

I. PHẦN CHUNG CHO TẤT CẢ CÁC THÍ SINH

Câu 1 (2,0 điểm). Cho hàm số $y = \frac{-1}{3}x^3 + x - \frac{2}{3}$ có đồ thị là (C).

a) Khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị (C) của hàm số.

b) Gọi M là điểm thuộc đồ thị (C) có hoành độ $x = 2$. Tìm các giá trị của tham số m để tiếp tuyến với (C) tại M song song với đường thẳng $d: y = (m^2 - 4)x + \frac{9m + 5}{3}$.

Câu 2 (1,0 điểm). Giải phương trình $\frac{2(1 + \cot 2x \cdot \cot x)}{\sin^2 x} + \frac{1}{\cos^4 x} = 48$.

Câu 3 (1,0 điểm). Giải bất phương trình $2x \cdot \log_3 x - 4 \log_3 x - x + 1 > 0$.

Câu 4 (1,0 điểm). Tính tích phân $I = \int_1^2 \frac{1-x^2}{x+x^3} dx$.

Câu 5 (1,0 điểm). Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành $AB = 5, BC = 6, AC = 9$; $SA = SB = SC = \frac{27}{4}$.

Tính thể tích của khối chóp $S.ABCD$.

Câu 6 (1,0 điểm). Cho a, b, c là các số thực thỏa mãn $a + b + c = 0$.

Tìm giá trị lớn nhất của biểu thức $P = \frac{2^a}{16^a + 2.4^a + 2.4^b + 7} + \frac{2^b}{16^b + 2.4^b + 2.4^c + 7} + \frac{2^c}{16^c + 2.4^c + 2.4^a + 7}$.

II. PHẦN RIÊNG (Thí sinh chỉ được một trong hai phần riêng, phần A hoặc phần B)

A. Theo chương trình chuẩn

Câu 7a (1,0 điểm). Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy , cho đường thẳng $(d): 3x + y - 4 = 0$ và elip

$(E): \frac{x^2}{9} + \frac{y^2}{4} = 1$. Viết phương trình đường thẳng Δ vuông góc với (d) mà Δ cắt (E) tại hai điểm A, B sao

cho tam giác OAB có diện tích bằng 3.

Câu 8a (1,0 điểm). Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, viết phương trình mặt phẳng (P) đi qua O , vuông góc với mặt phẳng $(Q): 5x - 2y + 5z = 0$ và tạo với mặt phẳng $(R): x - 4y - 8z + 6 = 0$ góc 45° .

Câu 9a (1,0 điểm) Tìm số phức z biết: $|z - 1| = 1$ và số phức $(1 + i)(\bar{z} - 1)$ có phần ảo bằng 1.

B. Theo chương trình nâng cao

Câu 7b (1,0 điểm) Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy , cho tam giác ABC cân tại đỉnh $A(4; -13)$ và phương trình đường tròn nội tiếp tam giác ABC là $x^2 + y^2 + 2x - 4y - 20 = 0$. Lập phương trình đường thẳng chứa cạnh BC của tam giác ABC .

Câu 8b (1,0 điểm). Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai đường thẳng $(d_1): \frac{x+1}{1} = \frac{y+2}{2} = \frac{z}{1}; (d_2): \frac{x-2}{2} = \frac{y-1}{1} = \frac{z-1}{1}$ và mặt phẳng $(P): x + y - 2z + 5 = 0$. Lập phương trình đường thẳng (d) song song với mặt phẳng (P) và cắt $(d_1), (d_2)$ lần lượt tại A, B sao cho độ dài đoạn AB đạt giá trị nhỏ nhất.

Câu 9b (1,0 điểm). Tìm số phức z sao cho $\frac{z-i}{z+i}$ có một argumen bằng $\frac{\pi}{2}$ và $|z+1| = |\bar{z}-i|$.

.....HẾT.....

