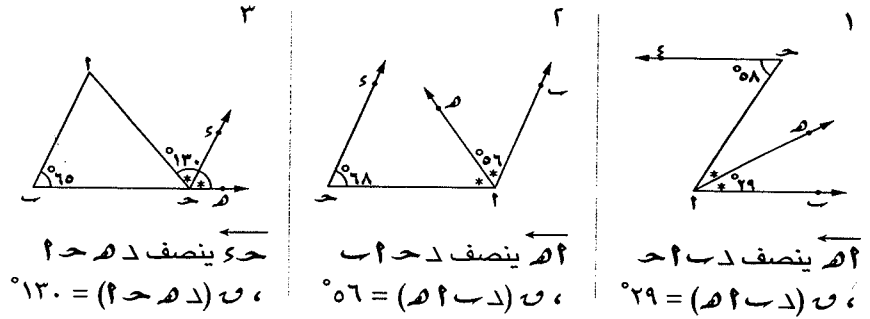
$\angle د م ح = \angle د ح$  (بالتبادل)  $\angle د م ح = \angle د ح$  (بالتناظر)  $\angle د م ح = \angle د ح$  (بالتناظر)

$110^\circ = 70^\circ + 40^\circ$   $70^\circ = 70^\circ$   $120^\circ = 70^\circ + 50^\circ$

وهما في وضع تبادل. وهما في وضع تناظر. وهما داخلتان وفي جهة واحدة من القاطع.

مثال ٣

في كل مما يأتي بيّن لماذا يكون  $\vec{a} \parallel \vec{b}$  :



الحل

١  $\vec{c} \perp \vec{b} = 29^\circ \times 2 = 58^\circ$

أي أن :  $\vec{c} \perp \vec{b} = \vec{c} \perp \vec{a}$  وهما في وضع تبادل لذلك  $\vec{a} \parallel \vec{b}$

٢  $\vec{c} \perp \vec{b} = 56^\circ \times 2 = 112^\circ$

أي أن :  $\vec{c} \perp \vec{b} + \vec{c} \perp \vec{a} = 112^\circ + 68^\circ = 180^\circ$

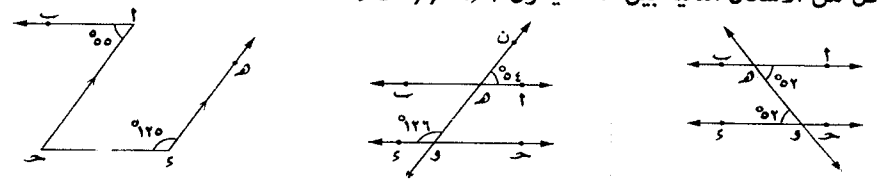
وهما داخلتان وفي جهة واحدة من القاطع لذلك  $\vec{a} \parallel \vec{b}$

٣  $\vec{c} \perp \vec{b} = \frac{130^\circ}{2} = 65^\circ$

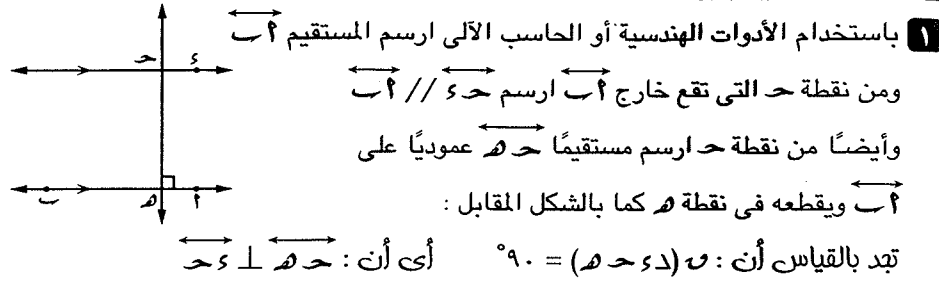
أي أن :  $\vec{c} \perp \vec{b} = \vec{c} \perp \vec{a}$  وهما في وضع تناظر لذلك  $\vec{a} \parallel \vec{b}$

طاولي بمسك

في كل من الأشكال التالية بيّن لماذا يكون  $\vec{a} \parallel \vec{b}$  :



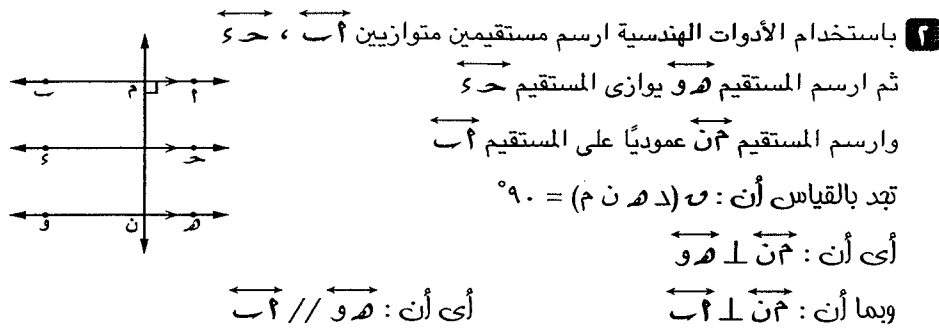
حقائق هندسية



وبصفة عامة :

المستقيم العمودي على أحد مستقيمين متوازيين في المستوى يكون عمودياً على الآخر. والعكس صحيح أي أنه :

إذا كان كل من مستقيمين عمودياً على ثالث في المستوى كان المستقيمان متوازيين.

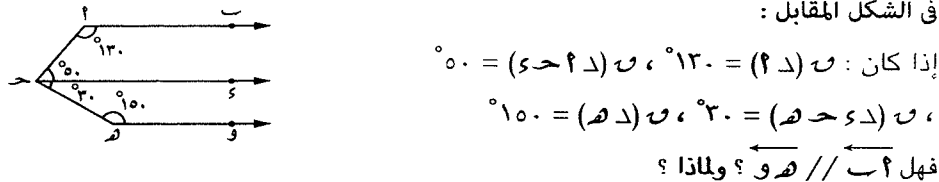


وبصفة عامة :

إذا وازى مستقيمان مستقيماً ثالثاً كان هذان المستقيمان متوازيين.

مثال ٤

في الشكل المقابل :



أَيُّ أُنْه :

$\angle 18. = \angle 5. + \angle 13. = (21^\circ) \angle + (21^\circ) \angle : \text{لأن } \overleftrightarrow{AB} \parallel \overleftrightarrow{CD}$

هو // ح ← لأن: ح (د) + ح (د ح) = °١٨٠ = °٣٠ + °١٥٠

← // ←  
إذن ٢ // هو

### مثال ۵

ع۶ // ص۵ // س۴ // ح۳

۱ ص = ص = ج = ج = ح ، ۱ ب = ۱۵ سم

أوجد : طول  $\overline{AB}$  مع بيان السبب.

**في الشكل المقابل :**

إذا كان:  $v = (d \text{ أ ب هـ}) = v = (d \text{ ح و}) = 0.$

وَحْدًا ۚ

فهل وح ل ح ؟ ولماذا ؟

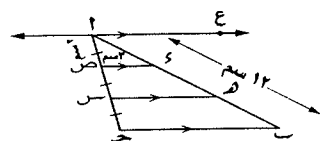
حيث إن : ع // ص // س // ح // ب ، أ ب ، أ ح قاطعان لهم

، ا ص = ص س = س ح

فإن:  $s = s' = s'' = s''' = \frac{15}{3} = 5$  سم

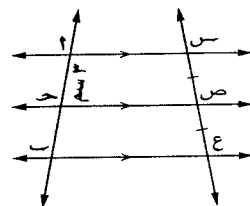
أى أن:  $5 = 0 + 0 = 10$  سم

أكمل أسفل كل شكل من الشكلين الآتيين :



● ب د = ..... سم

• محيط  $\Delta$  و  $\rho$  ص = ..... سم



۲۹ = ..... سم

## 3

٣ باستخدام الأدوات الهندسية أو الحاسب الآلى

ارسم عدة مستقيمات متوازية ل<sub>1</sub> ، ل<sub>2</sub> ، ل<sub>3</sub> ، ل<sub>4</sub>

ثم ارسم المستقيم م، قاطعاً لهم في ا، ب، ح، د،

على الترتيب بحيث  $a = b = c = d$

ثم ارسم المستقيم م، قاطعاً آخر لهذه المستقيمت

ويقطعها في هـ ، و ، نر ، ح على الترتيب

وأوجد بالقياس أطوال القطع المستقيمة هو ، و نر ، نر ح

سوف تقد أن:  $h = w = n = n = c$

وبصفة عامة :

إذا كان : ل<sub>١</sub> // ل<sub>٢</sub> // ل<sub>٣</sub> // ل<sub>٤</sub> ، م<sub>١</sub> ، م<sub>٢</sub> قاطعان لهم

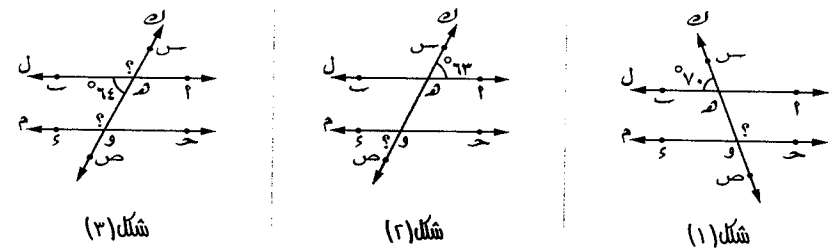
بحیث ا ب = ب ح = ح د فان : ه و = و نر = نر ح

## ١ أكمل ما يأتي :

- (١) المستقيم العمودي على أحد مستقيمين متوازيين يكون ..... الآخر في المستوى.
- (٢) إذا وازى مستقيمان مستقيماً ثالثاً كان هذان المستقيمان .....
- (٣) إذا قطع مستقيم مستقيمين متوازيين فإن كل زاويتين متبادلتين .....
- (٤) إذا قطع مستقيم مستقيمين متوازيين فإن كل زاويتين متناظرتين .....
- (٥) إذا قطع مستقيم مستقيمين متوازيين فإن كل زاويتين داخليتين وفي جهة واحدة من القاطع .....
- (٦) إذا قطع مستقيم مستقيمين ونتاجت زاويتان متناظرتان متساويتان في القياس كان المستقيمان .....
- (٧) إذا قطع مستقيم مستقيمين ونتاجت زاويتان متبادلتان متساويتان في القياس كان المستقيمان .....
- (٨) إذا قطع مستقيم مستقيمين ووجدت زاويتان داخليتان وفي جهة واحدة من القاطع متكاملتان كان هذان المستقيمان .....
- (٩) إذا قطع مستقيم عدة مستقيمات متوازية ، وكانت أجزاء القاطع المحصورة بين هذه المستقيمات المتوازية متساوية في الطول ، فإن الأجزاء المحصورة بينها لأي قاطع آخر تكون .....

## ٢ في كل من الأشكال الآتية : المستقيم ل // المستقيم م ، المستقيم ن قاطع لهما .

أوجد قياسات الزوايا المشار إليها بالعلامة ( ؟ )



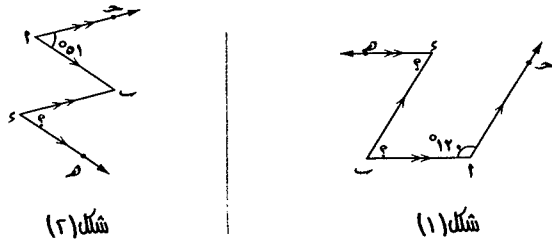
شكل (١)

شكل (٢)

شكل (٣)

## ٣ في كل من الشكلين الآتيين : إذا كان : $a \parallel b$ ، $c \parallel d$ ،

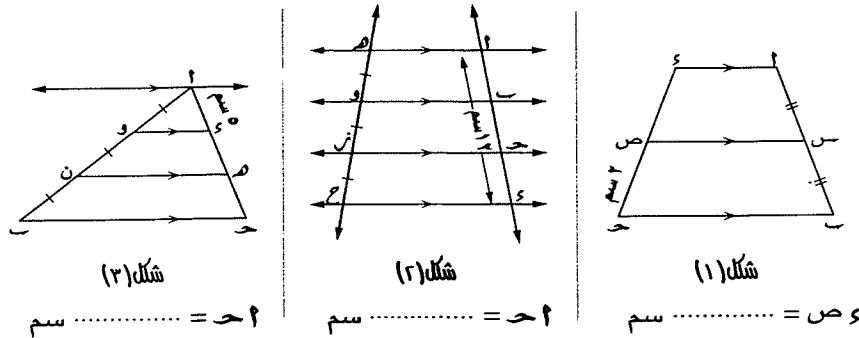
فأوجد قياسات الزوايا المشار إليها بالعلامة (؟)



شكل (١)

شكل (٢)

## ٤ أكمل أسفل كل شكل بالاستعانة بالبيانات الموضحة على الرسم :



شكل (١)

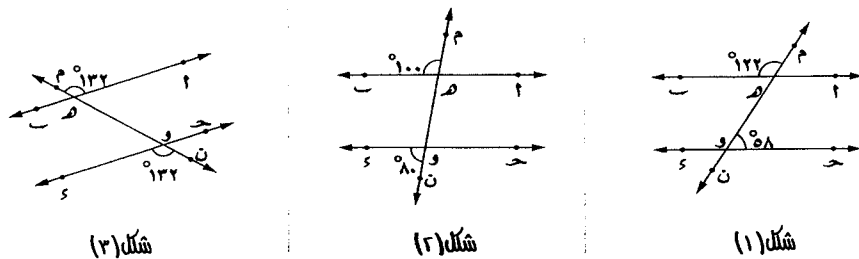
شكل (٢)

شكل (٣)

ص = ح ..... سم      ح = ن ..... سم      ح = ن ..... سم

## ٥ في كل من الأشكال الآتية : إذا كان م ن يقطع أ ب ، ح د في ه ، و على الترتيب .

فبين مع ذكر السبب لماذا يكون  $a \parallel b$  //  $c \parallel d$  :

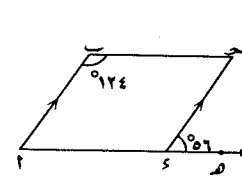


شكل (١)

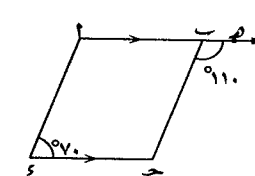
شكل (٢)

شكل (٣)

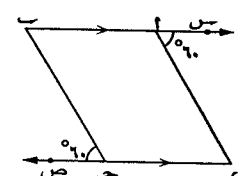
٦ في كل من الأشكال الآتية يبين مع ذكر السبب لماذا يكون  $\overleftrightarrow{AE} \parallel \overleftrightarrow{BC}$  :



شكل (٣)



شكل (٢)



شكل (١)

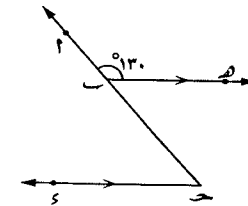
٧ اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة :

(١) في الشكل المقابل :

$\overleftrightarrow{AB} \parallel \overleftrightarrow{CD}$  ،  $\overleftrightarrow{AC} \parallel \overleftrightarrow{BD}$

،  $\angle A = 130^\circ$  فإن  $\angle C =$  .....

- (أ)  $90^\circ$  (ب)  $40^\circ$  (ج)  $50^\circ$  (د)  $130^\circ$

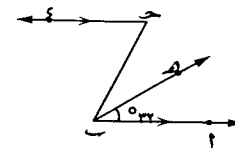


(٢) في الشكل المقابل :

$\overleftrightarrow{AB} \parallel \overleftrightarrow{CD}$  ،  $\overleftrightarrow{AC} \parallel \overleftrightarrow{BD}$

،  $\angle A = 32^\circ$  فإن  $\angle C =$  .....

- (أ)  $80^\circ$  (ب)  $64^\circ$  (ج)  $60^\circ$  (د)  $32^\circ$



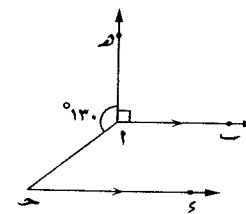
(٣) في الشكل المقابل :

$\overleftrightarrow{AB} \parallel \overleftrightarrow{CD}$  ،  $\angle A = 130^\circ$

،  $\angle B = 90^\circ$

فإن  $\angle C =$  .....

- (أ)  $90^\circ$  (ب)  $130^\circ$  (ج)  $140^\circ$  (د)  $40^\circ$



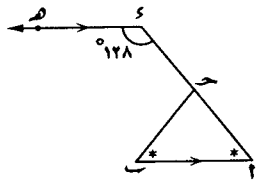
(٤) في الشكل المقابل :

$\overleftrightarrow{AB} \parallel \overleftrightarrow{DE}$  ،  $\angle A = 128^\circ$

،  $\angle C = 52^\circ$  ،  $\angle D =$  .....

فإن  $\angle B =$  .....

- (أ)  $64^\circ$  (ب)  $128^\circ$  (ج)  $52^\circ$  (د)  $26^\circ$



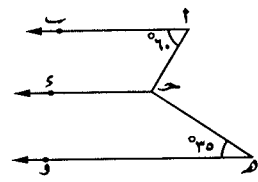
(٥) في الشكل المقابل :

$\overleftrightarrow{AB} \parallel \overleftrightarrow{CD}$  ،  $\overleftrightarrow{AC} \parallel \overleftrightarrow{BD}$

،  $\angle A = 60^\circ$  ،  $\angle D = 30^\circ$

فإن  $\angle C =$  .....

- (أ)  $60^\circ$  (ب)  $30^\circ$  (ج)  $90^\circ$  (د)  $80^\circ$

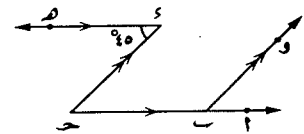


(٦) في الشكل المقابل :

$\overleftrightarrow{AB} \parallel \overleftrightarrow{DE}$  ،  $\angle A = 40^\circ$

،  $\overleftrightarrow{AC} \parallel \overleftrightarrow{BD}$  فإن  $\angle C =$  .....

- (أ)  $40^\circ$  (ب)  $90^\circ$  (ج)  $130^\circ$  (د)  $40^\circ$



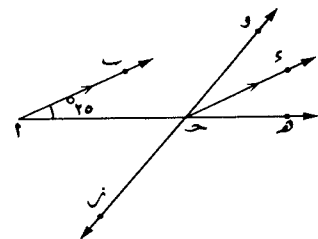
(٧) في الشكل المقابل :

$\overleftrightarrow{AB} \parallel \overleftrightarrow{CD}$  ،  $\angle A = 20^\circ$

،  $\overleftrightarrow{AC} \parallel \overleftrightarrow{BD}$  ،  $\angle C =$  .....

فإن  $\angle B =$  .....

- (أ)  $20^\circ$  (ب)  $50^\circ$  (ج)  $130^\circ$  (د)  $12\frac{1}{2}^\circ$



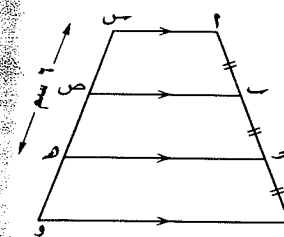
(٨) في الشكل المقابل :

$$\overline{أس} // \overline{بص} // \overline{ح د} // \overline{و ع}$$

$$أب = ب ح = ح د$$

$$س ه = ه و = ٦ \text{ سم}$$

فإن : طول  $\overline{ص و} = \dots\dots\dots$



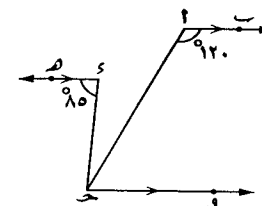
(١) ٣ سم (ب) ٦ سم (ج) ١٢ سم (د) ٩ سم

(٩) في الشكل المقابل :

$$\overline{أ ب} // \overline{ح و} // \overline{د ه}$$

$$و (د) = ١٢٠^\circ , و (د) = ٨٥^\circ$$

فإن :  $و (د أ ح) = \dots\dots\dots$



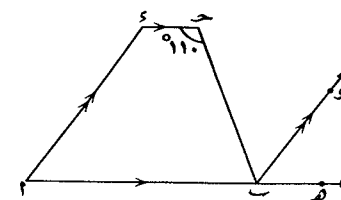
(١) ٦٠ (ب) ٨٥ (ج) ٢٥ (د) ١٢٠

(١٠) في الشكل المقابل :

$$\overline{أ ب} // \overline{ح د} , و (د ح) = ١١٠^\circ$$

$$\overline{أ ب} // \overline{و د} , و ينصف د ح ه$$

حيث  $ه \in \overline{أ ب}$  فإن :  $و (د أ) = \dots\dots\dots$



(١) ٥٥ (ب) ١١٠ (ج) ٧٠ (د) ٦٠

(١١) في الشكل المقابل :

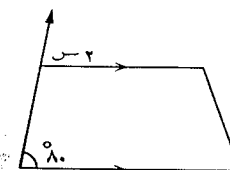
ما قيمة س ؟

$$(١) ٤٠^\circ$$

$$(ج) ٨٠^\circ$$

$$(ب) ٦٠^\circ$$

$$(د) ١٠٠^\circ$$

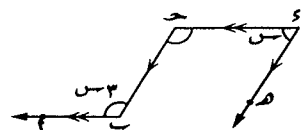


(١٢) في الشكل المقابل :

$$\overline{أ ب} // \overline{د ع}$$

$$\overline{د ه} // \overline{ح ب}$$

فإن :  $س = \dots\dots\dots$



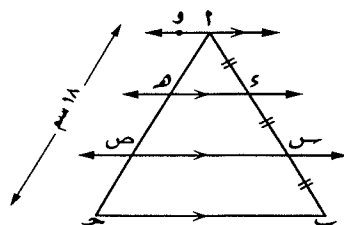
(١) ٦٠ (ب) ٤٥ (ج) ١٢٠ (د) ٩٠

(١٣) في الشكل المقابل :

$$\overline{أ و} // \overline{د ه} // \overline{س ص} // \overline{ب ح}$$

$$أ ب = ب س = س د = د ح = ١٨ \text{ سم}$$

أوجد : طول  $\overline{أ ص}$

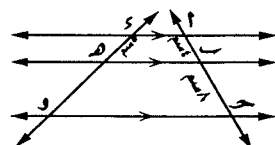


(١٤) في الشكل المقابل :

$$\overline{أ ب} // \overline{د ه} // \overline{ح و} , أ ب = ب د = ٤ \text{ سم}$$

$$ب ح = ٨ \text{ سم} , د ه = ٥ \text{ سم}$$

أوجد : طول  $\overline{ه و}$

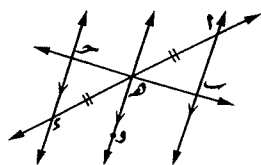


(١٥) في الشكل المقابل :

$$\overline{أ ب} \cap \overline{د ه} = \{ه\} , \overline{أ ب} // \overline{ه و} // \overline{د ح}$$

فإذا كان :  $أ ب = ب د = ٨ \text{ سم}$

فأوجد : طول  $\overline{ب ه}$

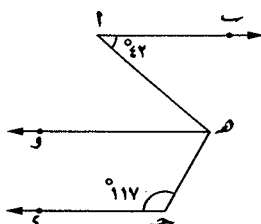


(١٦) في الشكل المقابل :

$$\overline{أ ب} // \overline{د ح} , \overline{ه و} // \overline{د ح}$$

$$و (د أ) = ٤٢^\circ , و (د ح) = ١١٧^\circ$$

عَيِّن :  $و (د أ ه ح)$



١٢ في الشكل المقابل :

$$\angle 1 = 40^\circ, \angle 2 = 50^\circ$$

$$\overrightarrow{AB} \parallel \overrightarrow{CD}, \overrightarrow{AD} \parallel \overrightarrow{BC}$$

أوجد :  $\angle 3$  و  $\angle 4$

١٣ في الشكل المقابل :

$$\overrightarrow{AB} \parallel \overrightarrow{CD}, \angle 1 = 70^\circ, \angle 2 = 50^\circ$$

$$\angle 3 = 70^\circ, \angle 4 = 50^\circ$$

أوجد : قياسات زوايا  $\triangle ABC$

١٤ في الشكل المقابل :

$$\overrightarrow{AB} \parallel \overrightarrow{CD} \parallel \overrightarrow{EF}$$

$$\angle 1 = 35^\circ, \angle 2 = 55^\circ$$

أوجد : (١)  $\angle 3$  و (٢)  $\angle 4$

١٥ في الشكل المقابل :

$$\overrightarrow{AB} \parallel \overrightarrow{CD}, \overrightarrow{AD} \parallel \overrightarrow{BC}$$

$$\angle 1 = 56^\circ, \angle 2 = 70^\circ$$

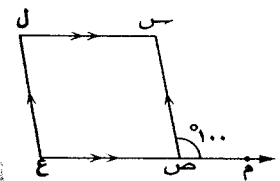
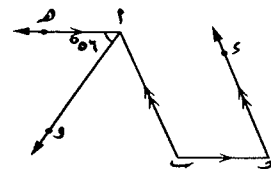
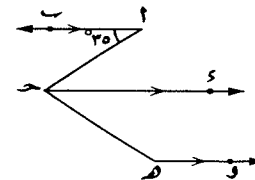
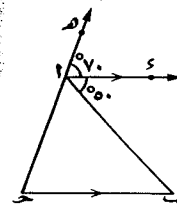
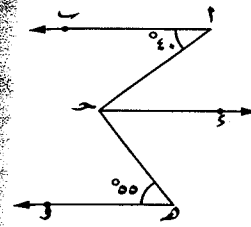
أوجد :  $\angle 3$  و  $\angle 4$

١٦ في الشكل المقابل :

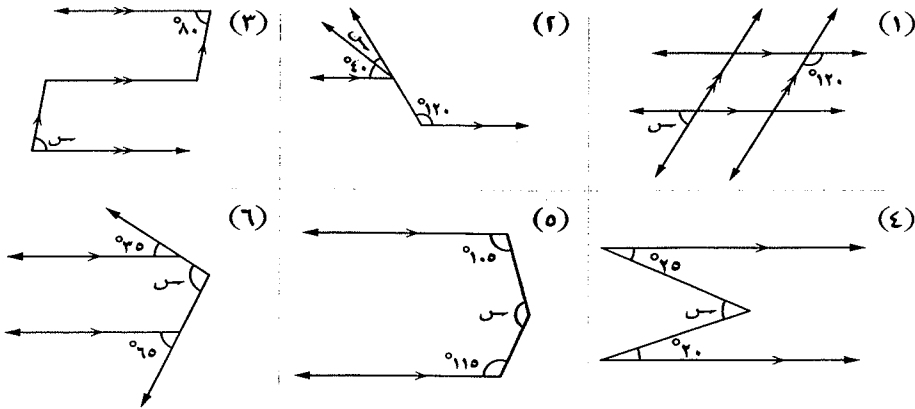
$$\overrightarrow{AB} \parallel \overrightarrow{CD}, \overrightarrow{AD} \parallel \overrightarrow{BC}$$

$$\angle 1 = 100^\circ, \angle 2 = 80^\circ$$

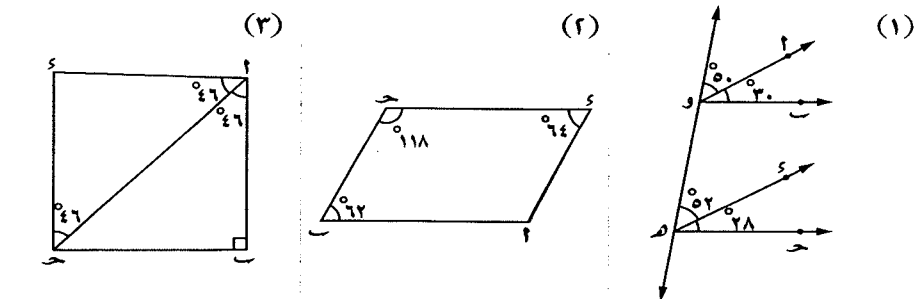
أوجد : (١)  $\angle 3$  و (٢)  $\angle 4$  و (٣)  $\angle 5$



١٧ أوجد قيمة  $x$  في كل من الأشكال الآتية :



١٨ أوجد أزواج المستقيمات المتوازية في كل مما يأتي :



١٩ في الشكل المقابل :

$$\overrightarrow{AB} \parallel \overrightarrow{CD}, \angle 1 = 70^\circ, \angle 2 = 120^\circ$$

$$\angle 3 = 50^\circ, \angle 4 = 120^\circ$$

٢٠ في الشكل المقابل :

$$\overrightarrow{AB} \parallel \overrightarrow{CD}, \angle 1 = 60^\circ, \angle 2 = 120^\circ$$

$$\angle 3 = 60^\circ, \angle 4 = 120^\circ$$

$$\angle 5 = 120^\circ, \angle 6 = 60^\circ$$

فأوجد مع بيان السبب : طول  $AB$

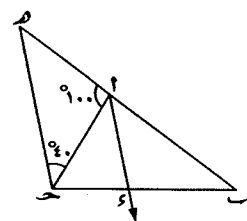


٢٦ في الشكل المقابل :

$\angle م = \angle ا$  ،  $\angle ا$  ينصف  $\angle ب$  ا ح

$\angle م = (\angle ا ح ب) = ١٠٠^\circ$  ،  $\angle م = (\angle ا ح د) = ٤٠^\circ$  ،

هل  $\overline{ا م} \parallel \overline{ا ح م}$  ؟ ولماذا ؟

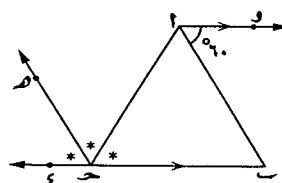


٢٧ في الشكل المقابل :

$\angle م = (\angle ا ب ح) = ٦٠^\circ$  ،  $\overline{ا م} \parallel \overline{ا ب}$  ،  $\angle م = \angle ب$  و

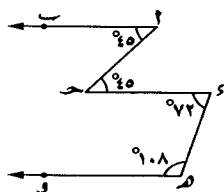
$\angle م = (\angle ا ح ب) = \angle م = (\angle ا ح د) = \angle م = (\angle ا ح د)$  ،

هل  $\overline{ا ب} \parallel \overline{ا ح م}$  ؟ ولماذا ؟



٢٨ في الشكل المقابل :

هل  $\overline{ا ب} \parallel \overline{ا ح} \parallel \overline{ا د} \parallel \overline{ا هـ}$  ؟ ولماذا ؟

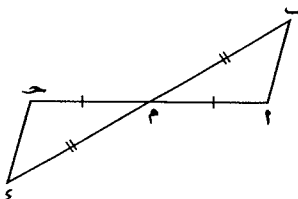


٢٩ في الشكل المقابل :

$\overline{ا م} \cap \overline{ا ح} = \{م\}$  ،  $\angle م = \angle م$  ،  $\angle م = \angle م$  ،  $\angle م = \angle م$  ،

(١) هل  $\triangle ا م ب \equiv \triangle ا ح م$  ؟ ولماذا ؟

(٢) هل  $\overline{ا ب} \parallel \overline{ا ح}$  ؟ ولماذا ؟

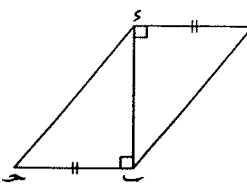


٣٥ في الشكل المقابل :

$\angle ا ح ب = \angle ا ح د$  ،  $\angle ا ح ب = \angle ا ح د$  ،  $\angle ا ح ب = \angle ا ح د$  ،

$\angle ا ح ب = (\angle ا ح د) = \angle ا ح ب = (\angle ا ح د) = ٩٠^\circ$  ،

هل  $\overline{ا ب} \parallel \overline{ا ح}$  ؟ ولماذا ؟

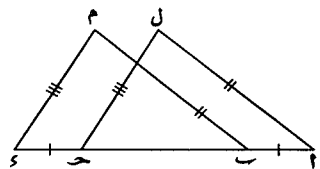


٢٦ في الشكل المقابل :

$\angle م = \angle ا$  ،  $\angle ا$  ينصف  $\angle ب$  ا ح

$\angle م = \angle ا$  ،  $\angle ا$  ينصف  $\angle ب$  ا ح

هل  $\overline{ا م} \parallel \overline{ا ح م}$  ؟ ولماذا ؟

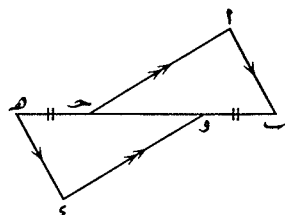


٢٧ في الشكل المقابل :

$\overline{ا م} \parallel \overline{ا ب}$  ،  $\angle م = \angle ب$  و

$\angle م = (\angle ا ح ب) = \angle م = (\angle ا ح د) = \angle م = (\angle ا ح د)$  ،

هل  $\overline{ا ب} \parallel \overline{ا ح م}$  ؟ ولماذا ؟

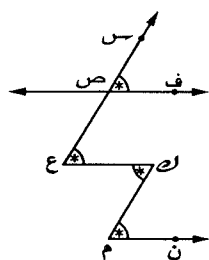


٢٨ في الشكل المقابل :

$\angle م = (\angle ا ب ح) = \angle م = (\angle ا ح ب) = \angle م = (\angle ا ح د) = \angle م = (\angle ا ح د)$  ،

اكتب أربعة أزواج من المستقيمتين

المتوازية مع ذكر السبب.