Thí sinh không được sử dụng tài liệu. Cán bộ coi thi không giải thích gì thêm.

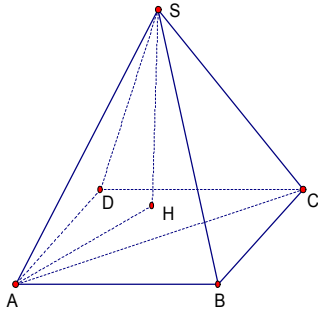
Cảm ơn thầy Nguyễn Duy Liên (lientoancvp@vinhphuc.edu.vn) gửi tới www.laisac.page.tl

ĐÁP ÁN ,THANG ĐIỂM THỬ ĐẠI HỌC LẦN THỨ NHẤT (Năm học 2012-2013)
TỔÁN 12 KHỐI B, D

Câu	Ý	Nội dung	Điểm																			
1			2,00																			
	a		1,00																			
		<p>*) Hàm số có tập xác định: $D = R$</p> <p>*) Sự biến thiên</p> <p>+) Chiều biến thiên : $y = \frac{-1}{3}x^3 + x - \frac{2}{3} \Rightarrow y' = -x^2 + 1; y' = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ x = -1 \end{cases}$</p> <p>$y' > 0 \Leftrightarrow x \in (-1;1); y' < 0 \Leftrightarrow x \in (-\infty;-1) \cup (1;+\infty)$</p> <p>Hàm số đồng biến trên $(-1;1)$</p> <p>Hàm số nghịch biến trên các khoảng $(-\infty;-1)$ và $(1;+\infty)$</p>	0,25																			
		<p>+) Cực trị:</p> <p>Hàm số đạt cực tiểu tại $x = -1; y_{CT} = y(-1) = \frac{-4}{3}$</p> <p>Hàm số đạt cực đại tại $x = 1; y_{CT} = y(1) = 0$</p> <p>+) Giới hạn $\lim_{x \rightarrow +\infty} \left(\frac{-1}{3}x^3 + x - \frac{2}{3} \right) = \lim_{x \rightarrow +\infty} \left[x^3 \cdot \left(\frac{-1}{3} + \frac{1}{x^2} - \frac{2}{3x^3} \right) \right] = -\infty$</p> <p>$\lim_{x \rightarrow -\infty} \left(\frac{-1}{3}x^3 + x - \frac{2}{3} \right) = \lim_{x \rightarrow -\infty} \left[x^3 \cdot \left(\frac{-1}{3} + \frac{1}{x^2} - \frac{2}{3x^3} \right) \right] = +\infty$</p>	0,25																			
		<p>+) Bảng biến thiên:</p> <table><tr><td>x</td><td>$-\infty$</td><td>-1</td><td>1</td><td>$+\infty$</td></tr><tr><td>y'</td><td></td><td>$-$</td><td>0</td><td>$+$</td><td>0</td><td>$-$</td></tr><tr><td>y</td><td>$+\infty$</td><td></td><td>$\frac{-4}{3}$</td><td>0</td><td></td><td>$-\infty$</td></tr></table>	x	$-\infty$	-1	1	$+\infty$	y'		$-$	0	$+$	0	$-$	y	$+\infty$		$\frac{-4}{3}$	0		$-\infty$	0,25
x	$-\infty$	-1	1	$+\infty$																		
y'		$-$	0	$+$	0	$-$																
y	$+\infty$		$\frac{-4}{3}$	0		$-\infty$																
		<p>*) Đồ thị hàm số (học sinh tự vẽ hình)</p> <p>Đồ thị hàm số cắt Ox tại các điểm $(1;0)$ và $(-2;0)$; cắt Oy tại $\left(0;\frac{-2}{3}\right)$</p> <p>Đồ thị nhận điểm uốn $\left(0;\frac{-2}{3}\right)$ là tâm đối xứng.</p>	0,25																			
b			1,00																			

	Ta có $y(2) = \frac{-4}{3} \Rightarrow M\left(2; \frac{-4}{3}\right)$	0,25
	Tiếp tuyến Δ với (C) tại M có phương trình : $y = y'(2).(x - 2) - \frac{4}{3} \Leftrightarrow y = -3(x - 2) - \frac{4}{3} \Leftrightarrow y = -3x + \frac{14}{3}$	0,25
	Ta có $\Delta // d \Leftrightarrow \begin{cases} m^2 - 4 = -3 \\ \frac{9m + 5}{3} \neq \frac{14}{3} \end{cases}$	0,25
	$\Leftrightarrow \begin{cases} m^2 = 1 \\ m \neq 1 \end{cases} \Leftrightarrow m = -1$. Vậy $m = -1$	0,25
2		1,00
	Điều kiện $\begin{cases} \sin x \neq 0 \\ \cos x \neq 0 \\ \sin 2x \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \sin 2x \neq 0$. Ta có $1 + \cot 2x \cdot \cot x = 1 + \frac{\cos 2x}{\sin 2x} \cdot \frac{\cos x}{\sin x} = \frac{\cos 2x \cdot \cos x + \sin 2x \cdot \sin x}{\sin 2x \cdot \sin x}$ $= \frac{\cos x}{2 \sin^2 x \cdot \cos x} = \frac{1}{2 \sin^2 x}$	0,25
	Do vậy $\frac{2(1 + \cot 2x \cdot \cot x)}{\sin^2 x} + \frac{1}{\cos^4 x} = 48 \Leftrightarrow \frac{1}{\sin^4 x} + \frac{1}{\cos^4 x} = 48$ $\Leftrightarrow \sin^4 x + \cos^4 x = 48 \cdot \sin^4 x \cdot \cos^4 x \Leftrightarrow 1 - 2 \sin^2 x \cdot \cos^2 x = 3 \cdot \sin^4 2x$ $\Leftrightarrow 1 - \frac{1}{2} \sin^2 2x = 3 \cdot \sin^4 2x \Leftrightarrow 6 \sin^4 2x + \sin^2 2x - 2 = 0$ $\Leftrightarrow \begin{cases} \sin^2 2x = \frac{1}{2} \\ \sin^2 2x = -\frac{2}{3} \end{cases}$	0,25
	Phương trình $\sin^2 2x = \frac{-2}{3}$ vô nghiệm. $\sin^2 2x = \frac{-2}{3} \Rightarrow \sin 2x \neq 0$	0,25
	Vậy $\frac{2(1 + \cot 2x \cdot \cot x)}{\sin^2 x} + \frac{1}{\cos^4 x} = 48 \Leftrightarrow \sin^2 2x = \frac{1}{2} \Leftrightarrow 1 - 2 \sin^2 2x = 0$ $\Leftrightarrow \cos 4x = 0 \Leftrightarrow 4x = \frac{\pi}{2} + k\pi \Leftrightarrow x = \frac{\pi}{8} + k \frac{\pi}{4} (k \in \mathbb{Z})$	0,25
3		1,00