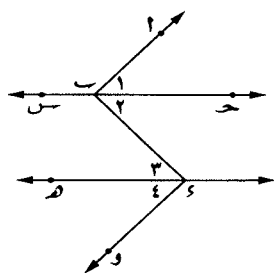


٢٩ في الشكل المقابل :

$\angle ا ح ب = \angle ا ح د$  ،

$\angle ا ح ب = \angle ا ح د$  ،

هل  $\overline{ا ب} \parallel \overline{ا ح}$  ؟ مع ذكر السبب.



٣٠ في الشكل المقابل :

$$\overrightarrow{مأ} // \overrightarrow{هـب} // \overrightarrow{نح}$$

$$\overrightarrow{مأ} \supset \overrightarrow{هـب}, \overrightarrow{هـب} \supset \overrightarrow{نح},$$

$$\overrightarrow{لح} \supset \overrightarrow{مأ}, \overrightarrow{مأ} \cap \overrightarrow{نح} = \{هـ\}$$

هل  $م = ل$  و  $ح = ن$  ولماذا ؟

### تطبيق حياتي

٣١ يعتبر برج بيزا المائل في مدينة بيزا الإيطالية إحدى عجائب

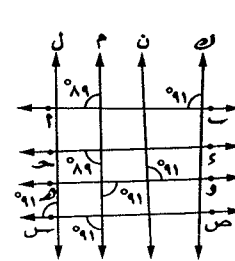
فن العمارة ، فإذا كان برج بيزا يميل على الأرض بزاوية

قياسها  $٨٤^\circ$  فما العلاقة بين  $١ د$  ،  $٣ د$  ؟

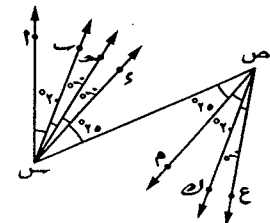
ومن ثم أوجد :  $٢ د$

### للمتفوقين

٣٢ في كل شكل من الشكلين الآتيين أوجد أزواج المستقيمات المتوازية :



(٢)



(١)

٣٣ في الشكل المقابل :

$$\overrightarrow{مأ} // \overrightarrow{هـب}$$

، أوجد قيمة المقدار :  $س + ص + ع$

## الدرس 6

### إنشاءات هندسية

أولاً إنشاء عمود على مستقيم معلوم ماراً بنقطة لا تنتمي إلى المستقيم

إذا كان :  $\overrightarrow{أب}$  مستقيماً معلوماً

$$\overrightarrow{أب} \neq \overrightarrow{أح},$$

كما في شكل (١)

والمطلوب : رسم مستقيم يمر بالنقطة ح عمودياً على  $\overrightarrow{أب}$

خطوات العمل :

١ نركز بسن الفرجار عند ح وبفتحة

مناسبة نرسم قوساً يقطع  $\overrightarrow{أب}$  في

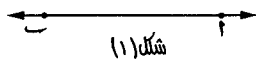
النقطتين د ، هـ كما في شكل (٢)

٢ نركز في كل من النقطتين د ، هـ

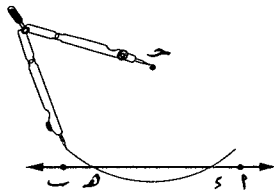
وبفتحة مناسبة (أكبر من نصف طول د هـ)

نرسم قوسين يتقاطعان في ل

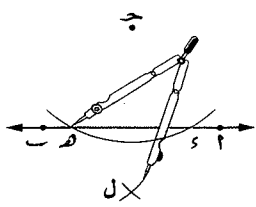
كما في شكل (٣)



شكل (١)



شكل (٢)



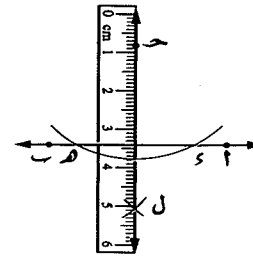
شكل (٣)

٣ نرسم ح ل فيكون هو

المستقيم المار بالنقطة ح

عمودياً على أ ب

كما في شكل (٤)



شكل (٤)

حاول بنفسك

ارسم عموداً على مستقيم من نقطة خارجة عنه.

ثانياً إنشاء عمود على مستقيم معلوم ماراً بنقطة تنتمي إلى المستقيم

إذا كان : أ ب مستقيماً معلوماً ، ح ∉ أ ب

كما في شكل (١١)

والمطلوب : رسم عمود على أ ب من النقطة ح

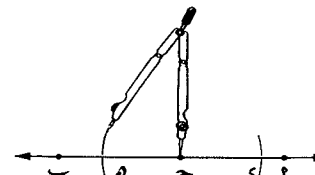
خطوات العمل :

١ نركز بسن الفرجار عند النقطة ح

وبفتحة مناسبة نرسم قوسين في

جهتين مختلفتين من النقطة ح يقطعان

أ ب في النقطتين د ، ه كما في شكل (٢)



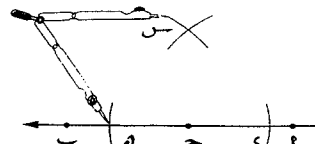
شكل (٢)

٢ نركز بسن الفرجار عند كل من

د ، ه وبفتحة أكبر من نصف طول

د ه نرسم قوسين يتقاطعان في نقطة

س كما في شكل (٣)



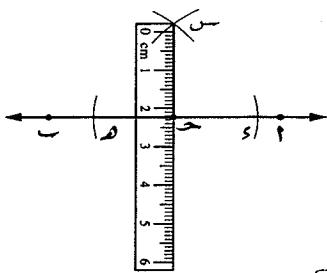
شكل (٣)

٣ نرسم س ح

فتكون س ح عمودية

على أ ب كما في

شكل (٤)



شكل (٤)

حاول بنفسك

ارسم عموداً على مستقيم من نقطة تنتمي إليه.

محور تماثل القطعة المستقيمة

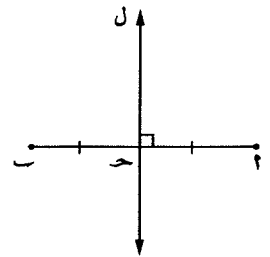
هو المستقيم العمودي عليها من منتصفها.

ففي الشكل المقابل :

إذا كانت : ح منتصف أ ب ، المستقيم ل ⊥ أ ب

من نقطة ح

فإن : المستقيم ل هو محور تماثل أ ب



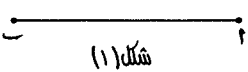
ثالثاً تنصيف قطعة مستقيمة معلومة «إنشاء محور تماثل للقطعة المستقيمة»

إذا كانت : أ ب قطعة مستقيمة معلومة

كما في شكل (١)

والمطلوب : إنشاء محور تماثل للقطعة المستقيمة أ ب

(أى إنشاء عمودى على أ ب من منتصفها)



شكل (١)

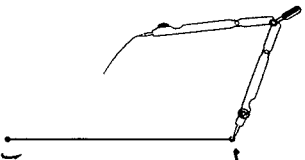
خطوات العمل :

١ نركز بسن الفرجار في أ وبفتحة

أكبر من نصف طول أ ب نرسم

قوسين في جهتين مختلفتين من أ ب

كما في شكل (٢)



شكل (٢)

• ثانياً : رسم محاور تماثل أضلاع المثلث :

١ نركز بسن الفرجار في ١ ويفتحه طولها أكبر من  $\frac{1}{3}$  ب أي أكبر من ٢ سم نرسم قوسين في جهتين مختلفتين من ١ ب

٢ نركز بسن الفرجار في ٢ وبفس الفتحة السابقة نرسم قوسين آخرين يتقاطعان مع القوسين السابقين في النقطتين ٤ ، ٥

٣ نرسم ٤ ٥ فيكون محور تماثل للضلع ١ ب

٤ بنفس الخطوات السابقة نرسم محوري تماثل للضلعين ١ ح ، ٢ ح

٥ من الرسم نلاحظ أن محاور التماثل الثلاثة تتقاطع في نقطة واحدة (م)

لاحظانه

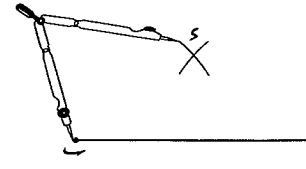
يمكن الرسم مع عدم ذكر الخطوات ولا تمع الأقواس.

ملاحظات

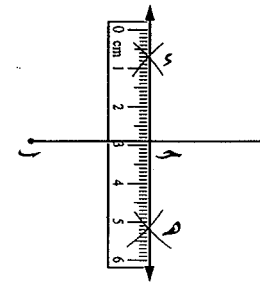
• محاور تماثل أضلاع أى مثلث تتقاطع في نقطة واحدة ولكن م يختلف موقع النقطة م حسب نوع المثلث كما يلي :

المثلث منفرج الزاوية	المثلث قائم الزاوية	المثلث حاد الزوايا
م تقع خارج المثلث	م تقع في منتصف الوتر	م تقع داخل المثلث

• أطوال القطع المستقيمة الواصلة بين نقطة تقاطع محاور التماثل ورؤوس المثلث تكون متساوية في كل حالة من الحالات السابقة. أى أن :  $م ١ = م ٢ = م ٣ = م ٤$



شكل (٣)



شكل (٤)

٢ نركز بسن الفرجار في ٢ وبفس الفتحة السابقة نرسم قوسين آخرين يتقاطعان مع القوسين السابقين في النقطتين ٤ ، ٥

كما في شكل (٣)

٣ نرسم ٤ ٥ فيقطع ١ ب في نقطة لتكن نقطة ح فتكون ح هي منتصف ١ ب

٤ ، ٥ ١ ب

ويكون ٤ ٥ ١ ب من منتصفها

أى أن : ٤ ٥ هو محور تماثل ١ ب كما في شكل (٤)

حاول بنفسك

ارسم قطعة مستقيمة طولها ٥ سم ثم ارسم محور تماثلها.

مثال ١

باستخدام الأدوات الهندسية ارسم المثلث ١ ب ح الذى فيه :  $١ ب = ٢ ح = ٤ سم$  ،  $٢ ح = ٥ سم$  ثم ارسم محاور تماثل أضلاعه الثلاثة.

هل محاور التماثل تتقاطع في نقطة واحدة ؟

الحل

• أولاً : رسم  $\Delta ١ ب ح$  :

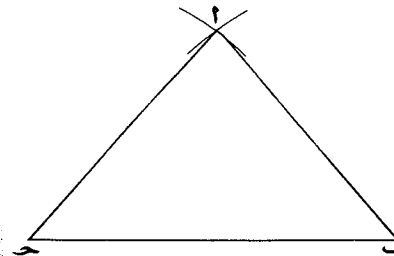
١ نرسم ب ح بحيث  $ب ح = ٥ سم$

٢ نفتح الفرجار فتحة طولها ٤ سم

ثم نركز في كل من ب ، ح ونرسم قوسين

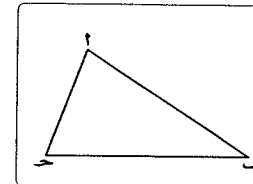
في جهة واحدة من ب ح يتقاطعان في نقطة ١

٣ نرسم ١ ب ، ١ ح فنحصل على  $\Delta ١ ب ح$



حاول بنفسك

ارسم محور تماثل كل ضلع من أضلاع  $\triangle ABC$  وتأكد من أن محاور التماثل الثلاثة تتقاطع في نقطة واحدة.



رابعاً إنشاء منصف لزاوية معلومة

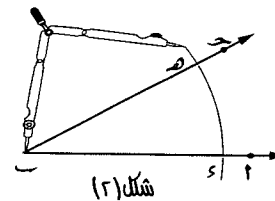
إذا كانت  $\angle A$  زاوية معلومة

كما في شكل (١)

والمطلوب : رسم منصف للزاوية  $\angle A$  باستخدام الفرجار والمسطرة.

خطوات العمل :

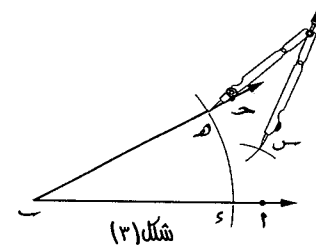
- ١ نركز بسن الفرجار عند رأس الزاوية المعلومة أي عند  $A$  وبفتحة مناسبة نرسم قوساً يقطع  $AB$  ،  $AC$  ضلعي الزاوية  $\angle A$  في النقطتين  $D$  ،  $E$  على الترتيب كما في شكل (٢)



٢ نركز في كل من النقطتين  $D$  ،  $E$  وبفتحة

مناسبة نرسم قوسين يتقاطعان في  $S$

كما في شكل (٣)

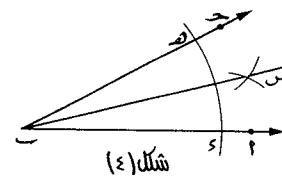


٣ نرسم  $AS$  فيكون هو الشعاع المنصف

للزاوية  $\angle A$

كما في شكل (٤)

• لاحظ أن :  $AS$  هو محور تماثل للزاوية  $\angle A$



حاول بنفسك

ارسم زاوية قياسها  $80^\circ$  ثم نصفها.

خامساً إنشاء زاوية مطابقة لزاوية معلومة (بدون استخدام المنقلة)

إذا كانت :  $\angle A$  زاوية معلومة

كما في شكل (١)

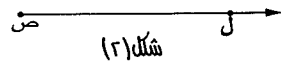
والمطلوب : رسم  $\angle D$  من  $ص$  ع بحيث :

$\angle D$  من  $ص$  ع تطابق  $\angle A$  أي أن :  $\angle D$  من  $ص$  ع =  $\angle A$  من  $ص$  ع

خطوات العمل :

١ نرسم  $ص$  ل ليمثل أحد ضلعي الزاوية

المراد رسمها كما في شكل (٢)

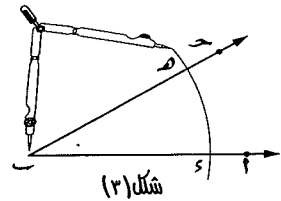


٢ نركز بسن الفرجار عند رأس الزاوية

المعلومة أي عند  $A$  وبفتحة مناسبة نرسم

قوساً يقطع  $AB$  ،  $AC$  ضلعي الزاوية  $\angle A$

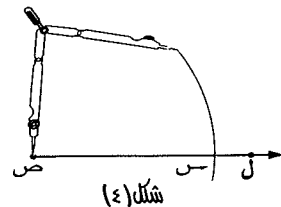
في  $D$  ،  $E$  على الترتيب كما في شكل (٣)



٣ نركز بسن الفرجار في  $ص$  وينفس

الفتحة السابقة نرسم قوساً يقطع

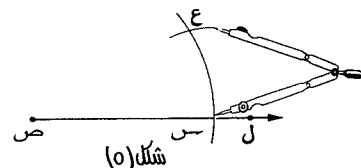
$ص$  ل في  $S$  كما في شكل (٤)



٤ نركز بسن الفرجار في  $S$  وبفتحة

تساوي طول  $AS$  نرسم قوساً آخر

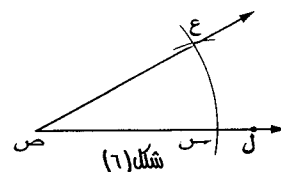
يقطع القوس السابق في  $E$  كما في شكل (٥)



٥ نرسم  $ص$  ع فتكون  $\angle D$  من  $ص$  ع

هي الزاوية المطلوبة

كما في شكل (٦)



حاول بنفسك

ارسم  $\Delta$  قياسها  $50^\circ$  ثم بدون استخدام المنقلة ارسم  $\Delta$  ح مطابق لها.