	<p>Điều kiện $x > 0$ Với điều kiện đó $2x \cdot \log_3 x - 4 \log_3 x - x + 1 > 0 \Leftrightarrow (2x - 4) \log_3 x > x - 1$</p> $\Leftrightarrow \begin{cases} x > 2 \\ \log_3 x > \frac{x-1}{2x-4} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x > 2 \\ \log_3 x - \frac{x-1}{2x-4} > 0 \end{cases}$ $\Leftrightarrow \begin{cases} 0 < x < 2 \\ \log_3 x < \frac{x-1}{2x-4} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 0 < x < 2 \\ \log_3 x - \frac{x-1}{2x-4} < 0 \end{cases}$	0,25
	<p>Xét hàm $f(x) = \log_3 x - \frac{x-1}{2x-4}$ trên $D = (0; 2) \cup (2; +\infty)$ Ta thấy $f'(x) = \frac{1}{x \ln 3} + \frac{2}{(2x-4)^2} \Rightarrow f'(x) > 0 \forall x \in D$ Suy ra $f(x)$ đồng biến trên các khoảng $(0; 2)$ và $(2; +\infty)$</p>	0,25
	<p>Mà $f(3) = f(1) = 0$ Do vậy</p> $\begin{cases} x > 2 \\ \log_3 x - \frac{x-1}{2x-4} > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x > 2 \\ f(x) > f(3) \end{cases}$ $\begin{cases} 0 < x < 2 \\ \log_3 x - \frac{x-1}{2x-4} < 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 0 < x < 2 \\ f(x) < f(1) \end{cases}$	0,25
	$\begin{cases} x > 2 \\ x > 3 \\ 0 < x < 2 \\ x < 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x > 3 \\ 0 < x < 1 \end{cases}$	0,25
4		1,00
	<p>Ta có $I = \int_1^2 \frac{1-x^2}{x+x^3} dx = - \int_1^2 \frac{1-\frac{1}{x^2}}{\frac{1}{x}+x} dx$</p>	0,25

	$\text{Đặt } t = x + \frac{1}{x} \Rightarrow \begin{cases} dt = 1 - \frac{1}{x^2} dx \\ x = 1 \Rightarrow t = 2 \\ x = 2 \Rightarrow t = \frac{5}{2} \end{cases}$	0,25
	$\Rightarrow I = - \int_2^{\frac{5}{2}} \frac{dt}{t} = - \ln t \Big _2^{\frac{5}{2}}$	0,25
	$- \left(\ln \frac{5}{2} - \ln 2 \right) = \ln \frac{4}{5}$	0,25
5		1,00
	 <p>Gọi H là hình chiếu của S trên $ABCD$ $SA = SB = SC \Rightarrow HA = HB = HC \Rightarrow H$ là tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC Gọi p là nửa chu vi tam giác $ABC \Rightarrow p = \frac{5+6+9}{2} = 10$ $\Rightarrow S_{ABC} = \sqrt{p(p-5)(p-6)(p-9)} = \sqrt{10.5.4.1} = 10\sqrt{2}$.</p>	0,25
	Gọi R là bán kính đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC $\Rightarrow HA = HB = HC = R$ Mặt khác $S_{ABC} = \frac{AB.AC.BC}{4R} \Rightarrow HA = R = \frac{AB.AC.BC}{4S_{ABC}} = \frac{5.6.9}{4.10\sqrt{2}} = \frac{27}{4\sqrt{2}}$	0,25
	$\Rightarrow SH = \sqrt{SA^2 - AH^2} = \frac{27}{4\sqrt{2}}$	0,25
	$S_{ABCD} = 2S_{ABC} = 20\sqrt{2}$ Thể tích khối chóp $S.ABCD$ là $V_{S.ABCD} = \frac{1}{3} S_{ABCD} \cdot SH = \frac{1}{3} \cdot 20\sqrt{2} \cdot \frac{27}{4\sqrt{2}} = 45$	0,25
6		1,00
	$\text{Đặt } x = 2^a, y = 2^b, z = 2^c \Rightarrow \begin{cases} x, y, z \in (0; +\infty) \\ xyz = 1 \end{cases}$	0,25

	<p>Ta được $P = \frac{x}{x^4 + 2x^2 + 2y^2 + 7} + \frac{y}{y^4 + 2y^2 + 2z^2 + 7} + \frac{z}{z^4 + 2z^2 + 2x^2 + 7}$</p>	
	<p>Áp dụng bất đẳng thức cô si ta được:</p> $x^4 + 1 + 1 + 1 \geq 4x; x^2 + y^2 \geq 2xy$ $\Rightarrow x^4 + 2x^2 + 2y^2 + 7 \geq 4x + 4xy + 4 = 4(x + xy + 1)$ <p>Chứng minh tương tự ta được $y^4 + 2y^2 + 2z^2 + 7 \geq 4(y + yz + 1);$</p> $z^4 + 2z^2 + 2x^2 + 7 \geq 4(z + zx + 1)$ $P \leq \frac{1}{4} \left(\frac{x}{x + xy + 1} + \frac{y}{y + yz + 1} + \frac{z}{z + zx + 1} \right)$	0,25
	<p>Mà $xyz = 1$ nên</p> $\frac{x}{x + xy + 1} + \frac{y}{y + yz + 1} + \frac{z}{z + zx + 1}$ $= \frac{x}{x + xy + 1} + \frac{xy}{xy + xyz + x} + \frac{xyz}{xyz + x^2yz + xy}$ $= \frac{x}{x + xy + 1} + \frac{xy}{xy + 1 + x} + \frac{1}{1 + x + xy} = 1$	0,25
	$\Rightarrow P \leq \frac{1}{4}$ <p>Dấu bằng xảy ra khi $x = y = z = 1 \Rightarrow a = b = c = 0$</p> <p>Vậy $\max P = \frac{1}{4}$ đạt được khi $a = b = c = 0$</p>	0,25
7a		1,00
	<p>Δ vuông góc với đường thẳng (d) nên có phương trình dạng</p> $x - 3y + m = 0$ <p>Thay $3y = x + m$ vào phương trình (E) ta được</p> $4x^2 + (x + m)^2 = 36 \Leftrightarrow 5x^2 + 2mx + m^2 - 36 = 0(1)$ <p>Đường thẳng Δ cắt (E) tại hai điểm phân biệt A, B khi và chỉ khi phương trình (1) có hai nghiệm x_1, x_2 phân biệt</p> $\Leftrightarrow \Delta' > 0 \Leftrightarrow 180 - 4m^2 > 0 \Leftrightarrow m^2 < 45$	0,25
	<p>Giả sử $A(x_1; y_1); B(x_2; y_2) \Rightarrow y_1 = \frac{x_1 + m}{3}; y_2 = \frac{x_2 + m}{3}$</p>	0,25

	$\Rightarrow AB = \sqrt{(x_1 - x_2)^2 + (y_2 - y_1)^2} = \sqrt{(x_1 - x_2)^2 + \left(\frac{x_1 - x_2}{3}\right)^2} = \sqrt{\frac{10}{9}}(x_1 - x_2)$ $(x_1 - x_2)^2 = (x_1 + x_2)^2 - 4x_1.x_2 = \left(\frac{-2m}{5}\right)^2 - 4\frac{m^2 - 36}{5} = \frac{720 - 16m^2}{25}$ $\Rightarrow AB = \frac{\sqrt{10}}{15}.\sqrt{720 - 16m^2}$	
	$d(O, \Delta) = \frac{ m }{\sqrt{10}} \Rightarrow S_{OAB} = \frac{1}{2} AB.d(O, \Delta) = \frac{ m .\sqrt{720 - 16m^2}}{30}$	0,25
	$S_{OAB} = 3 \Leftrightarrow \frac{ m .\sqrt{720 - 16m^2}}{30} = 3$ $\Leftrightarrow 16m^4 - 720m^2 + 8100 = 0 \Leftrightarrow m^2 = \frac{90}{4} \Leftrightarrow m = \pm \frac{3\sqrt{10}}{2}$ <p style="text-align: right;">(thỏa điều kiện $m^2 < 45$)</p> <p>Vậy có hai đường thẳng thỏa mãn bài toán: $x - 3y + \frac{3\sqrt{10}}{2} = 0$</p> <p style="text-align: right;">$x - 3y - \frac{3\sqrt{10}}{2} = 0$</p>	0,25
8a		1,00
	<p>Mặt phẳng (P) đi qua O nên có phương trình dạng : $Ax + By + Cz = 0$ với $A^2 + B^2 + C^2 > 0$</p> <p>$(P) \perp (Q) \Leftrightarrow 5A - 2B + 5C = 0 \Leftrightarrow B = \frac{5}{2}(A + C)$ (1)</p>	0,25
	<p>(P) tạo với (R) góc 45° nên</p> $\cos 45^\circ = \frac{ A - 4B - 8C }{\sqrt{A^2 + B^2 + C^2} \sqrt{1 + 16 + 64}} \Leftrightarrow \frac{1}{\sqrt{2}} = \frac{ A - 4B - 8C }{\sqrt{A^2 + B^2 + C^2} . 9}$ (2)	0,25
	<p>Từ (1), (2) $\Rightarrow \sqrt{2} A - 10(A + C) - 8C = 9\sqrt{A^2 + \frac{25}{4}(A + C)^2 + C^2}$</p> $\Leftrightarrow 21A^2 + 18AC - 3C^2 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} C = -A \\ C = 7A \end{cases}$	0,25
	<p>Với $C = -A$ chọn $A = 1, C = -1 \Rightarrow B = 0 \Rightarrow$ Phương trình mặt phẳng (P) là $x - z = 0$</p> <p>Với $C = 7A$ chọn $A = 1, C = 7 \Rightarrow B = 20 \Rightarrow$ Phương trình mặt phẳng (P) là $x + 20y + 7z = 0$.</p>	0,25
9a		1,00