سادساً رسم مستقيم من نقطة معلومة موازٍ لمستقيم معلوم

إذا كان  $\vec{AB}$  مستقيماً معلوماً ،  $\vec{CD}$  ح

كما في شكل (١)

والمطلوب : رسم مستقيم يمر بالنقطة ح ويوازي  $\vec{AB}$

خطوات العمل :

١ نرسم المستقيم  $\vec{CD}$  ح

يمر بالنقطة ح

ويقطع  $\vec{AB}$  في ص

كما في شكل (٢)

٢ نرسم عند ح الزاوية  $\angle$  ح في وضع تناظر مع  $\angle$  ص ح

بحيث تكون  $\angle$  ح  $\equiv \angle$  ص ح

وذلك باستخدام الإنشاء السابق فيكون ح

هو المستقيم المار بالنقطة ح موازياً  $\vec{AB}$

كما في شكل (٣)

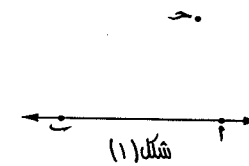
ملاحظة

في النشاط السابق يمكن استبدال الخطوة الثانية برسم الزاوية

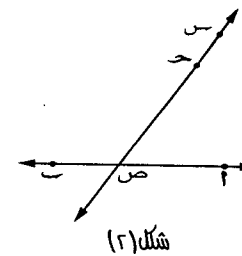
ص ح عند النقطة ح في وضع تبادل مع  $\angle$  ص ح بحيث

تكون  $\angle$  ص ح  $\equiv \angle$  ح فيكون ح هو المستقيم المار

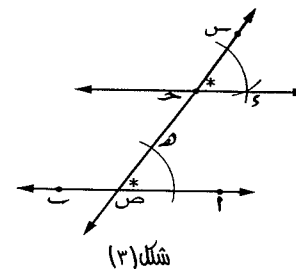
بالنقطة ح موازياً  $\vec{AB}$  كما بالشكل المقابل.



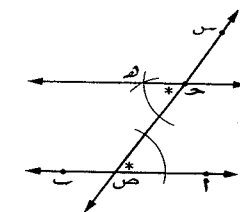
شكل (١)



شكل (٢)



شكل (٣)



مثال ٢

ارسم المثلث  $\Delta$  ح الذي فيه :  $\angle$  ب =  $70^\circ$  سم ،  $\angle$  د =  $50^\circ$  ،  $\angle$  ح =  $70^\circ$

ثم نصف  $\vec{AD}$  في النقطة  $\vec{E}$  ثم ارسم  $\vec{DE} \parallel \vec{AB}$  ويقطع  $\vec{BC}$  في  $\vec{F}$  ثم أوجد بالقياس :

١ طول كل من :  $\vec{BF}$  ،  $\vec{CF}$  ،  $\vec{DE}$  ماذا تلاحظ ؟

الحل

• باستخدام المسطرة والمنقلة

نرسم  $\Delta$  ح

• باستخدام الفرجار ننصف  $\vec{AD}$

في النقطة  $\vec{E}$

• باستخدام المسطرة والفرجار ارسم

$\vec{DE} \parallel \vec{AB}$  بحيث  $\angle$  د  $\equiv \angle$  ب

وبالتالي يكون  $\vec{DE} \parallel \vec{AB}$

وبالقياس نجد أن :

١  $\vec{BF} \approx \vec{CF}$  ،  $\vec{BF} \approx \vec{CF}$  سم

ونلاحظ أن :  $\vec{E}$  منتصف  $\vec{BC}$

أي أن :  $\vec{BF} = \vec{CF}$

٢  $\vec{DE} = \vec{BF}$  سم

ونلاحظ أن :  $\vec{DE} = \vec{BF}$

حاول بنفسك

باستخدام الأدوات الهندسية ارسم المثلث المتساوي الأضلاع  $\Delta$  ح الذي طول ضلعه ٦ سم

ثم نصف  $\vec{AD}$  بالمنتصف  $\vec{E}$  ليقطع  $\vec{BC}$  في  $\vec{F}$  ثم ارسم  $\vec{DE} \parallel \vec{AB}$  ويقطع  $\vec{AC}$  في  $\vec{G}$

ثم أوجد بالقياس طول  $\vec{DE}$  وطول  $\vec{EF}$  ماذا تلاحظ ؟

« لا تمسح الأقواس »



## أولاً إنشاء عمود على مستقيم من نقطة معلومة

١ باستخدام المسطرة والفرجار ارسم  $\Delta$   $أ ب ح$  الذي فيه :  $أ ب = ح ب = ٥$  سم ،  $ب ح = ٦$  سم

ثم ارسم  $أ ب$   $أ ب$  حيث  $أ ب \perp ب ح$  وأوجد بالقياس طول  $أ ب$  «لا تمش الأقواس» «٤ سم»

٢ باستخدام الأدوات الهندسية ارسم  $\Delta$   $أ ب ح$  المتساوي الأضلاع الذي طول ضلعه ٥ سم

ثم ارسم  $أ ب$   $أ ب$  حيث  $أ ب \perp ب ح$  «لا تمش الأقواس»  $\{ع\} = ب ح$

٣ ارسم المثلث  $أ ب ح$  الذي فيه :  $أ ب = ٦$  سم ،  $ب ح = ٤$  سم ،  $أ ح = ٥$  سم ،  $\angle ب = ٧٠^\circ$

ثم ارسم  $أ ب$   $أ ب$  ويقطعه في  $ع$  ثم أوجد بالقياس طول  $أ ب$

ثم احسب مساحة  $\Delta$   $أ ب ح$  «لا تمش الأقواس» «٥ سم ، ١٥ سم»

٤ ارسم المثلث  $أ ب ح$  المتساوي الأضلاع الذي طول ضلعه ٤ سم ثم ارسم  $أ ب$   $أ ب$  حيث  $أ ب \perp ب ح$

ليقطع  $أ ب$  في  $ع$  أوجد بالقياس طول  $أ ب$  «٤ سم»

٥ باستخدام الأدوات الهندسية ارسم مثلثاً ثم ارسم ارتفاعاته إذا كان المثلث :

(١) حاد الزوايا. (٢) قائم الزاوية. (٣) منفرج الزاوية.

هل المستقيمت التي تحوى ارتفاعات المثلث تتقاطع فى نقطة ؟

وما هو موقع هذه النقطة بالنسبة للمثلث ؟ هل هى داخله أم خارجه أم تنتمى لأحد أضلاعه ؟

## ثانياً تصنيف قطعة مستقيمة «إنشاء محور تماثل»

٦ باستخدام المسطرة والفرجار ارسم القطعة المستقيمة  $أ ب$  طولها ٧ سم

ثم ارسم المستقيم ل محور تماثل لها. «لا تمش الأقواس»

٧ ارسم القطعة المستقيمة  $أ ب$  طولها ٦ سم وباستخدام المسطرة والفرجار

ارسم المستقيم ل محور القطعة  $أ ب$  ، حيث  $أ ب \perp ل$  «لا تمش الأقواس» «٥ سم»

بحيث  $ح د = ٤$  سم أوجد بالقياس طول كل من :  $أ ح$  ،  $ب د$  «لا تمش الأقواس» «٥ سم»

٨ ارسم  $أ ب$  بطول مناسب ، وباستخدام الفرجار والمسطرة غير المدرجة نصف  $أ ب$

فى  $ع$  ومن النقطة  $ع$  أقم العمود  $أ ب$  على  $أ ب$  ثم ارسم  $أ ب$  ،  $أ ح$  ، قارن مستخدماً

الفرجار بين طولى  $أ ب$  ،  $أ ح$  ، ماذا تلاحظ ؟

٩ ارسم المثلث  $أ ب ح$  المتساوي الساقين والذي فيه :  $أ ب = ب ح = ٤$  سم ، وباستخدام الفرجار

نصف  $أ ب$  فى  $ع$  ، ارسم  $أ ب$  هل  $أ ب \perp ب ح$  ؟

١٠ باستخدام الأدوات الهندسية ارسم  $\Delta$   $أ ب ح$   $أ ب = ٤$  سم ،  $ب ح = ٥$  سم ،  $\angle ب = ٩٠^\circ$

،  $أ ح = ٥$  سم ،  $أ ب = ٤$  سم ثم نصف  $أ ب$  فى  $ع$  فى النقطة ل ثم ارسم  $أ ب$

أوجد بالقياس :  $أ ب$  (د ح ل ص) «لا تمش الأقواس» «٩٠°»

١١ ارسم المثلث  $أ ب ح$  الذي فيه :  $أ ب = ٤$  سم ،  $ب ح = ٦$  سم

، نصف  $أ ب$  فى  $ع$  ،  $أ ح$  فى  $د$  ، ارسم  $د ه$  وأوجد طولها. «لا تمش الأقواس» «٣ سم»

١٢ ارسم المثلث  $أ ب ح$  الذي فيه :  $أ ب = ٤$  سم ،  $ب ح = ٨$  سم ،  $أ ح = ٦$  سم

ونصف  $أ ب$  فى  $ع$  هل  $ب د = ١$  ؟

١٣ ارسم المثلث  $أ ب ح$  الذي فيه :  $أ ب = ٤$  سم ،  $ب ح = ٥$  سم ،  $أ ح = ٦$  سم

أنشئ الأعمدة المنصفة لأضلاع المثلث: ماذا تلاحظ ؟

١٤ باستخدام الأدوات الهندسية ارسم مثلثاً ثم ارسم محور تماثل كل ضلع من أضلاعه إذا كان المثلث :

(١) حاد الزوايا. (٢) قائم الزاوية. (٣) منفرج الزاوية.

هل محاور التماثل تتقاطع فى نقطة واحدة ؟

١٥ ارسم المثلث  $\triangle ABC$  ، وباستخدام المسطرة غير المدرجة والفرجار نصف كلاً من :

$\overline{AB}$  ،  $\overline{AC}$  في  $E$  ،  $H$  على الترتيب. ارسم  $EH$

(١) باستخدام الفرجار قس طول  $EH$  وتحقق أن :  $EH = 2 \times EH$

(٢) هل  $D \in \overline{BC} \iff EH \parallel \overline{BC}$  ؟

١٦ ارسم  $\triangle ABC$  من  $C$  القائم الزاوية في  $C$  مستخدماً المسطرة والفرجار فقط ، نصف

$\overline{BC}$  في  $M$  ، ارسم  $\overline{CM}$  هل  $M = \overline{BC} \cap \overline{CM}$  ؟ ارسم مثلثات أخرى قائمة الزاوية

وكرر نفس الإنشاء. هل  $M = \overline{BC} \cap \overline{CM}$  ؟

### ثالثاً إنشاء منصف لزاوية معلومة

١٧ باستخدام الأدوات الهندسية ارسم زاوية قياسها  $120^\circ$  ثم نصفها. «لا تمش الأقواس»

١٨ باستخدام الأدوات الهندسية ارسم زاوية  $\angle A$  بحيث :  $\angle A = 70^\circ$

ثم ارسم  $\overline{AE}$  بين الشعاعين  $\overline{AB}$  ،  $\overline{AC}$  بحيث :  $\angle A = \angle E$  (د  $\angle A$ )

١٩ ارسم زاوية رأسها  $A$  وقياسها  $120^\circ$  ثم قسمها إلى أربع زوايا متساوية في القياس

باستخدام المسطرة والفرجار. «لا تمش الأقواس»

٢٠ باستخدام المسطرة والفرجار ارسم  $\triangle ABC$  الذي فيه :  $\angle A = \angle B = \angle C = 3$  سم

،  $\angle C = 5$  سم ثم نصف زاوية  $\angle A$  بالمنصف  $\overline{AD}$  حيث  $D \in \overline{BC}$  «لا تمش الأقواس»

٢١ باستخدام المسطرة والفرجار ارسم المثلث  $\triangle ABC$  الذي فيه :  $\angle A = \angle B = 7$  سم

،  $\angle C = 6$  سم ، ثم نصف كلاً من الزاويتين  $\angle B$  ،  $\angle C$  بمنصفين يتقاطعان في  $M$

هل  $M = \overline{BC}$  ؟ «لا تمش الأقواس»

٢٢ باستخدام الأدوات الهندسية ارسم  $\triangle ABC$  الذي فيه :  $\angle A = 3$  سم ،  $\angle B = 4$  سم ،  $\angle C = 5$  سم

،  $\angle C = 5$  سم ثم نصف  $\overline{BC}$  بالمنصف  $\overline{AD}$  الذي يقطع  $\overline{AC}$  في  $E$

وأوجد طول  $\overline{AD}$  بالقياس. «لا تمش الأقواس» «٢.٤ سم»

٢٣ ارسم المثلث  $\triangle ABC$  المتساوي الأضلاع الذي طول ضلعه  $4$  سم ، باستخدام الفرجار

والمسطرة نصف كلاً من زاويتي  $\angle A$  ،  $\angle B$  ، إذا تقاطع المنصفان في  $M$

أوجد بالقياس :  $\angle M$  (د  $M$ ) «لا تمش الأقواس» «١٢٠°»

٢٤ باستخدام الأدوات الهندسية ارسم مثلثاً ثم نصف كل زاوية من زواياه إذا كان المثلث :

(١) حاد الزوايا. (٢) قائم الزاوية. (٣) منفرج الزاوية.

ماذا تلاحظ على منصفات الزوايا الثلاثة ؟

### رابعاً إنشاء زاوية مطابقة لزاوية معلومة وإنشاء مستقيم من نقطة معلومة مواز لمستقيم معلوم

٢٥ ارسم زاوية رأسها  $A$  وقياسها  $100^\circ$  ثم استخدم المسطرة والفرجار فقط لرسم زاوية أخرى

رأسها  $B$  وتساوي في القياس زاوية  $A$  ثم نصفها.

٢٦ باستخدام المنقلة ارسم  $\triangle ABC$  حقياسها  $70^\circ$  وفي الجهة الأخرى من  $A$

ارسم باستخدام المسطرة والفرجار  $\overline{AD} \parallel \overline{BC}$  «لا تمش الأقواس»

٢٧ ارسم المثلث  $\triangle ABC$  الذي فيه :  $\angle A = 6$  سم ،  $\angle B = 50^\circ$  ،  $\angle C = 70^\circ$

ارسم باستخدام المسطرة والفرجار  $\overline{DE}$  يمر بالنقطة  $A$  ويوازي  $\overline{BC}$  «لا تمش الأقواس»





## على الوحدة الرابعة من الكتاب المدرسي

**أولاً ﴿ أسئلة الإكمال**

**أَكْمَلْ كَلًّا مِمَّا يَأْتِي :**

- (١) قياس الزاوية المستقيمة يساوى .....°  
(٢) الزاوية الحادة هى التى قياسها أصغر من .....° وأكبر من .....°  
(٣) الزاوية التى قياسها أكبر من ١٨٠° وأقل من ٣٦٠° هى زاوية .....  
(٤) الزاويتان المتتامتان هما زاويتان مجموع قياسيهما يساوى .....°  
(٥) الزاوية التى قياسها ٣٦° تتمم زاوية قياسها .....° وتكمل زاوية قياسها .....°  
(٦) متممات الزوايا المتساوية فى القياس تكون .....  
(٧) إذا كان الضلعان المتطرفان لزاويتين متجاورتين على استقامة واحدة كانت الزاويتان .....  
(٨) الزاويتان المتجاورتان الحادثتان من تقاطع مستقيم وشعاع نقطة بدايته تقع على هذا المستقيم .....  
(٩) مجموع قياسات الزوايا المتجمعة حول نقطة يساوى .....°  
(١٠) إذا تقاطع مستقيمان فإن كل زاويتين متقابلتين بالرأس .....  
(١١) يتطابق المثلثان إذا تطابق ضلعان و ..... مع نظائرها فى المثلث الآخر.  
(١٢) يتطابق المثلثان القائما الزاوية إذا تطابق من أحدهما .....  
(١٣) يتطابق المثلثان إذا تطابقت زاويتان و ..... فى أحد المثلثين مع نظائرها فى المثلث الآخر.  
(١٤) يتطابق المثلثان إذا تطابق كل ..... فى أحد المثلثين مع نظيره فى المثلث الآخر.  
(١٥) إذا تطابق المثلثان ١ ٢ ٣ و ٤ و ٥ و ٦ و ٧ و ٨ و ٩ و ١٠ و ١١ و ١٢ و ١٣ و ١٤ و ١٥ و ١٦ و ١٧ و ١٨ و ١٩ و ٢٠ و ٢١ و ٢٢ و ٢٣ و ٢٤ و ٢٥ و ٢٦ و ٢٧ و ٢٨ و ٢٩ و ٣٠ و ٣١ و ٣٢ و ٣٣ و ٣٤ و ٣٥ و ٣٦ و ٣٧ و ٣٨ و ٣٩ و ٤٠ و ٤١ و ٤٢ و ٤٣ و ٤٤ و ٤٥ و ٤٦ و ٤٧ و ٤٨ و ٤٩ و ٥٠ و ٥١ و ٥٢ و ٥٣ و ٥٤ و ٥٥ و ٥٦ و ٥٧ و ٥٨ و ٥٩ و ٦٠ و ٦١ و ٦٢ و ٦٣ و ٦٤ و ٦٥ و ٦٦ و ٦٧ و ٦٨ و ٦٩ و ٧٠ و ٧١ و ٧٢ و ٧٣ و ٧٤ و ٧٥ و ٧٦ و ٧٧ و ٧٨ و ٧٩ و ٨٠ و ٨١ و ٨٢ و ٨٣ و ٨٤ و ٨٥ و ٨٦ و ٨٧ و ٨٨ و ٨٩ و ٩٠ و ٩١ و ٩٢ و ٩٣ و ٩٤ و ٩٥ و ٩٦ و ٩٧ و ٩٨ و ٩٩ و ١٠٠ و ١٠١ و ١٠٢ و ١٠٣ و ١٠٤ و ١٠٥ و ١٠٦ و ١٠٧ و ١٠٨ و ١٠٩ و ١١٠ و ١١١ و ١١٢ و ١١٣ و ١١٤ و ١١٥ و ١١٦ و ١١٧ و ١١٨ و ١١٩ و ١٢٠ و ١٢١ و ١٢٢ و ١٢٣ و ١٢٤ و ١٢٥ و ١٢٦ و ١٢٧ و ١٢٨ و ١٢٩ و ١٣٠ و ١٣١ و ١٣٢ و ١٣٣ و ١٣٤ و ١٣٥ و ١٣٦ و ١٣٧ و ١٣٨ و ١٣٩ و ١٤٠ و ١٤١ و ١٤٢ و ١٤٣ و ١٤٤ و ١٤٥ و ١٤٦ و ١٤٧ و ١٤٨ و ١٤٩ و ١٥٠ و ١٥١ و ١٥٢ و ١٥٣ و ١٥٤ و ١٥٥ و ١٥٦ و ١٥٧ و ١٥٨ و ١٥٩ و ١٦٠ و ١٦١ و ١٦٢ و ١٦٣ و ١٦٤ و ١٦٥ و ١٦٦ و ١٦٧ و ١٦٨ و ١٦٩ و ١٧٠ و ١٧١ و ١٧٢ و ١٧٣ و ١٧٤ و ١٧٥ و ١٧٦ و ١٧٧ و ١٧٨ و ١٧٩ و ١٨٠ و ١٨١ و ١٨٢ و ١٨٣ و ١٨٤ و ١٨٥ و ١٨٦ و ١٨٧ و ١٨٨ و ١٨٩ و ١٩٠ و ١٩١ و ١٩٢ و ١٩٣ و ١٩٤ و ١٩٥ و ١٩٦ و ١٩٧ و ١٩٨ و ١٩٩ و ٢٠٠ و ٢٠١ و ٢٠٢ و ٢٠٣ و ٢٠٤ و ٢٠٥ و ٢٠٦ و ٢٠٧ و ٢٠٨ و ٢٠٩ و ٢١٠ و ٢١١ و ٢١٢ و ٢١٣ و ٢١٤ و ٢١٥ و ٢١٦ و ٢١٧ و ٢١٨ و ٢١٩ و ٢٢٠ و ٢٢١ و ٢٢٢ و ٢٢٣ و ٢٢٤ و ٢٢٥ و ٢٢٦ و ٢٢٧ و ٢٢٨ و ٢٢٩ و ٢٣٠ و ٢٣١ و ٢٣٢ و ٢٣٣ و ٢٣٤ و ٢٣٥ و ٢٣٦ و ٢٣٧ و ٢٣٨ و ٢٣٩ و ٢٤٠ و ٢٤١ و ٢٤٢ و ٢٤٣ و ٢٤٤ و ٢٤٥ و ٢٤٦ و ٢٤٧ و ٢٤٨ و ٢٤٩ و ٢٥٠ و ٢٥١ و ٢٥٢ و ٢٥٣ و ٢٥٤ و ٢٥٥ و ٢٥٦ و ٢٥٧ و ٢٥٨ و ٢٥٩ و ٢٦٠ و ٢٦١ و ٢٦٢ و ٢٦٣ و ٢٦٤ و ٢٦٥ و ٢٦٦ و ٢٦٧ و ٢٦٨ و ٢٦٩ و ٢٧٠ و ٢٧١ و ٢٧٢ و ٢٧٣ و ٢٧٤ و ٢٧٥ و ٢٧٦ و ٢٧٧ و ٢٧٨ و ٢٧٩ و ٢٨٠ و ٢٨١ و ٢٨٢ و ٢٨٣ و ٢٨٤ و ٢٨٥ و ٢٨٦ و ٢٨٧ و ٢٨٨ و ٢٨٩ و ٢٩٠ و ٢٩١ و ٢٩٢ و ٢٩٣ و ٢٩٤ و ٢٩٥ و ٢٩٦ و ٢٩٧ و ٢٩٨ و ٢٩٩ و ٣٠٠ و ٣٠١ و ٣٠٢ و ٣٠٣ و ٣٠٤ و ٣٠٥ و ٣٠٦ و ٣٠٧ و ٣٠٨ و ٣٠٩ و ٣١٠ و ٣١١ و ٣١٢ و ٣١٣ و ٣١٤ و ٣١٥ و ٣١٦ و ٣١٧ و ٣١٨ و ٣١٩ و ٣٢٠ و ٣٢١ و ٣٢٢ و ٣٢٣ و ٣٢٤ و ٣٢٥ و ٣٢٦ و ٣٢٧ و ٣٢٨ و ٣٢٩ و ٣٣٠ و ٣٣١ و ٣٣٢ و ٣٣٣ و ٣٣٤ و ٣٣٥ و ٣٣٦ و ٣٣٧ و ٣٣٨ و ٣٣٩ و ٣٤٠ و ٣٤١ و ٣٤٢ و ٣٤٣ و ٣٤٤ و ٣٤٥ و ٣٤٦ و ٣٤٧ و ٣٤٨ و ٣٤٩ و ٣٥٠ و ٣٥١ و ٣٥٢ و ٣٥٣ و ٣٥٤ و ٣٥٥ و ٣٥٦ و ٣٥٧ و ٣٥٨ و ٣٥٩ و ٣٦٠ و ٣٦١ و ٣٦٢ و ٣٦٣ و ٣٦٤ و ٣٦٥ و ٣٦٦ و ٣٦٧ و ٣٦٨ و ٣٦٩ و ٣٧٠ و ٣٧١ و ٣٧٢ و ٣٧٣ و ٣٧٤ و ٣٧٥ و ٣٧٦ و ٣٧٧ و ٣٧٨ و ٣٧٩ و ٣٨٠ و ٣٨١ و ٣٨٢ و ٣٨٣ و ٣٨٤ و ٣٨٥ و ٣٨٦ و ٣٨٧ و ٣٨٨ و ٣٨٩ و ٣٩٠ و ٣٩١ و ٣٩٢ و ٣٩٣ و ٣٩٤ و ٣٩٥ و ٣٩٦ و ٣٩٧ و ٣٩٨ و ٣٩٩ و ٤٠٠ و ٤٠١ و ٤٠٢ و ٤٠٣ و ٤٠٤ و ٤٠٥ و ٤٠٦ و ٤٠٧ و ٤٠٨ و ٤٠٩ و ٤١٠ و ٤١١ و ٤١٢ و ٤١٣ و ٤١٤ و ٤١٥ و ٤١٦ و ٤١٧ و ٤١٨ و ٤١٩ و ٤٢٠ و ٤٢١ و ٤٢٢ و ٤٢٣ و ٤٢٤ و ٤٢٥ و ٤٢٦ و ٤٢٧ و ٤٢٨ و ٤٢٩ و ٤٣٠ و ٤٣١ و ٤٣٢ و ٤٣٣ و ٤٣٤ و ٤٣٥ و ٤٣٦ و ٤٣٧ و ٤٣٨ و ٤٣٩ و ٤٤٠ و ٤٤١ و ٤٤٢ و ٤٤٣ و ٤٤٤ و ٤٤٥ و ٤٤٦ و ٤٤٧ و ٤٤٨ و ٤٤٩ و ٤٥٠ و ٤٥١ و ٤٥٢ و ٤٥٣ و ٤٥٤ و ٤٥٥ و ٤٥٦ و ٤٥٧ و ٤٥٨ و ٤٥٩ و ٤٦٠ و ٤٦١ و ٤٦٢ و ٤٦٣ و ٤٦٤ و ٤٦٥ و ٤٦٦ و ٤٦٧ و ٤٦٨ و ٤٦٩ و ٤٧٠ و ٤٧١ و ٤٧٢ و ٤٧٣ و ٤٧٤ و ٤٧٥ و ٤٧٦ و ٤٧٧ و ٤٧٨ و ٤٧٩ و ٤٨٠ و ٤٨١ و ٤٨٢ و ٤٨٣ و

## الوحدة الرابعة

٢٨) استخدم الفرجار والمسطرة في رسم المثلث  $\triangle ABC$  الذي فيه  $\angle A = 50^\circ$  سم

ب = ح = 6 سم ، ح = 9 = 7 سم ،  $\exists$  ح ،  $\nexists$  ح ،  $\nexists$  ح

(١) ارسم دءب ه تطابق د ا بحيث يقع الشعاع ب ه بين الشعاعين ا ، س

(2) أكمل:  $u = (1 \ 2 \ 3)u = (\dots\dots\dots 1)u$

٢٩ ارسم  $\Delta$  ا ب ح الذي فيه : ا ب = ٦ سم ، ب ح = ٥ سم ، ا ح = ٤ سم ثم نصف ا ب

فی و ثم ارسم و ه // ا ب و یقطع ا ح فی ه ثم و و // ح ب و یقطع ا ب فی و

أوجد بالقياس طول كل من :  $\overline{هـ د}$  ،  $\overline{هـ و}$  ثم اذكر اسم الشكل  $هـ و ب$  وأوجد محيطه.

« $2 = 5$  سم ،  $9 = 2,0$  سم ، المحيط  $= 11$  سم»

## للمتفوقين

(٣٠) بدون استخدام المنقلة ارسم زاوية قياسها  $٢٢\frac{1}{٢}^\circ$

(٣١) ارسم د ا ب ح قياسها ٦٠° ، باستخدام المسطرة والفرجار نصف د ا ب ح

، من نقطة ح ارسم ح د // ح أ ويقطع منتصف الزاوية في هـ

، من نقطة  $h$  ارسم  $h \perp \overleftrightarrow{AB}$  بحيث  $h \cap \overleftrightarrow{AB} = \{o\}$  ،

« لَا تَمُتْ أَلْقُوا »

هل  $u(دا ب ح) = u(د و ه ب)$  ؟ ولماذا ؟

قريبًا بالمكتبات

**HALSON**

في الرياضيات  
واللغة الإنجليزية

المراجعة النهائية  
ونماذج الامتحانات



(١٧) في المثلثين المتطابقين س-ص ع ، م ن ل إذا كان : ص ع = ٨ سم ، و (دص) =  $40^\circ$  فإنه في المثلث م ن ل يكون ..... = ٨ سم ، و (د ..... ) =  $40^\circ$

(١٨) إذا قطع مستقيم مستقيمين متوازيين فإن كل زاويتين داخليتين وفى جهة واحدة من القاطع .....

(١٩) يتوازي المستقيمان إذا قطعهما مستقيم ثالث وكانت هناك زاويتان داخليتان وفى جهة واحدة من القاطع .....

(٢٠) إذا وازى مستقيمان مستقيماً ثالثاً كان هذان المستقيمان .....

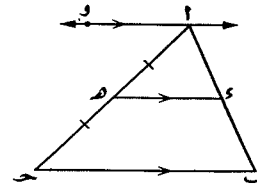
(٢١) المستقيم العمودى على أحد مستقيمين متوازيين فى المستوى يكون .....

(٢٢) إذا تعامد مستقيمان على مستقيم ثالث كان هذان المستقيمان .....

(٢٣) فى الشكل المقابل :

إذا كان :  $\angle 1 = 3$  سم

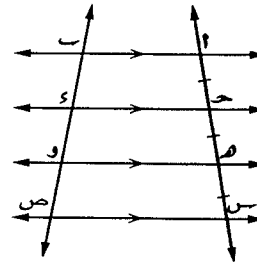
فإن :  $\angle 5 =$  ..... سم



(٢٤) فى الشكل المقابل :

إذا كان :  $\angle 1 = 2$  سم

فإن :  $\angle 3 =$  ..... سم



### ثانياً أسئلة الاختيار من متعدد

اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة :

(١) الزاوية التى قياسها  $89^\circ$  هى زاوية .....

(أ) حادة. (ب) قائمة. (ج) منفرجة. (د) منعكسة.

(٢) الزاوية التى قياسها  $179^\circ$  هى زاوية .....

(أ) حادة. (ب) قائمة. (ج) منفرجة. (د) مستقيمة.

(٣) إذا كان :  $\angle 1 = 90^\circ$  فإن : و (د) المنعكسة = .....

(أ) صفر° (ب)  $90^\circ$  (ج)  $180^\circ$  (د)  $270^\circ$

(٤) إذا كان : و (د)  $180^\circ =$  (د) ، فإن : د ، د ..... (ب) متامتان.

(ج) متكاملتان. (د) متساويتان فى القياس.

(٥) الزاوية الحادة تكمل زاوية .....

(أ) حادة. (ب) قائمة. (ج) منفرجة. (د) منعكسة.

(٦) الزاوية القائمة تتم زاوية قياسها .....

(أ) صفر° (ب)  $45^\circ$  (ج)  $90^\circ$  (د)  $180^\circ$

(٧) إذا كانت النسبة بين قياسى زاويتين متجاورتين متكاملتين كنسبة ١ : ٢ فإن قياس الزاوية الأصغر فى القياس يساوى .....

(أ)  $30^\circ$  (ب)  $60^\circ$  (ج)  $120^\circ$  (د)  $150^\circ$

(٨) إذا كانت النسبة بين قياسى زاويتين متكاملتين ٤ : ٥ فإن قياس الزاوية الأكبر فى القياس يساوى .....

(أ)  $80^\circ$  (ب)  $100^\circ$  (ج)  $120^\circ$  (د)  $150^\circ$

(٩) إذا كان : و (د)  $2 =$  (د) ، د تتم د فإن : و (د) = .....

(أ)  $15^\circ$  (ب)  $30^\circ$  (ج)  $45^\circ$  (د)  $60^\circ$

(١٠) مجموع قياسى الزاويتين المتجاورتين الحادثتين من تقاطع مستقيم وشعاع تقع نقطة بدايته على المستقيم يساوى .....

(أ)  $90^\circ$  (ب)  $180^\circ$  (ج)  $270^\circ$  (د)  $360^\circ$

(١١) يتطابق المثلثان إذا تساوى .....

(أ) طولاً ضلعين متناظرين فيهما.

(ب) طولاً ضلعين متناظرين وقياس الزاوية المحصورة بينهما.

(ج) طول ضلع وقياس زاوية متناظرين فيهما.

(د) قياسات زواياهما المتناظرة.

(١٢) يتطابق المثلثان أ-ب ح ، و ه اللذان فيهما : أ-ب = و = ه ، ح = ه ، د = ه ، ه = ه ..... (ب) بثلاثة أضلاع.

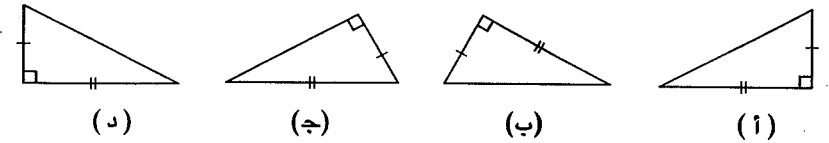
(ج) بزاويتين وضلع. (د) بوتر وضلع.

(١٣) إذا تطابق المثلثان  $\triangle ABC$  و  $\triangle DEF$  فإن : .....

(١)  $AB = DE$  (ب)  $BC = EF$

(ج)  $\angle C = \angle F$  (د)  $\angle A = \angle D$

(١٤) المثلثات التالية متطابقة ما عدا .....



(١٥) في الشكل المقابل :

إذا كان :  $AB = DE$  ،  $BC = EF$  ،

فإن :  $\angle A = \angle D$  = .....

(١)  $\angle A = \angle D$  (ب)  $\angle B = \angle E$

(ج)  $\angle C = \angle F$  (د)  $\angle A = \angle E$

(١٦) في الشكل المقابل :

الشرط اللازم والكافي الذي يجعل

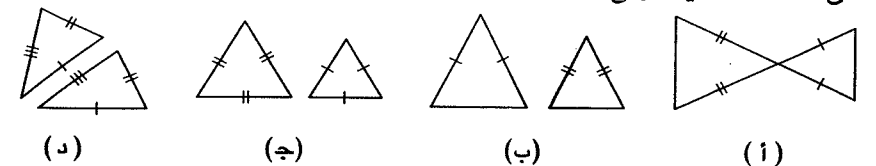
المثلثين  $\triangle ABC$  و  $\triangle DEF$  متطابقين

هو .....