	<p>Đặt $z = x + yi$ ($x, y \in R$) $\Rightarrow \bar{z} = x - yi$</p> <p>Ta có: $z - 1 = 1 \Leftrightarrow (x - 1)^2 + y^2 = 1$ (1)</p>	0,25
	<p>Vì $(1 + i)(\bar{z} - 1) = (x + y - 1) + (x - y - 1)i$;</p> <p>$(1 + i)(\bar{z} - 1)$ có phần ảo bằng 1 nên $x - y - 1 = 1 \Leftrightarrow x - 1 = y + 1$ (2)</p>	0,25
	<p>Thay (2) vào (1) ta được: $(y + 1)^2 + y^2 = 1 \Leftrightarrow 2y^2 + 2y = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} y = 0 \\ y = -1 \end{cases}$</p>	0,25
	<p>Với $y = 0 \Rightarrow x = 2 \Rightarrow z = 2$</p> <p>Với $y = -1 \Rightarrow x = 1 \Rightarrow z = 1 - i$</p> <p>Vậy có 2 số phức là $z = 2$ và $z = 1 - i$</p>	0,25
7b		
	<p>Ta có</p> <p>$x^2 + y^2 + 2x - 4y - 20 = 0 \Leftrightarrow (x + 1)^2 + (y - 2)^2 = 25$</p> <p>$\Rightarrow$ Đường tròn nội tiếp tam giác ABC có tâm $I(-1; 2)$, bán kính $R = 5$</p>	0,25
	<p>$\overrightarrow{IA} = (5; -15)$, tam giác ABC cân tại đỉnh $A(4; -13) \Rightarrow IA \perp BC$</p> <p>$BC$ có phương trình dạng $x - 3y + m = 0$</p> <p>Vì I và A nằm cùng phía đối với BC nên</p> <p>$(-1 - 6 + m) \cdot (4 + 39 + m) > 0 \Leftrightarrow (m - 7) \cdot (m + 43) > 0 \Leftrightarrow \begin{cases} m > 7 \\ m < -43 \end{cases}$</p>	0,25
	<p>Ta có $d(I; BC) = 5 \Leftrightarrow \frac{ -1 - 6 + m }{\sqrt{10}} = 5 \Leftrightarrow \begin{cases} m = 7 + 5\sqrt{10} \\ m = 7 - 5\sqrt{10} \end{cases}$</p>	0,25
	<p>Vậy $m = 7 + 5\sqrt{10} \Rightarrow BC$ có phương trình $x - 3y + 7 + 5\sqrt{10} = 0$</p>	0,25
8b		
	<p>Vì $A \in d_1; B \in d_2 \Rightarrow A(-1 + a; -2 + 2a; a), B(2 + 2b; 1 + b; 1 + b)$, ta có</p> <p>$\overrightarrow{AB} = (-a + 2b + 3; -2a + b + 3; -a + b + 1)$</p> <p>$(P)$ có véc tơ pháp tuyến $\vec{n} = (1; 1; -2)$</p>	0,25
	<p>$AB // (P) \Leftrightarrow \begin{cases} \overrightarrow{AB} \perp \vec{n} \\ A \notin (P) \end{cases}$</p> <p>$\overrightarrow{AB} \perp \vec{n} \Leftrightarrow \overrightarrow{AB} \cdot \vec{n} = 0 \Leftrightarrow -a + 2b + 3 - 2a + b + 3 + 2a - 2b - 2 = 0 \Leftrightarrow b = a - 4$</p> <p>$\Rightarrow \overrightarrow{AB} = (a - 5; -a - 1; -3)$</p>	0,25
	<p>Do đó:</p> <p>$AB = \sqrt{(a - 5)^2 + (-a - 1)^2 + (-3)^2} = \sqrt{2a^2 - 8a + 35} = \sqrt{2(a - 2)^2 + 27} \geq 3\sqrt{3}$</p>	0,25