(١)  $AB = DE$  (ب)  $AC = DF$

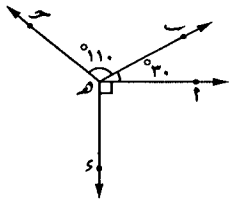
(ج)  $BC = EF$  (د)  $\angle A = \angle D$

(١٧) في الأشكال الآتية : زوج المثلثات المتطابق هو .....



### ثالثاً الأسئلة المقالية

١ في الشكل المقابل :



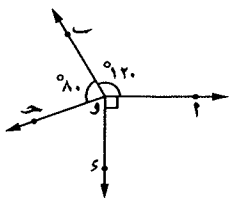
إذا كان :  $\angle A = 110^\circ$  ،

$\angle B = 30^\circ$  ،

$\angle C = 90^\circ$  ،

أوجد :  $\angle D$  = ؟

٢ في الشكل المقابل :

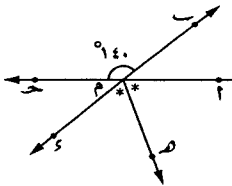


$\angle A = 120^\circ$  ،  $\angle B = 80^\circ$  ،

$\angle C = 90^\circ$  ،

أوجد :  $\angle D$  = ؟

٣ في الشكل المقابل :

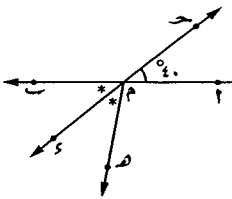


$\angle A = 140^\circ$  ،  $\angle B = 40^\circ$  ،

$\angle C = 90^\circ$  ،

أوجد :  $\angle D$  = ؟

٤ في الشكل المقابل :

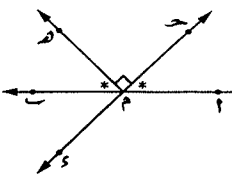


$\angle A = 140^\circ$  ،  $\angle B = 40^\circ$  ،

$\angle C = 90^\circ$  ،

أوجد :  $\angle D$  = ؟

٥ في الشكل المقابل :

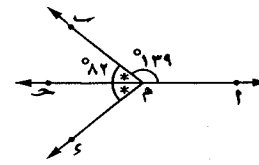


$\angle A = 140^\circ$  ،  $\angle B = 40^\circ$  ،

$\angle C = 90^\circ$  ،

أوجد :  $\angle D$  = ؟

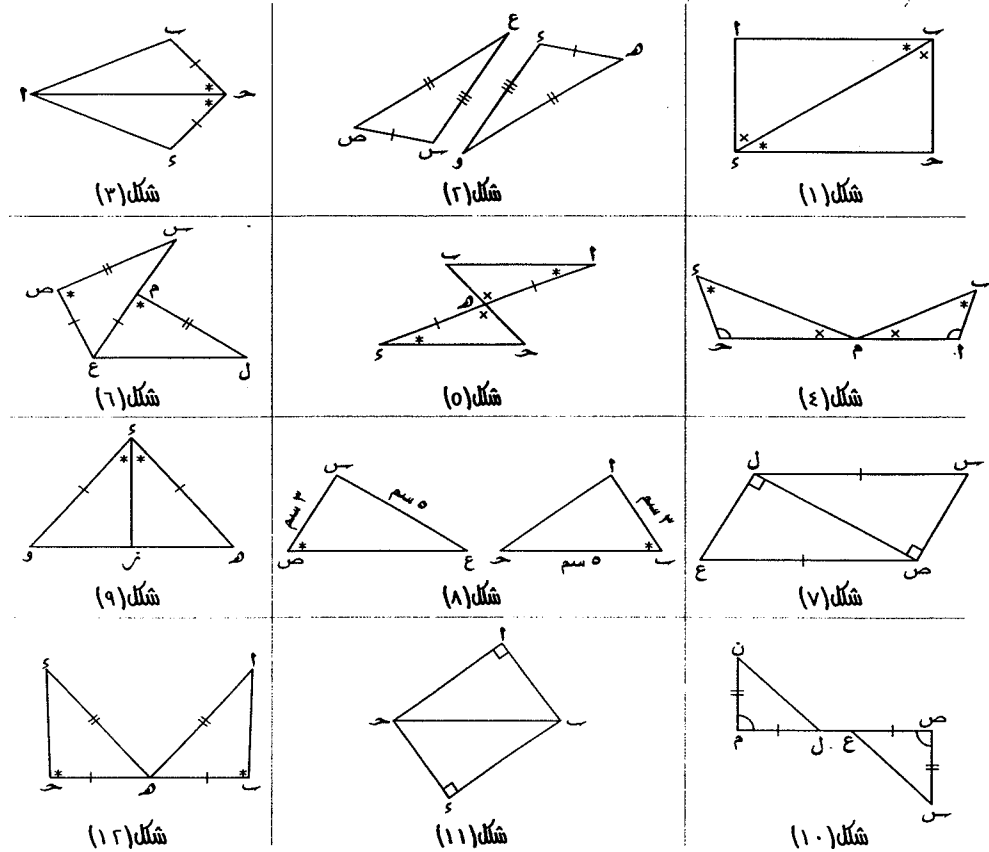
٦ في الشكل المقابل :



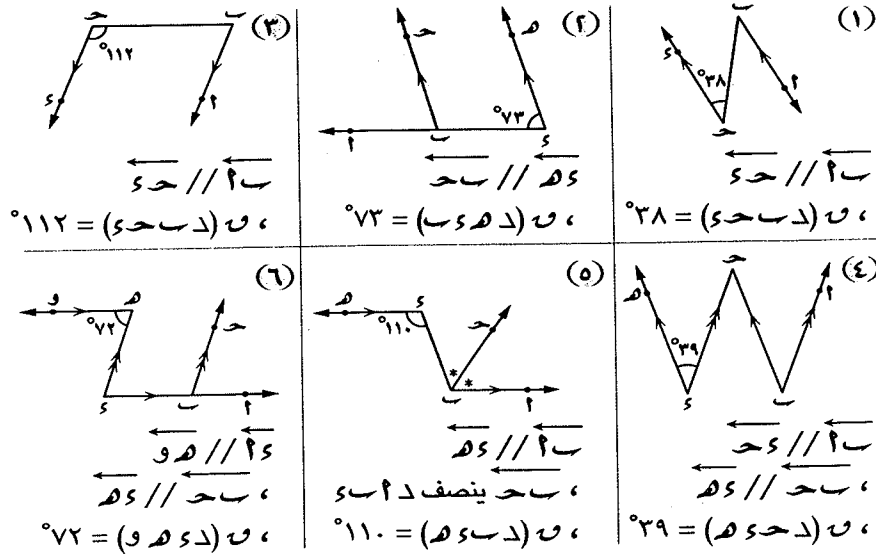
م ح ينصف د ب م ، و (د ب م) =  $82^\circ$   
 و (م د ب) =  $139^\circ$  ،  
 أثبت أن : م ح ، م ح على استقامة واحدة.

٧ في كل من الأشكال الآتية :

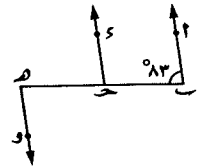
يُبين هل المثلثان متطابقان أم لا ، مع ذكر السبب «علماً بأن العلامات المتشابهة تدل على تطابق العناصر المبينة عليها هذه العلامات»



٨ في كل من الأشكال الآتية أوجد و (د ب ح) :

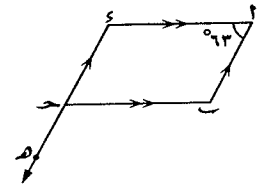


٩ في الشكل المقابل :



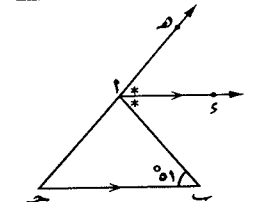
م ح ينصف د ب م ، و (د ب م) =  $83^\circ$   
 أوجد : و (د ح م)

١٠ في الشكل المقابل :



م ح ينصف د ب م ، و (د ب م) =  $63^\circ$   
 أوجد : و (د ب ح م)

١١ في الشكل المقابل :

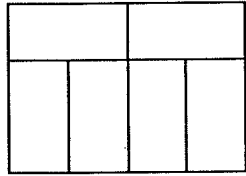


م ح ينصف د ب م ، و (د ب م) =  $51^\circ$   
 أوجد : و (د ب م) ، و (د ح م)





(٦) إذا كان مجموع قياسى زاويتين فى مثلث  $\frac{5}{4}$  مجموع قياسات زواياه فإن قياس الزاوية الثالثة يساوى .....



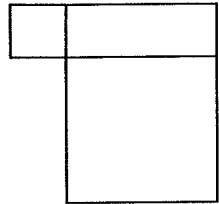
(٧) فى الشكل المقابل :

مستطيل مساحته = ٤٨ سم<sup>٢</sup>

ومقسم إلى ٦ مستطيلات متطابقة

فإن محيطه = ..... سم

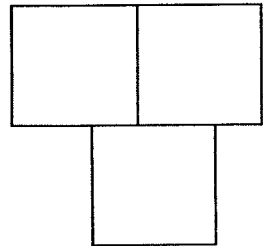
(٨) النقطة التى تنتمى لجميع أقطار الدائرة هى .....



(٩) فى الشكل المقابل :

إذا كان مجموع محيطى المربعين = ٢٨ سم

فإن محيط المستطيل المظلل يساوى ..... سم

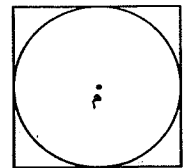


(١٠) فى الشكل المقابل :

ثلاثة مربعات متساوية فى المساحة

مجموع مساحاتها = ١٢ سم<sup>٢</sup>

فإن محيط الشكل المقابل = ..... سم



(١١) فى الشكل المقابل :

دائرة مرسومة داخل مربع طول ضلعه ١٤ سم

فإن مساحة المنطقة المظلمة = ..... سم<sup>٢</sup>

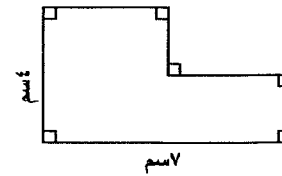
$$\left( \frac{22}{7} = \pi \right)$$

## مفاهيم ومهارات أساسية تراكمية

١) أكمل ما يأتى :

(١) محيط الشكل المقابل

يساوى ..... سم



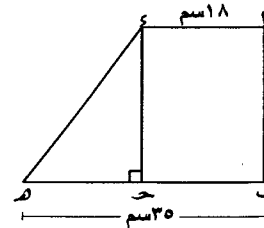
(٢) فى الشكل المقابل :

أ ب ح د مستطيل مساحته ٣٦٠ سم<sup>٢</sup>

، ١٨ = ع د سم

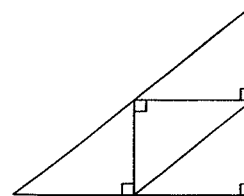
، ٢٥ = ب ه سم

فإن مساحة  $\Delta$  ح د ه = ..... سم<sup>٢</sup>



(٣) عدد المثلثات القائمة فى الشكل المقابل

يساوى .....



(٤) إذا كانت : ٢ ( ٣ ، ٤ ) ، ب ( ٢ - ، ٤ - )

فإن : أ ب = .....

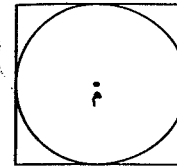
(٥) عدد محاور تماثل الدائرة يساوى .....

(١٢) في الشكل المقابل :

دائرة مرسومة داخل مربع طول ضلعه ١٠ سم

فإن محيط الجزء المظلل = ..... سم

$$(٣, ١٤ = \pi)$$



٢ اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة :

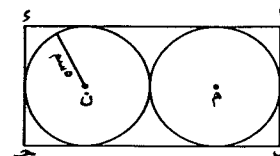
(١) في الشكل المقابل :

مستطيل به دائرتان م ، ن ، طول نصف قطر

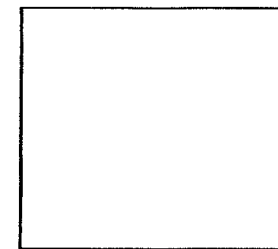
كل منهما ٥ سم ما مساحة المستطيل ؟

(١) ٢٠٠ سم<sup>٢</sup> (ب) ١٠٠ سم<sup>٢</sup>

(ج) ٦٠ سم<sup>٢</sup> (د) ٥٠ سم<sup>٢</sup>

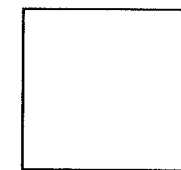


(٢) ما محيط المربع السادس في التسلسل التالي ؟



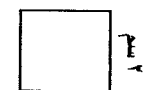
(٣)

(د) ٥٦ سم



(٢)

(ج) ٤٨ سم



(١)

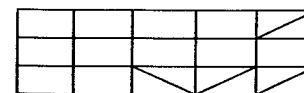
(ب) ٤٠ سم

(١) ٣٢ سم

(٣) في الشكل المقابل :

مساحة الجزء المظلل من الشكل = .....

مساحة الشكل كله.



(د)  $\frac{7}{10}$

(ج)  $\frac{2}{3}$

(ب)  $\frac{1}{7}$

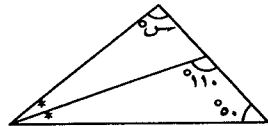
(١)  $\frac{1}{3}$

(٥) في الشكل المقابل :

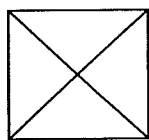
..... = س

(١) ٥٠° (ب) ٨٠°

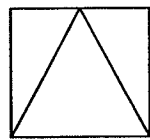
(ج) ٩٠° (د) ١٠٠°



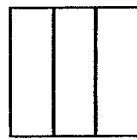
(٦) أي الأشكال الآتية يوضح أن  $\frac{2}{3}$  المربع مظلل ؟



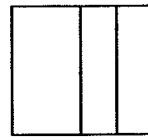
(د)



(ج)



(ب)



(١)

(٧) في الشكل المقابل :

إذا كان :  $\overleftrightarrow{AB} \parallel \overleftrightarrow{CD}$  //  $\overleftrightarrow{EF}$  //  $\overleftrightarrow{GH}$

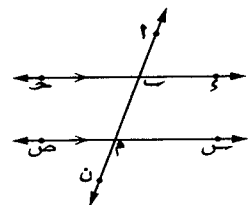
فإن : د ا ب ح ، د س م ن .....

(١) متكاملتان.

(ب) متتامتان.

(ج) متطابقتان.

(د) متجاورتان.



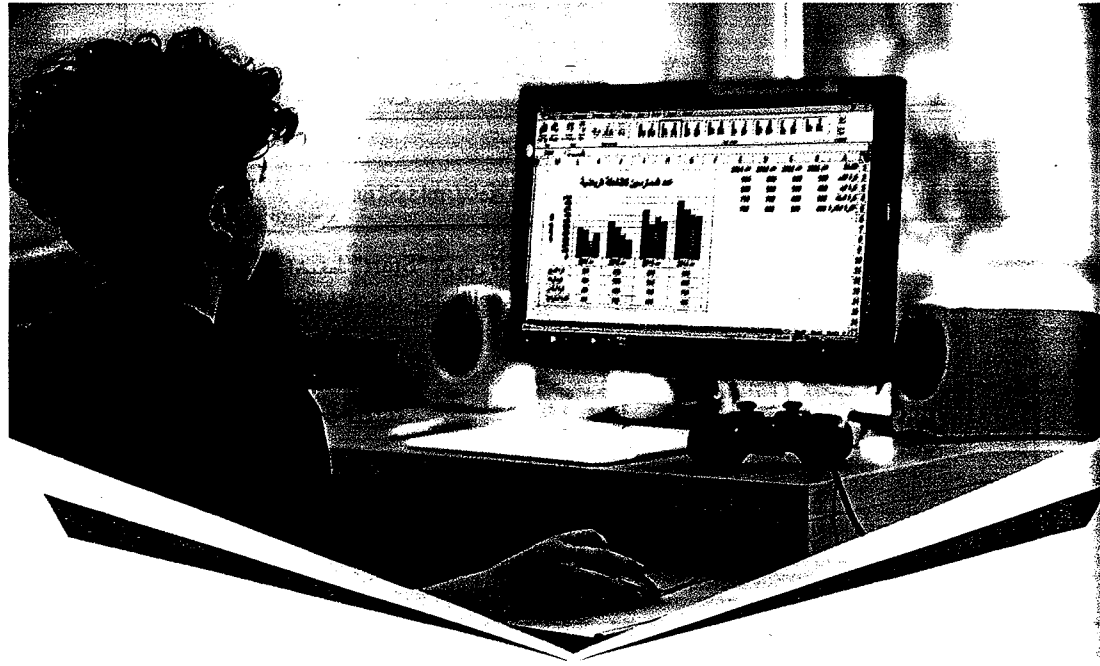
(٨) أي العبارات الآتية خطأ لجميع المستطيلات ؟

(ب) الأضلاع المتقابلة متساوية في الطول.

(١) الأضلاع المتقابلة متوازية.

(د) القطران متعامدان.

(ج) جميع الزوايا قوائم.



## أنشطة

### باستخدام الحاسب الآلى

- نشاط ١ : استخدام برنامج Excel 2007 فى إيجاد حاصل ضرب عددين صحيحين.
- نشاط ٢ : استخدام برنامج Excel 2007 فى إيجاد خارج قسمة عددين صحيحين.
- نشاط ٣ : استخدام برنامج Excel 2007 للتحقق من أن:  $٢ \times ٢ = ٤$  و  $٢ + ٢ = ٤$
- نشاط ٤ : استخدام برنامج Excel 2007 للتحقق من أن:  $٢ \div ٢ = ١$  و  $٢ - ٢ = ٠$
- نشاط ٥ : استخدام برنامج Excel 2007 للتحقق من أن:  $٢(٢ + ٢) = ٨$  و  $٢ + ٢ + ٢ = ٦$
- نشاط ٦ : استخدام برنامج Excel 2007 للتحقق من أن:  $٢(٢ - ٢) = ٠$  و  $٢ - ٢ + ٢ = ٢$
- نشاط ٧ : استخدام برنامج Excel 2007 للتحقق من أن:  $٢(٢ + ٢) = ٨$  و  $٢ - ٢ = ٠$
- نشاط ٨ : استخدام برنامج Excel 2007 فى رسم الأعمدة البيانية.

(٩) المربعات الصغيرة فى الشكلين (١) ، (ب)

هى مربعات متطابقة فإذا كان

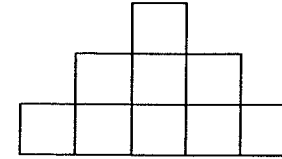
محيط الشكل (١)

يساوى ٤٨ سم فإن محيط الشكل (ب)

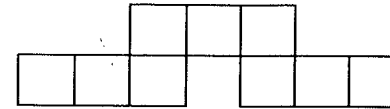
يساوى ..... سم

(١) ٤٨ (ب) ٥٧

(ج) ٦٠ (د) ٦٣



شكل (١)



شكل (ب)

(١٠) صورة النقطة  $(-٣, ٥)$  بالانتقال ٣ وحدات فى الاتجاه السالب لمحور

الصادات هى .....

(١)  $(-٣, ٨)$  (ب)  $(-٣, ٢)$  (ج)  $(-٦, ٥)$  (د)  $(٠, ٥)$

(١١) أى زاوية فى الشكل المقابل لها

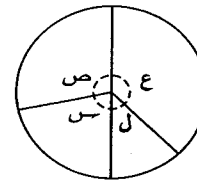
القياس الأقرب إلى  $٤٥^\circ$  ؟

(١) س

(ب) ص

(ج) ع

(د) ل



(١٢) عدد محاور التماثل للشكل المقابل

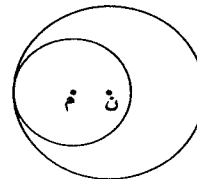
يساوى .....

(١) ١

(ب) ٢

(ج) ٣

(د) عدد غير منته.





## نشاط ١

استخدام برنامج Excel 2007 فى إيجاد حاصل ضرب عددين صحيحين

(١) من شريط المهام اضغط "Start" ثم من قائمة "All programs" اختر "Microsoft Office" ومنها اختر "Microsoft Excel"

(٢) قم بتعبئة أى عمودين مثل A و B بمجموعة من الأعداد كالمنطقة فى الشاشة المقابلة.

(٣) أوجد حاصل ضرب كل عدد فى العمود A فى نظيره فى العمود B وذلك كما يأتى :

• قف فى الخلية C1  
• اكتب  $A1*B1$   
كما فى الشاشة المقابلة.

(٤) اضغط Enter سوف تحصل على حاصل ضرب العدد الموجود فى الخلية A1 فى العدد الموجود فى الخلية B1 كما فى الشاشة المقابلة.

(٥) لإيجاد حاصل الضرب لبقية الأعداد الموجودة فى العمودين A و B قف فى الخلية C1 وحرك الفأرة عند المربع الصغير أسفل ركن الخلية C1 حتى يتحول المؤشر إلى الشكل "+" ثم اسحب لأسفل لتجرى تعبئة تلقائية (Auto Fill) بنسخ الصيغة من الخلية C1 إلى الخلية C8 فتحصل على الشاشة المقابلة.  
(استنتج قاعدة ضرب الإشارات)

A	B	C	D	E	F	G	H
1	3	2	4	5	6	7	8
2	4	5	6	7	8	9	10
3	5	6	7	8	9	10	11
4	6	7	8	9	10	11	12
5	7	8	9	10	11	12	13
6	8	9	10	11	12	13	14
7	9	10	11	12	13	14	15
8	10	11	12	13	14	15	16

A	B	C	D	E	F	G	H
1	3	2	4	5	6	7	8
2	4	5	6	7	8	9	10
3	5	6	7	8	9	10	11
4	6	7	8	9	10	11	12
5	7	8	9	10	11	12	13
6	8	9	10	11	12	13	14
7	9	10	11	12	13	14	15
8	10	11	12	13	14	15	16

A	B	C	D	E	F	G	H
1	3	2	4	5	6	7	8
2	4	5	6	7	8	9	10
3	5	6	7	8	9	10	11
4	6	7	8	9	10	11	12
5	7	8	9	10	11	12	13
6	8	9	10	11	12	13	14
7	9	10	11	12	13	14	15
8	10	11	12	13	14	15	16

A	B	C	D	E	F	G	H
1	3	2	4	5	6	7	8
2	4	5	6	7	8	9	10
3	5	6	7	8	9	10	11
4	6	7	8	9	10	11	12
5	7	8	9	10	11	12	13
6	8	9	10	11	12	13	14
7	9	10	11	12	13	14	15
8	10	11	12	13	14	15	16

## نشاط ٢

استخدام برنامج Excel 2007 فى إيجاد خارج قسمة عددين صحيحين

(١) اختر برنامج "Microsoft Excel"

كما تم فى نشاط (١)

(٢) قم بتعبئة أى عمودين مثل A و B بمجموعة من الأعداد كالمنطقة فى الشاشة المقابلة.

فى الشاشة المقابلة.

(٣) أوجد خارج قسمة كل عدد

فى العمود A على نظيره فى

العمود B وذلك كما يأتى :

• قف فى الخلية C1

• اكتب  $A1/B1$

كما فى الشاشة المقابلة

(٤) اضغط Enter سوف تحصل على خارج

قسمة العدد الموجود فى الخلية A1

على العدد الموجود فى الخلية B1 كما

فى الشاشة المقابلة.

(٥) لإيجاد خارج القسمة لبقية الأعداد

الموجودة فى العمودين A و B قف

فى الخلية C1 وحرك الفأرة عند المربع

الصغير أسفل ركن الخلية C1 حتى

يتحول المؤشر إلى الشكل "+" ثم

اسحب لأسفل لتجرى تعبئة تلقائية

(Auto Fill) بنسخ الصيغة من الخلية

C1 إلى الخلية C8 فتحصل على

الشاشة المقابلة.

(استنتج قاعدة قسمة الإشارات)

A	B	C	D	E	F	G	H
1	3	2	4	5	6	7	8
2	4	5	6	7	8	9	10
3	5	6	7	8	9	10	11
4	6	7	8	9	10	11	12
5	7	8	9	10	11	12	13
6	8	9	10	11	12	13	14
7	9	10	11	12	13	14	15
8	10	11	12	13	14	15	16

A	B	C	D	E	F	G	H
1	3	2	4	5	6	7	8
2	4	5	6	7	8	9	10
3	5	6	7	8	9	10	11
4	6	7	8	9	10	11	12
5	7	8	9	10	11	12	13
6	8	9	10	11	12	13	14
7	9	10	11	12	13	14	15
8	10	11	12	13	14	15	16

A	B	C	D	E	F	G	H
1	3	2	4	5	6	7	8
2	4	5	6	7	8	9	10
3	5	6	7	8	9	10	11
4	6	7	8	9	10	11	12
5	7	8	9	10	11	12	13
6	8	9	10	11	12	13	14
7	9	10	11	12	13	14	15
8	10	11	12	13	14	15	16

A	B	C	D	E	F	G	H
1	3	2	4	5	6	7	8
2	4	5	6	7	8	9	10
3	5	6	7	8	9	10	11
4	6	7	8	9	10	11	12
5	7	8	9	10	11	12	13
6	8	9	10	11	12	13	14
7	9	10	11	12	13	14	15
8	10	11	12	13	14	15	16

### نشاط ٣

استخدام برنامج Excel 2007 للتحقق من أن:  $^m \times ^n = ^{m \times n}$

(١) اختر برنامج "Microsoft Excel" كما تم في نشاط (١)

(٢) قم بتعبئة العمود A بمجموعة من الأعداد الموجبة أو السالبة لتمثل قيماً مختلفة للرمز  $n$  ، وقم بتعبئة العمودين B و C بمجموعة من الأعداد الموجبة والتي تمثل قيماً مختلفة لكل من  $m$  ،  $n$  على الترتيب.

(٣) قف في الخلية D2 واكتب  $A2^B2 \times A2^C2$  ثم اضغط Enter

(٤) قف في الخلية D2 وحرك الفأرة عند المربع الصغير أسفل ركن الخلية D2 حتى يتحول المؤشر إلى الشكل "+" ثم اسحب لأسفل لتجرب تعبئة تلقائية (Auto Fill) بنسخ الصيغة من الخلية D2 إلى الخلية D10

(٥) قف في الخلية E2 واكتب  $A2^B2 + C2$  ثم اضغط Enter

(٦) قف في الخلية E2 وحرك الفأرة عند المربع الصغير أسفل ركن الخلية E2 حتى يتحول المؤشر إلى الشكل "+" ثم اسحب لأسفل لتجرب تعبئة تلقائية (Auto Fill) بنسخ الصيغة من الخلية E2 إلى الخلية E10

سوف تحصل على الشاشة التالية :

	A	B	C	D	E
1					
2	2	2	3	32	32
3	4	1	2	64	64
4	-3	4	5	-19683	-19683
5	6	3	3	46656	46656
6	-5	2	2	625	625
7	-7	3	2	-16807	-16807
8	9	4	1	59049	59049
9	8	4	3	2097152	2097152
10	1	9	5	1	1

• بمقارنة الأعداد الناتجة في العمودين D و E يمكنك استنتاج أن:  $^m \times ^n = ^{m \times n}$

• وبالنظر إلى الأعداد التي تم إدخالها في العمود A نستنتج أن القاعدة السابقة صحيحة في حالة الأساسات الموجبة أو السالبة.

### نشاط ٤

استخدام برنامج Excel 2007 للتحقق من أن:  $^m \div ^n = ^{m/n}$  ،  $^m \leq ^n$  ،  $^m \neq ^n$

(١) اختر برنامج "Microsoft Excel" كما تم في نشاط (١)

(٢) قم بتعبئة العمود A بمجموعة من الأعداد الموجبة أو السالبة لتمثل قيماً مختلفة للرمز  $n$  ، وقم بتعبئة العمودين B و C بمجموعة من الأعداد الموجبة بحيث يكون كل عدد في العمود B أكبر من أو يساوي نظيره في العمود C لتمثل قيماً مختلفة لكل من  $m$  ،  $n$  على الترتيب.

(٣) قف في الخلية D2 واكتب  $A2^B2/A2^C2$  ثم اضغط Enter

(٤) قف في الخلية D2 وحرك الفأرة عند المربع الصغير أسفل ركن الخلية D2 حتى يتحول المؤشر إلى الشكل "+" ثم اسحب لأسفل لتجرب تعبئة تلقائية (Auto Fill) بنسخ الصيغة من الخلية D2 إلى الخلية D10

(٥) قف في الخلية E2 واكتب  $A2^B2 - C2$  ثم اضغط Enter

(٦) قف في الخلية E2 وحرك الفأرة عند المربع الصغير أسفل ركن الخلية E2 حتى يتحول المؤشر إلى الشكل "+" ثم اسحب لأسفل لتجرب تعبئة تلقائية (Auto Fill) بنسخ الصيغة من الخلية E2 إلى الخلية E10

سوف تحصل على الشاشة التالية :

	A	B	C	D	E
1					
2	2	4	2	4	4
3	4	3	1	16	16
4	-3	6	3	-27	-27
5	6	7	3	1296	1296
6	-5	2	2	1	1
7	-7	3	2	-7	-7
8	9	8	5	729	729
9	8	7	3	4096	4096
10	1	9	5	1	1

• بمقارنة الأعداد الناتجة في العمودين D و E يمكنك استنتاج أن:  $^m \div ^n = ^{m/n}$

• وبالنظر إلى الأعداد التي تم إدخالها في العمود A نستنتج أن القاعدة السابقة صحيحة في حالة الأساسات الموجبة أو السالبة.

## نشاط ٥

استخدام برنامج Excel 2007 للتحقق من أن:  $(b + a)^2 = b^2 + 2ab + a^2$

(١) اختر برنامج "Microsoft Excel" كما تم في نشاط (١)

(٢) قم بتعبئة العمودين A و B بمجموعة من الأعداد المختلفة لتمثل قيمًا مختلفة لكل من a ، b على الترتيب.

(٣) قف في الخلية C2 واكتب  $(A2 + B2)^2$  ثم اضغط Enter

(٤) قف في الخلية C2 وحرك الفأرة عند المربع الصغير أسفل ركن الخلية C2 حتى يتحول المؤشر إلى الشكل "+" ثم اسحب لأسفل لتجرب تعبئة تلقائية (Auto Fill) بنسخ الصيغة من الخلية C2 إلى الخلية C10

(٥) قف في الخلية D2 واكتب  $A2^2 + 2 * A2 * B2 + B2^2$  ثم اضغط Enter

(٦) قف في الخلية D2 وحرك الفأرة عند المربع الصغير أسفل ركن الخلية D2 حتى يتحول المؤشر إلى الشكل "+" ثم اسحب لأسفل لتجرب تعبئة تلقائية (Auto Fill) بنسخ الصيغة من الخلية D2 إلى الخلية D10

سوف تحصل على الشاشة التالية :

	A	B	C	D
1	1	2	9	9
2	2	3	25	25
3	3	4	49	49
4	4	2	16	16
5	2	-10	144	144
6	-10	-2	169	169
7	-2	8	100	100
8	8	0	64	64
9	0	-5	25	25
10	-5	-2.8	68.89	68.89

• بمقارنة الأعداد الناتجة في العمودين C و D يمكنك استنتاج أن :

$(b + a)^2 = b^2 + 2ab + a^2$  وبالنظر إلى الأعداد التي تم إدخالها في العمودين A و B نستنتج أن

القاعدة السابقة صحيحة في حالة جميع الأعداد.

## نشاط ٦

استخدام برنامج Excel 2007 للتحقق من أن:  $(b - a)^2 = b^2 - 2ab + a^2$

باتباع نفس خطوات نشاط (٥) ولكن مع كتابة  $(A2 - B2)^2$  = في خطوة (٣)

وكتابة  $A2^2 - 2 * A2 * B2 + B2^2$  = في خطوة (٥) سوف تحصل على الشاشة التالية :

	A	B	C	D
1	1	2	9	9
2	2	3	1	1
3	3	4	1	1
4	4	2	4	4
5	2	-10	144	144
6	-10	-2	169	169
7	-2	8	100	100
8	8	0	64	64
9	0	-5	25	25
10	-5	-2.8	68.89	68.89

• بمقارنة الأعداد الناتجة في العمودين C و D يمكنك استنتاج أن :

$(b - a)^2 = b^2 - 2ab + a^2$  ونلاحظ أن هذه القاعدة أيضًا صحيحة لجميع الأعداد.

## نشاط ٧

استخدام برنامج Excel 2007 للتحقق من أن:  $(b + a)^2 - (b - a)^2 = 4ab$

باتباع نفس خطوات نشاط (٥) ولكن مع كتابة  $(A2 + B2) * (A2 - B2)$  = في خطوة (٣)

وكتابة  $A2^2 - B2^2$  = في خطوة (٥) سوف تحصل على الشاشة التالية :

	A	B	C	D
1	1	2	-3	-3
2	2	3	-5	-5
3	3	4	-7	-7
4	4	2	-12	-12
5	2	-10	116	116
6	-10	-2	98	98
7	-2	8	-68	-68
8	8	0	64	64
9	0	-5	-25	-25
10	-5	-2.8	68.89	68.89

• بمقارنة الأعداد الناتجة في العمودين C و D يمكنك استنتاج أن :

$(b + a)^2 - (b - a)^2 = 4ab$  ونلاحظ أن هذه القاعدة أيضًا صحيحة لجميع الأعداد.