	<p>Suy ra: $\min AB = 3\sqrt{3}$, đạt được khi $a = 2 \Rightarrow A(1;2;2)$, $\overline{AB} = (-3;-3;-3)$ $A(1;2;2) \notin (P)$</p> <p>Vậy, phương trình đường thẳng (d) là: $\frac{x-1}{1} = \frac{y-2}{1} = \frac{z-2}{1}$.</p>	0,25
9b		1,00
	<p>Đặt $z = x + yi, (x; y \in R)$. $\Rightarrow \frac{z-i}{z+i} = \frac{x^2+y^2-1}{x^2+(y+1)^2} + \frac{-2x}{x^2+(y+1)^2}i$</p>	0,25
	<p>$\frac{z-i}{z+i}$ có một acgumen bằng $\frac{\pi}{2} \Leftrightarrow \begin{cases} \frac{x^2+y^2-1}{x^2+(y+1)^2} = 0 \\ \frac{-2x}{x^2+(y+1)^2} > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x^2+y^2=1 \\ x < 0 \end{cases} (1)$</p>	0,25
	<p>Lại có $z+1 = \bar{z}-i \Leftrightarrow (x+1)+y = x-(y+1)i$ $\Leftrightarrow (x+1)^2 + y^2 = x^2 + (y+1)^2 \Leftrightarrow x = y (2)$</p>	0,25
	<p>Từ (1) và (2) suy ra $x = y = -\frac{\sqrt{2}}{2} \Rightarrow z = -\frac{\sqrt{2}}{2} - \frac{\sqrt{2}}{2}i$</p>	0,25

Lưu ý khi chấm bài:

-Đáp án trình bày một cách giải gồm các ý bắt buộc phải có trong bài làm của học sinh.

Khi chấm nếu học sinh bỏ qua bước nào thì không cho điểm bước đó.

-Nếu học sinh giải cách khác, giám khảo căn cứ các ý trong đáp án để cho điểm.

-Trong bài làm, nếu ở một bước nào đó bị sai thì các phần sau có sử dụng kết quả sai đó không được điểm.

-Điểm toàn bài tính đến 0,25 và không làm tròn.

----- **Hết** -----

Cảm ơn thầy Nguyễn Duy Liên (lientoancvp@vinhphuc.edu.vn) gửi tới www.laisac.page.tl