## نشاط ٨

استخدام برنامج Excel 2007 فى رسم الأعمدة البيانية

الجدول المقابل يوضح أعداد الممارسين

لبعض الأنشطة الرياضية فى أحد الأندية

خلال أربعة أعوام من عام ٢٠١١ إلى عام

٢٠١٤ ، وقد سبق أن مثلنا هذه البيانات

بالأعمدة البيانية فى الدرس الأول من

الوحدة الثالثة

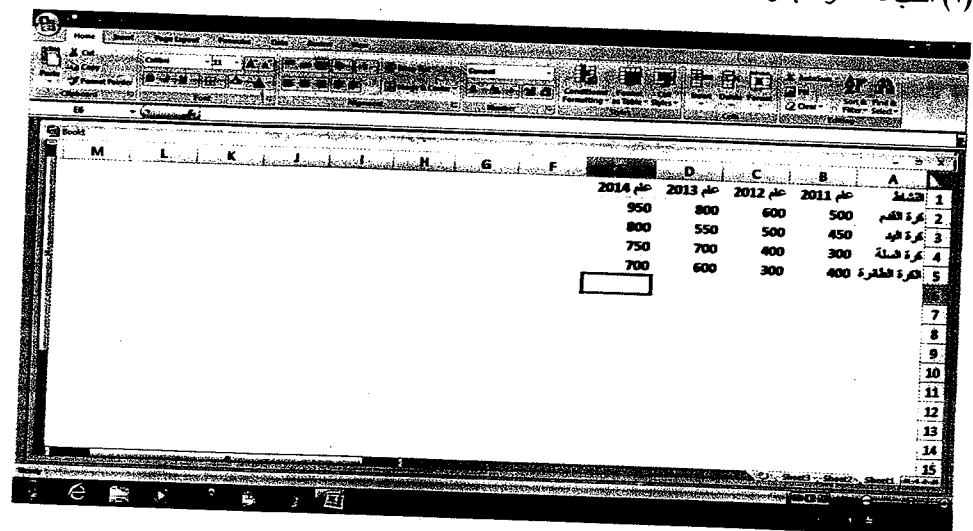
عدد الممارسين للأنشطة				
العام	٢٠١١	٢٠١٢	٢٠١٣	٢٠١٤
النشاط	٥٠٠	٦٠٠	٨٠٠	٩٥٠
كرة القدم	٤٥٠	٥٠٠	٥٥٠	٨٠٠
كرة اليد	٣٠٠	٤٠٠	٧٠٠	٧٥٠
كرة السلة	٤٠٠	٣٠٠	٦٠٠	٧٠٠
الكرة الطائرة				

وفى هذا النشاط سنستعرض كيفية تمثيل نفس هذه البيانات باستخدام برنامج Excel 2007

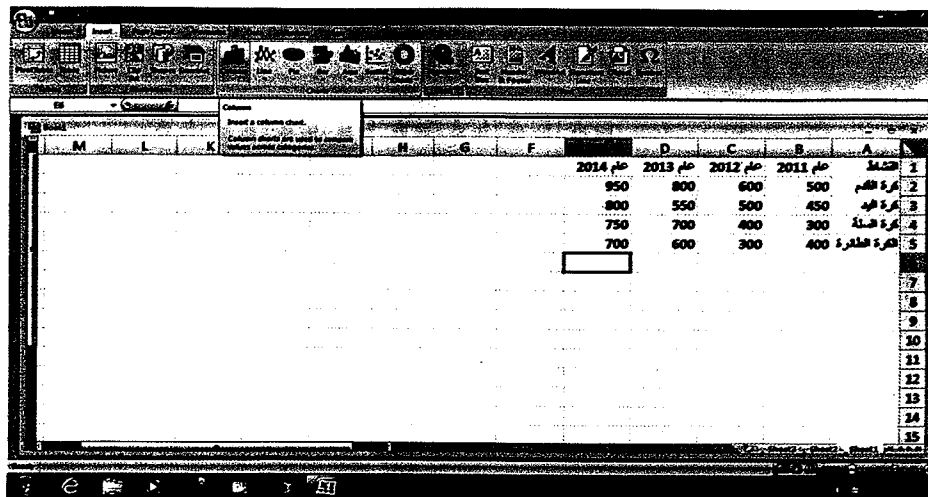
وذلك باتباع الخطوات التالية :

(١) اختر برنامج "Microsoft Excel" كما تم فى نشاط (١)

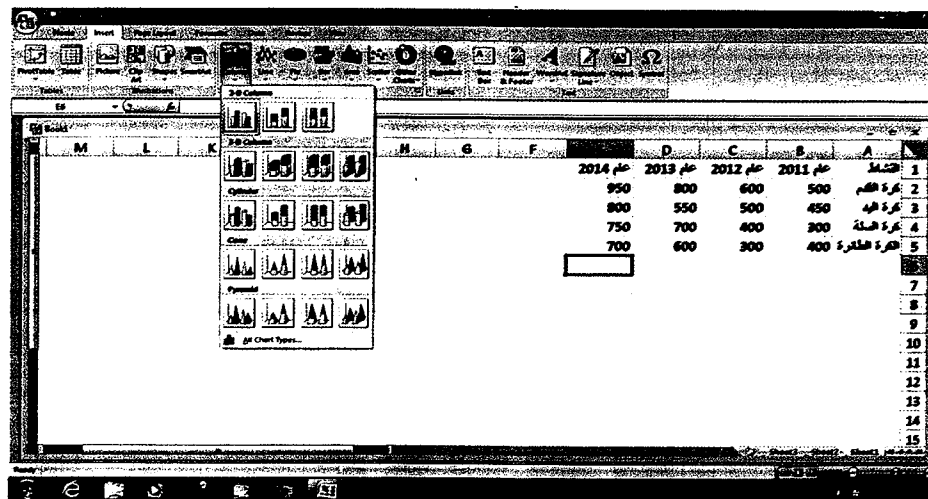
(٢) اكتب عناصر الجدول السابق كما هو موضح فى الشاشة التالية :



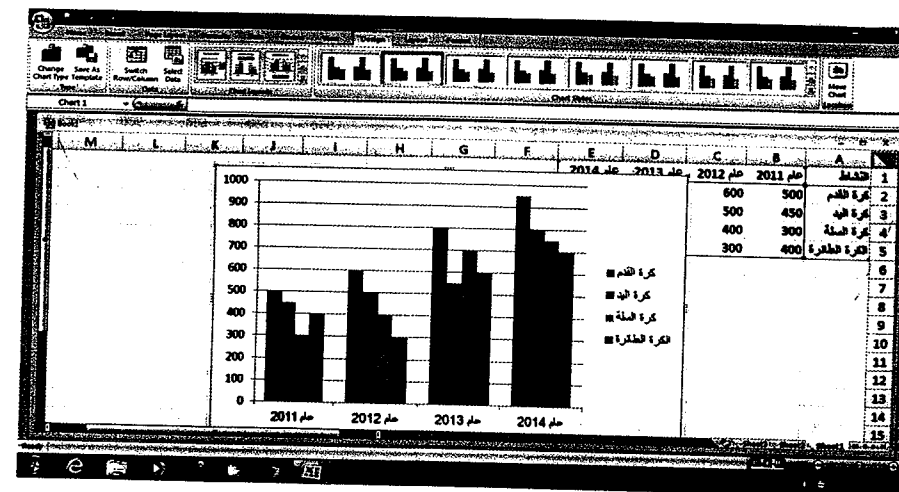
(٣) من قائمة إدراج "Insert" اختر Column كما فى الشاشة التالية :



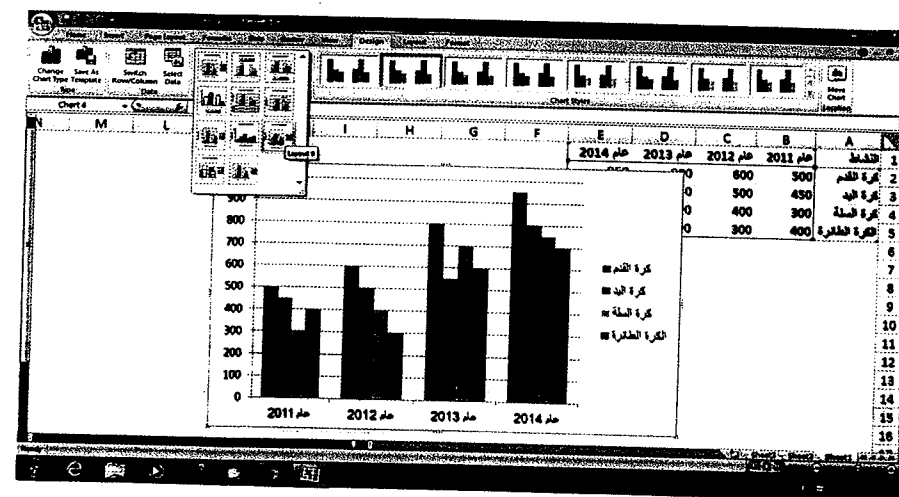
(٤) اضغط على Column فىظهر لك الأنواع المختلفة للأعمدة البيانية كما بالشاشة التالية :



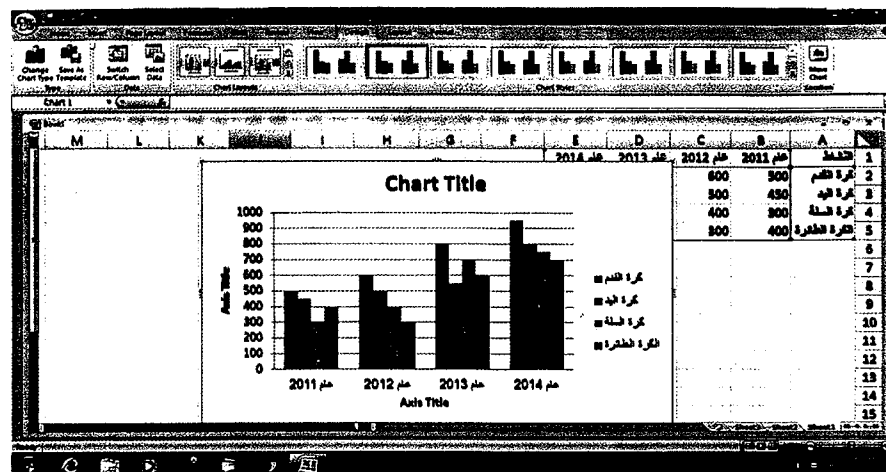
(٥) اختر أي شكل من أشكال الأعمدة البيانية بالضغط عليه وليكن 2 - D Column Clustered Column فيظهر لك الشكل الموضح بالشاشة التالية :



(٦) من قائمة Design ← Chart Layouts اختر أيًا من خيارات تنسيق الشكل البياني الموضحة بالشاشة التالية :

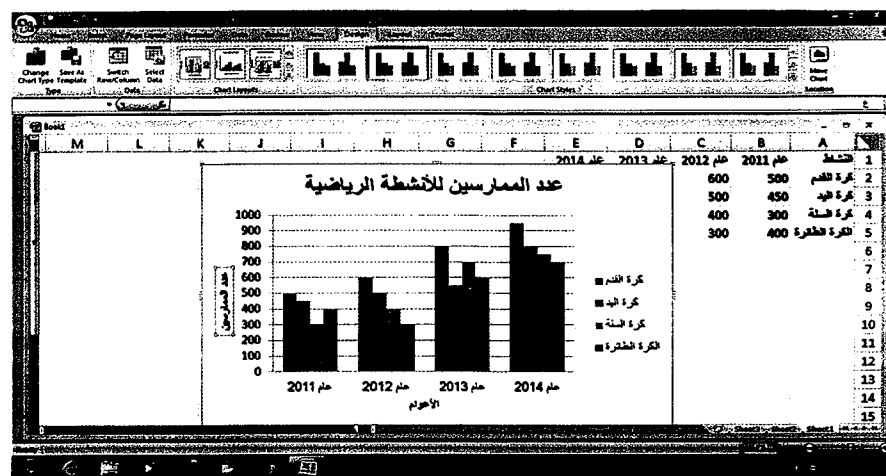


(٧) باختيار 9 Layout تظهر لك الشاشة التالية :

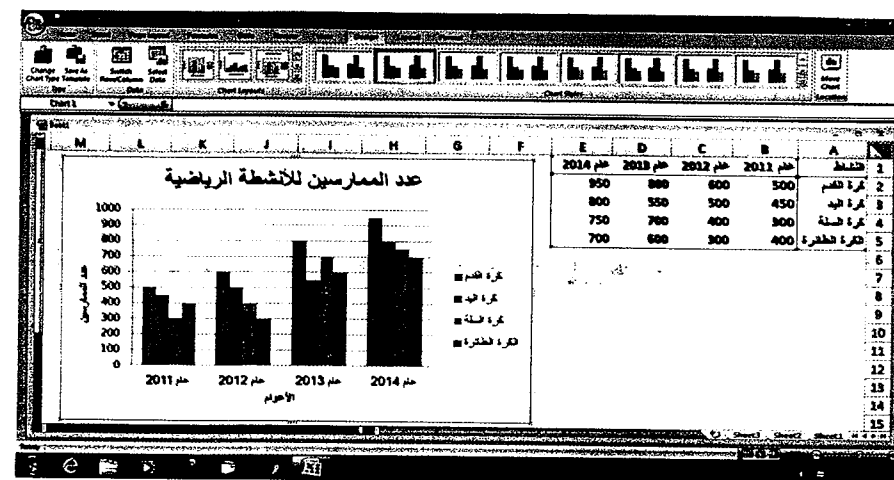


(٨) أدخل خيارات الرسم البياني الخاصة بعنوان المخطط وعناوين المحاور وذلك كالتالي :

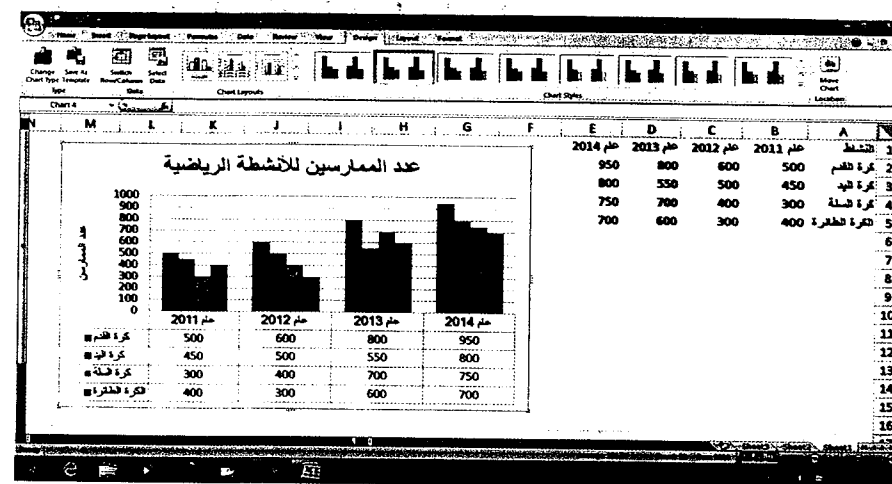
- عنوان الرسم البياني "Chart Title" وليكن : عدد الممارسين للأنشطة الرياضية.
- عنوان المحور الأفقي "Axis Title" وليكن : الأعوام.
- عنوان المحور الرأسي "Axis Title" وليكن : عدد الممارسين كما بالشاشة التالية :



(٩) يمكنك تغيير موقع الرسم البياني ومساحته في ورقة العمل وذلك بالسحب باستخدام الفأرة كما في الشاشة التالية ، ثم قم بحفظ ورقة العمل في المكان الذي ترغب فيه بالاسم الذي تريده :



ملاحظة : عقب تنشيط الرسم البياني تظهر لك قائمة Design بأعلى والتي يمكنك من خلالها إجراء أى تعديلات على الشكل البياني فمثلاً يمكنك اختيار Layout 5 من قائمة Chart Layouts لتظهر بيانات الجدول أسفل الرسم البياني كما بالشاشة التالية :



سلسلة كتب

# المحاصر

## قريباً بالمكتبات

### المراجعة النهائية ونماذج الامتحانات

في  
الرياضيات  
واللغة الإنجليزية

